Le temps, la pensée et le calcul: une stratification des calculs pour fonder une cosmologie

Jean Sallantin*

Germana Menezes da Nobrega

Résumé: L'étude de la découverte scientifique permet d'observer les limites venant des facultés humaines et d'autres venant de l'usage de calculateurs. Nous présentons comment une réflexion sur le monde des calculs participe d'une réflexion sur la cosmologie, quand on ne la limite pas aux ressources actuelles de calcul.

Abstract: The study of scientific discovery allows to observe the limits originating from human faculties and those inerent to the use of computers. It is shown how a reflection on the world of computations is part of a reflection on cosmology, in so far as it is not limited to the present resources of calculations.

Introduction

Autrefois les cailloux (*calculus* en latin) servaient à compter un troupeau défilant devant le berger. On se trouvait déjà en face de données, de procédures de calcul et d'interaction entre des personnes et des résultats de calculs. On imagine bien la curiosité des autres bergers devant les premiers bergers calculateurs quand on voit la nôtre devant les mathématiques pratiquées dans d'autres cultures que la nôtre (0). De nos jours, l'informatique et les télécommunications se chargent des calculs dont ils organisent les flots de données et les calculs pour réaliser les applications proposées massivement aux utilisateurs. La fusion des télécommunications et des médias met en évidence une nouvelle dimension, celle de l'interaction avec les utilisateurs qui se serviront des calculs pour communiquer, échanger ou négocier.

* Directeur de Recherche, LIRMM, Montpellier – 161, rue Ada – 34392 Cedex 05 – Montpellier – sallantin@lirmm.fr.

L'évolution des calculs va dépendre de deux dimensions. La première est celle de l'accroissement du volume des **flots de données** disponibles pour les calculs. La seconde est celle de l'accroissement de la capacité d'évolution des processus de calculs par réorganisation des éléments matériels et logiciels qui les composent – ce qu'on désigne du terme **mobilité** – en référence aux téléphones mobiles pour lesquels les réseaux de communication se restructurent en fonction du déplacement de l'utilisateur¹

Ces deux dimensions dégagent une *physique du calcul* qui a pour finalité une prise en compte de calculs exercés en très grands nombres. Cette physique du calcul ne prend pas explicitement en compte les utilisateurs, elle prend simplement en compte les conséquences matérielles de leur usage des données et des calculs sur ces données.

Les dimensions physiques du calcul ne permettent pas de saisir comment un utilisateur apporte du sens à un calcul. Une autre dimension, de ce fait métaphysique, de l'informatique sert à décrire comment des utilisateurs donne du sens à des applications informatiques. Tout d'abord, les personnes devront appréhender au travers de leurs sens l'application proposée. En informatique, les interfaces stimulent l'*attention instinctive* des utilisateurs pour leur faire percevoir une application. Cependant, on peut percevoir quelque chose que l'on ne comprend pas. Une personne donne du sens à un phénomène qu'elle perçoit en exerçant une *attention rationnelle* qui est marquée par une capacité de l'analyser. Pour nous, l'activité scientifique est l'exercice d'une attention rationnelle qui s'achève par la construction d'une théorie permettant la prédiction par le calcul et d'expliquer ce que l'on perçoit.

Bien évidemment, l'utilisateur d'un calculateur, surtout s'il n'en est pas le programmeur, n'est pas réduit à être une extension périphérique de ce calculateur. Aussi cette nouvelle dimension est une grandeur appelée **interactivité** qui explicite la nature d'un couplage entre une personne et le calcul par machine qui l'assiste. Argumentons le besoin de cette interactivité, car elle est spécifique à l'informatique, qui introduit naturellement la notion de communication entre des émetteurs et des récepteurs, là où la physique n'en ressent pas le besoin. Un système informatique a toujours une dimension d'interaction. Il est insupportable quand il demande à un utilisateur une participation excessive au processus de calcul. Un système bien conçu donne à son utilisateur un détachement lui

1 Cette seconde dimension est aussi désignée comme étant celle de la programmation par composants, par agents et encore celle de la prise en compte conjointe des composants matériels et logiciels d'un calcul.

permettant de dominer les calculs qu'il ordonne et supervise. La mesure de l'interactivité est d'une nature différente de celle des flots de calculs. En effet, ce qui est appelée, distance sémantique ou articulatoire, mesure le degré d'empathie ou de participation symbiotique de la part l'utilisateur pour faire fonctionner l'application et le degré de sympathie ou de compréhension de l'application qui est requis de la part de l'utilisateur si l'on veut qu'il oriente et évalue l'application.

Nous dégageons ainsi une troisième dimension pour l'informatique qui la distingue d'une vision purement physique des calculs: cette dimension de l'interactivité est requise pour qu'un calcul prenne sens pour quelqu'un. Cette nouvelle dimension est scientifiquement moins bien dominée et elle relève de l'Intelligence Artificielle. Par un simple jeu de mise en forme, il s'agit de donner aux calculs une apparence qui sera jugée par l'utilisateur comme reflétant de manière adéquate ou conflictuelle la formulation de sa pensée. L'utilisateur attend de l'interaction avec les calculs plus de sécurité et de liberté dans la prise de décision et un meilleur accès à l'information. Pour tenir compte de l'infinie diversité des savoirs pratiques, les manières de raisonner doivent être universelles et indépendantes du contexte de leurs usages. En dernier lieu, la recherche d'une interactivité fonde l'industrie des médias: publicité, édition et télévision.

On ne peut cependant pas poser une indépendance entre ces trois dimensions car l'interactivité consomme du calcul. Nous allons illustrer dans le diagramme suivant comment cette dimension de l'interaction se reformule en quantité de calcul. Nous allons ainsi introduire une première proximité entre cette réflexion sur l'informatique et la cosmologie.

Le diagramme précédent illustre qu'il faut beaucoup plus d'interactions pour faire comprendre par l'utilisateur un phénomène que pour le lui faire percevoir; ce fait provoque l'accroissement de la quantité des calculs à faire.

La conception des calculs est soumise à des contraintes absolues qui sont: le temps de calcul d'une instruction, le nombre d'instructions requis pour réaliser une application, les exigences de l'interactivité, le savoir minimal attendu

de l'utilisateur et le temps à passer pour instruire l'utilisateur. Si le calcul est matérialisé par des électrons, la fempto-seconde (10^{-15} secondes) est une limite inférieure absolue pour l'intervalle de temps que prend une instruction. Actuellement, une instruction élémentaire se réalise en une nano-seconde (10^{-9} secondes). L'attention de l'utilisateur a également des limites. Citons: sa capacité de construire des abstractions, son temps de réaction qui dépend de son degré d'attention, son apprentissage et son expérience antérieure.

C'est l'observation de ce double jeu de contraintes venant de la physique d'une part et de la physiologie, psychologie et sociologie d'autre part qui a conduit Newell (12) à proposer une stratification des calculs en niveaux qui organisent les phénomènes perceptibles selon des échelles de temps différentes.

L'informaticien doit ainsi pratiquer un réductionisme ontologique en ramenant le monde à un calcul et un réductionisme épistémique en ramenant la définition de la cohérence d'un monde pour un utilisateur à celle des calculs. Cette *cosmologie des calculs* vient de la prise en compte dans leur globalité des calculs qui constituent une application qu'une personne reçoit comme un service personnel. Le modèle en couches de l'organisation des calculs est un second point de rapprochement avec une théorie cosmologique.

Nous allons exposer un troisième point de rapprochement en formalisant la manière dont la pensée humaine peut dominer par la raison les calculs qu'elle ordonne et évalue. Ce formalisme est indépendant du support matériel des calculs, il demeurera valable quand nous saurons déplacer l'horizon des calculs en calculant avec des photons et que nous élargirons ainsi l'ensemble des phénomènes que nous saurons calculer scientifiquement.

Par la suite, nous examinerons ces points de rapprochement entre une cosmologie des calculs et les théories cosmologiques selon trois points de vue. La nature cosmologique sera liée à un exposé des limites. La nature géométrique servira à introduire un modèle en couche. La nature catégorielle exposera des formes générales de raisonnement appuyées sur des calculs. Pour conclure cette introduction, justifions succinctement notre plan.

Nature cosmologique du calcul

La nature cosmologique du calcul vient des limites physiques et biologiques qui sont imposées aux calculs et à son contrôle. Nous allons montrer que les différentes plages de stabilités temporelles marquent un entendement humain et les limites de ce dernier. La pensée scientifique cherche à repousser les limites du savoir et la confirmation de ses théories en les reportant sur des

calculs de plus en plus nombreux pour des machines de plus en plus rapides. Nous allons montrer les horizons des calculs.

La notion de temps est encore un point de rapprochement entre cosmologie et calcul. Nous allons considérer qu'une pensée produit du sens pour un individu lorsqu'il acquiert de l'expérience en la pratiquant et en tirant partie de ses échecs. L'individu, quand il prédit les conséquences de ses comportements passés, construit un ensemble de possibilités pour son comportement présent qui lui permet d'établir ce qu'il va faire "après" Quand il explique pourquoi il a réussi ou échoué, il fixe des modalités de ce qu'il aurait pu faire "avant" Et son "présent" est ainsi ce qui est "maintenant" situé entre l' "avant" et l' "après" La science a pour principale fonction de prédire et d'expliquer des phénomènes. Ces prédictions et ces explications se font selon les différentes échelles de temps correspondant à ceux de l'observation des phénomènes de la physique, de la chimie, de la biologie et à celle de la pensée qui matérialisent le calcul et son contrôle. Chaque science a ainsi une plage temporelle d'observation de ses phénomènes. Et nous, les observateurs de ces phénomènes, nous les simulons par des calculs pour les comprendre, les limites du calculs se corréleront avec les limites de ce que nous savons appréhender concrètement.

Nature géométrique du calcul

Dans son "credo épistémologique", Einstein s'émerveillait qu'il nous soit possible de formuler de manière géométrique des lois vérifiées par l'univers physique. Avec moins d'émerveillement, on constate qu'une organisation de l'activité interactive de conception est une méthode assez efficace pour assister un utilisateur cherchant à matérialiser sa pensée par des calculs. Ainsi sont recherchés, des principes sur la formalisation et la figuration des calculs qui font que cette dernière reflète la "réflexion" de l'utilisateur.

Précisons d'abord pourquoi la géométrie intervient. La prise en compte de l'activité interactive de conception donne au calcul une nature plus géométrique que logique car c'est une construction interactive matérialisée sur un écran qui donne sens à des calculs et qui fait réagir un utilisateur capable d'en abstraire une formalisation. La géométrie est par nature un formalisme plus large que la logique car elle permet de raisonner sur des propriétés venant de la méthodologie de construction des figures. Les raisonnements inductifs et abductifs se formalisent en géométrie alors qu'ils sont absents des formalisations logiques. Par la suite, nous ne formaliserons pas en géométrie l'activité interactive de conception, cependant nous utiliserons la théorie des catégories dans cet esprit de géomètre, cherchant à décrire une géométrie des calculs.

Il faut cependant signaler que la géométrie n'intervient pas explicitement en informatique. Nous allons cerner sa présence discrète aux différentes échelles des interactions entre les personnes et le calcul.

- **A l'échelle du jeu social:** notre thèse est que l'introduction d'une géométrie permet la prise en compte de la manifestation du jeu social dans la construction de théories. Par exemple, un créateur quelconque, doué d'une bonne imagination, propose une solution à un problème. Un encadrement expérimenté qualifie techniquement le problème et la solution que le créateur propose. Un jeu social, quand il légitime ou invalide la création, canalise l'activité du créateur en lui conférant un statut social.

- **A l'échelle de l'interaction personne/machine,** pour décrire l'espace dans lequel un calcul s'exerce et se contrôle, on préfère parler d'environnement et d'architecture de machine. La mise en lumière d'une géométrie des calculs s'accompagne de la prise en compte de notions qui surprennent, tant elles introduisent la philosophie au cœur même du dispositif de calcul. Leibniz (3), Boole, Peirce (13), philosophes et mathématiciens anticipaient sur les ordinateurs actuels quand ils attribuaient au calcul une aptitude abstraite à manipuler les mots pour associer les idées et les choses. Et, ces philosophes ont déterminé les opérations élémentaires de calcul et ils les composent en nombre infini en faisant intervenir les séries, les notions de convergence, de comparaison, de continuité et de limite. Ils distinguent les mondes des idées et des choses pour faire exister une pensée universelle, ou simplement la pensée de quelqu'un. Ils proposent des structures donnant à un sujet la faculté de concevoir en utilisant des abstractions, des formalisations et des vérifications de théories. Pour que se mette en route une machine à penser capable de s'abstraire de la matière qui la constitue, ils posent les principes de l'enchaînement, du discernement et de l'identification de raisons. Nous allons voir qu'il n'en faut pas plus pour importer des notions de géométrie dans la formalisation calculable d'une activité informatique.

- **A l'échelle du processus de calcul,** les formalismes de l'informatique font intervenir les notions de fonctions calculables ou approximables, celle de classes de fonctions de complexité comparable, de capacité de traduction d'un formalisme dans un autre. Là encore, la géométrie n'intervient pas de manière explicite. Elle est sous-jacente dès que l'on unifie des types, ou que l'on pose une hypothèse d'induction pour justifier une approximation, ou encore quand on cherche à traduire une classe de problèmes en une autre.

- **A l'échelle des composants,** de leurs placements physiques sur une carte électronique et de leur mise en relation par des circuits, la géométrie est incontestablement présente et joue un rôle important quand il s'agit d'organiser

ce placement de manière à optimiser les performances en espace et en temps de réponse des circuits de telle manière qu'un processus individuel d'attention intuitive puisse se mettre en place.

Nature catégorielle du calcul

L'enjeu est ici de dégager les notions primitives permettant de décrire le contrôle et l'organisation des calculs indépendamment des différentes échelles que nous venons d'illustrer.

De tout temps, catégoriser exprime la capacité d'isoler, de distinguer l'universel et de le séparer du particulier, de spécifier comment décrire des phénomènes, comment distinguer ce qui prévaut dans leur description, comment transcrire une représentation dans une autre, et comment traduire et confronter des représentations.

Du temps d'Aristote, catégoriser consistait à préparer un acte d'accusation. Catégoriser est ainsi un préalable à l'énonciation et au jugement. Nous allons montrer comment les très vénérables principes de raison *"Rien n'est sans raison"*, d'identité *"A' est le même que A'"* et de contradiction *"Rien n'existe sans son contraire"* (8), fondant une formulation de l'activité de raisonner, se traduisent en théorie des catégories.

Nous allons maintenant développer les trois points que nous venons d'introduire en présentant progressivement comment:

- Formaliser en théorie des catégories, les principes de raison, d'identité et de contradiction afin de,
- Formaliser une géométrie du calcul soumis à une supervision de l'utilisateur de manière à,
- Esquisser enfin, une cosmologie du calcul.

Cadre catégoriel des calculs

Gaston Bachelard disait qu'il lui était rarement arrivé de penser à ce qu'il pense quand il le pense² On peut facilement faire des expériences montrant qu'il existe une limite de l'impensable qui marque par un blanc mental l'impossibilité de déterminer une raison à l'ordre 2. Dans l'étude suivante, nous pratiquerons de petites expériences de pensées de manière à comprendre les limites que nous nous imposons pour raisonner sur les raisons d'un calcul.

² De manière amusante cela revient à dire: "cogito² ça va, cogito³ bonjour les dégâts!"

La théorie des catégories sera en arrière plan de cette étude car elle nous a permis de définir comment mener avec rationalité et adéquation des raisonnements dont les termes sont des calculs. La rationalité contraint un calcul à avoir une raison. Les enchaînements de raisons contraignent les flots de calculs. L'adéquation donne la potentialité pour un calculateur de donner du sens à un ensemble de calculs. Nous allons lier la rationalité au principe de raison et l'adéquation au principe d'identité. Le principe de contradiction concerte les deux principes.

Le Principe de raison ou la faculté de raisonner avec rationalité

“Rien n'est sans raison”,

C'est l'expression la plus concise du principe de raison. Le principe de raison est celui de la rationalité d'un raisonnement – qui se présente comme un enchaînement de raisons- On pose qu'un terme “sans raison” n'est pas à sa place dans un raisonnement.

Les termes et relations entre termes

Au départ, on pose l'existence de termes pour énoncer un calcul: ces énoncés seront des nœuds, des cailloux, des équations ou encore les énoncés d'une langue. Nous allons tout d'abord montrer comment un raisonnement porte sur des enchaînements de termes. Puis nous montrerons que raisonner consiste à associer aux termes leur “raison d'être” dans le raisonnement et à vérifier “qu'aucun terme n'est sans raison” et que l'agencement des raisons de la présence des termes vérifie les contraintes de correction que nous nous imposons.

Tout d'abord pour exprimer les raisonnements de la vie courante, il faut disposer de termes et les lier mutuellement.

Prenons le monde de l'hôtellerie. On pose que le terme *un hôtel sans chambre* est absurde, s'il n'y a pas un terme autre que lui-même qui le justifie. On pose aussi que *servir un petit déjeuner dans une chambre* commande *de disposer d'une chambre*.

On établit ainsi une relation:

Absurde $\rightarrow$ *chambre* $\rightarrow$ *petit déjeuner*.

Cependant cette relation n'est pas un ordre causal, seul un choix supplémentaire de grande importance, imposé en logique et qui consiste à se donner une négation, conduit à formuler des implications comme *pas de chambre ou petit déjeuner*.

Reprenons notre petit exemple hôtelier, nous voulons montrer qu'il est possible de raisonner sur l'agencement des termes. Posons un terme *Brunch* pour exprimer une forme de restauration qui tient à la fois du déjeuner et du petit déjeuner. Nous aurons:

Absurde $\rightarrow$ petit déjeuner $\rightarrow$ Brunch1
 Absurde $\rightarrow$ petit déjeuner $\rightarrow$ Brunch2
 Absurde $\rightarrow$ lunch $\rightarrow$ Brunch1
 Absurde $\rightarrow$ lunch $\rightarrow$ Brunch2
 Brunch1 $\leftrightarrow$ Brunch2

Nous voici dotés de diagrammes composés de termes et de flèches entre les termes. Les flèches entre les termes expriment ici des enchaînements de termes. La théorie des catégories utilise des diagrammes transitifs de flèches et de points pour définir des objets mathématiques. Nous l'utilisons pour exprimer comment des objets se discernent ou se rassemblent à travers le calcul de leurs propriétés. Le diagramme suivant décrit les relations que nous venons d'écrire. Il indique qu'un *brunch* se formule à partir du lunch et du petit déjeuner.

Dans le petit exemple précédent interviennent des flèches et des termes qui montrent comment les termes particuliers *brunch1* et *brunch2* sont formés.

Les raisons et enchaînements de raisons

Ayant ainsi posés des diagrammes exprimant des agencements de termes. Nous pouvons analyser ces diagrammes et montrer comment ils sont le support de raisons et de raisonnements.

Considérons les termes *brunch1* et *brunch2*, ils sont écrits avec les signes *brunch*, 1 et 2, et ils ne se distinguent pas l'un de l'autre par les termes qui leurs sont associés par des flèches. Nous pouvons les considérer comme deux objets d'une catégorie notée *?brunch*, qui a pour "raison d'être" de désigner n'importe quel *brunch* particulier. Ce faisant, nous introduisons une opération nouvelle.

Cette opération agit sur un terme *brunch* et elle produit un terme *?brunch*. Si on duplique l'opération, on crée le terme *??brunch*. Par une petite expérience de pensée, on peut se convaincre que l'on ne sait pas mentalement différencier "particulariser des termes particuliers" de "particulariser". Cela revient à poser une équivalence entre *??brunch* et *?brunch*.

Pour progresser dans la formalisation considérons que *?* est une opération qui, quand on l'applique à un *terme* produit un nouveau terme *?terme* qui exprime ce que ce terme a de concret. Si maintenant on a un terme, il est intéressant de savoir quelle est sa raison d'être dans un raisonnement, nous venons de définir une première raison qui est celle de concrétiser un terme. Introduisons une nouvelle raison qui est celle d'abstraire. Prenons des catégories, le repas, la liberté, la mesure ou l'ensemble. Chacun de nous peut constater qu'il est lui difficile mentalement de trouver une abstraction à l'abstraction de la catégorie liberté. On trouve que liberté est déjà abstrait. Il est ainsi raisonnable de poser que *!!liberté = !liberté*.

Nous avons ainsi introduit une nouvelle raison pour la présence d'un terme dans un raisonnement: l'abstraction. Etudions comment se composent ces raisons. Par exemple, concrétisons l'abstraction de la catégorie des libertés en créant des catégories notées *?!liberté*. On peut mentalement facilement réaliser l'opération et trouver des objets de cette catégorie comme *la liberté d'opinion* ou *la liberté de mouvement*. De la même manière, si on abstrait la catégorie concrète *? brunch*, on trouve la catégorie *!? brunch* qui exprime la catégorie des repas pris le matin. *?! liberté* exprime ce que l'on doit retrouver dans toutes les pratiques de la liberté. Ainsi augmente l'ensemble des raisons qui justifient la présence d'un terme dans un raisonnement.

Classiquement depuis Aristote, on distingue les 'universaux' qui expriment les abstractions et les 'particuliers' qui expriment ce qui est concret, qu'on appelle aussi 'accidents'. Si on considère que l'abstraction de la catégorie des *personnes humaines* est l'*humanité*, notée aussi *!humanité* par suite de la propriété de l'abstraction. *?humanité* est une personne concrète; soit Pierre ou Paul. L'abstraction des personnes concrètes que l'on note *!? humanité* correspond à *!humanité* seulement si on décide d'interdire d'utiliser dans un raisonnement des raisons qui distingueraient les hommes selon d'autres raisons comme leur race ou encore comme leur richesse. Par exemple, l'interdiction de telles raisons viendraient qu'elles ne seraient pas reconnues comme telles dans un tribunal.

Appelons 'raisons' tous les types construits par la composition des *?* et *!*. Les contraintes suivantes limitent à trois, cinq, sept le nombre de 'raisons' distinctes que l'on peut construire.

1. $! ? = ! ; ? ! = ?$: sans raison, universel, particulier.
2. $! ? ! = ! ? ; ? ! ? = ? !$: sans raison, universel, particulier, nécessité, possibilité.
3. $(! ?)^2 = ! ? ; (? !)^2 = ? !$: sans raison, universel, particulier, nécessité, possibilité, procédure, convention de calcul.

Expliquons les trois types de contraintes précédentes. Tout d'abord, nous avons repéré que les contraintes de type 1 donnaient seulement deux types de raisons qui ressemblent aux universaux et aux particuliers des syllogismes d'Aristote, on peut les voir comme les quantificateurs permettant de dire "tous les hommes sont mortels" et "quelques hommes sont mortels". Les contraintes de type deux limitent les raisons aux quantificateurs et aux modalités. Elle correspondent aux raisons des raisonnements en logique d'ordre 1. Les contraintes de type trois, correspondent selon nous aux contraintes du calcul, et elles ne se réduisent pas aux raisons du raisonnement logique.

Distinguons par un exemple les trois types de raisons. Considérons le terme "les brunchs ont lieu le matin" introduisons une raison à ce terme et posons "en général, les brunchs ont lieu le matin".

Si je ne distingue pas les termes suivants "tous les brunchs ont lieu le matin" "nécessairement, les brunchs ont lieu le matin" et "il est convenu que, les brunchs ont lieu le matin" alors je suis dans la situation 1 qui sera appelée par la suite **rationalité limitée**.

Si je ne distingue pas les termes suivants "il est convenu que les brunchs ont lieu le matin", "nécessairement, les brunchs ont lieu le matin", je suis dans la situation 2 qui sera appelée par la suite **rationalité délibérative**.

Si je distingue les termes suivants "tous les brunchs ont lieu le matin" "nécessairement, les brunchs ont lieu le matin" et "il est convenu que, les brunchs ont lieu le matin", alors je suis dans la situation 3 qui sera appelée par la suite **rationalité calculatoire**.

Le diagramme suivant va montrer qu'en rationalité calculatoire on peut se servir de raisons qui sont sans raison en logique. En logique, ce qui est possible correspond à ce qui a une procédure correcte. Une procédure correcte qui a un résultat impossible provoque un effet de surprise, source potentielle de nouveauté si on sait le reproduire pour l'examiner.

<i>Des raisons de la rationalité calculatoire que l'on peut discerner mentalement</i>	procédure	possibilité	particulier
La procédure est correcte et possible et avec résultat	1	1	1
La procédure est correcte et impossible et avec résultat	1	0	1
La procédure est correcte, possible et sans résultat	1	1	0
La procédure est correcte, impossible et sans résultat	1	0	0
La procédure est incorrect, possible et avec résultat	0	1	1
La procédure est incorrecte, impossible et avec résultat	0	0	1
La procédure est incorrecte, possible et sans résultat	0	1	0
La procédure est incorrecte, impossible et sans résultat	0	0	0

Les limites de la rationalité délibérée

Le principe de raison pose que raisonner revient à transcrire des raisons en raisons. Mais en pratique, cette transcription est d'une telle complexité qu'il faudra se donner la capacité d'une traduction approximative mais suffisamment fidèle pour que l'on puisse la déclarer convenable. Nous allons, en théorie des ensembles, illustrer pourquoi la transcription entre raisons n'est pas réalisable sous la forme de calculs effectifs.

En théorie des ensembles, un ensemble est caractérisé en compréhension par une forme conjonctive normale CNF. Il est caractérisé en extension par une forme disjonctive normale DNF. Supposons que n variables booléennes formant la catégorie *?ensemble* servent à la description d'un ensemble particulier. La forme DNF en est la transcription *!ensemble* et la forme CNF la transcription *?ensemble*. Les formes CNF et DNF se transcrivent mutuellement. La complexité de la transcription d'une forme CNF en DNF est comprise entre $(3^n)/\sqrt{n} > x > (3^n)/n$. Cette transcription est réalisable par un algorithme, mais il ne lui correspond pas de calculs réalisables avec une machine, à l'échelle de la patience humaine, pour des tailles suffisamment importantes de données.

Le Principe d'identité ou la faculté de juger d'une adéquation

"A' est le même que A".

Nous venons d'illustrer l'impossibilité de procéder au calcul effectif et exact d'une transcription entre des raisons dans une rationalité délibérée. Comme le principe de raison ne prend pas en charge le raisonnement approché, nous allons devoir introduire une possibilité de raisonner de manière approchée sous la supervision d'un utilisateur qui a comme mission de garantir que sous ses formes changeantes, on parle toujours de la même chose. Le principe d'identité pose ainsi la possibilité de raisonner de manière approximative en désignant de

la même manière une entité qui se présente sous des apparences différentes selon les termes qui servent à sa formulation par un utilisateur, à sa formalisation pour la calculer et à la figuration des calculs pour la superviser.

L'exemple suivant montre l'action du principe dans une pratique scientifique (2) qui consiste à simuler sur un ordinateur des expérimentations envisagées de manière à choisir celles qui seront les plus profitables:

- “*in abstracto*” explicite la capacité abstraite du scientifique de se faire une représentation mentale “non symbolique” d’une expérience.
- “*In silico*” exprime son aptitude à en produire une formalisation “symbolique” calculable avec des ordinateurs.
- “*In vitro*” exprime sa capacité pratique d’expérimentation “physique” de cette théorie.

La double flèche expérimentale exprime la capacité de confronter le formalisme et l’expérience.

- La flèche descendante exprime la capacité d’énoncer formellement un fragment du monde.
- La flèche en pointillé exprime la capacité qu’à l’observateur d’identifier ce qu’il voit dans l’éprouvette comme adéquat avec ce qu’il constate *in vivo*.

L’observateur, figuré par un losange, formule son observation. Puis, il la formalise de manière calculable par une machine, figurée par un carré. La différence entre ces deux formes est là pour montrer que ces catégories sont hétérogènes. L’utilisateur ensuite, confronte sa formalisation à une configuration réalisable matériellement autant de fois qu’il le souhaite. Il cale alors son protocole expérimental. Il s’assure ensuite de l’adéquation entre ce qu’il formule et ce qu’il constate. Dans ce diagramme, la relation horizontale “symbiotique”, qui existe entre la modélisation et la vérification, peut se faire de manière automatique. Les deux relations verticales supposent que l’observateur trouve “sympathique” ce qui reflète sa pensée. L’observateur ne participe pas directement. Bien que concerné, l’observateur n’est pas impliqué par le calcul.

Nous allons illustrer comment le processus d’approximation correspond à une recherche de stabilité. Nous pouvons admettre qu’une formalisation ma-

thématique est utile car elle met de l'ordre dans la formulation. Cette formalisation comprime l'information à formuler créant de ce fait, un gain en information de Kolmogorov. La mesure de ce gain venant d'une mise en ordre est une néguentropie. Notons par un rond dans un carré, le fait que la formulation est plongée dans la formalisation. La figuration d'une formalisation montre partiellement la formalisation. Cette information partielle fait que l'utilisateur projette sa pensée sur ce qui est montré. Il voit plus que le dessin, en particulier, il peut imaginer y retrouver sa formulation qui déborde la formalisation. Symbolisons par un *carré dans un rond* le fait que pour l'utilisateur la formulation déborde la figuration quand il l'évalue. Et notons par un *carré dans un rond dans un carré* le fait que l'utilisateur itère le processus jusqu'à un point fixe.

Les diagrammes précédents distinguent :

1. La formulation des idées de l'observateur contraint par sa culture.
2. Les langages formalisant un calcul approché.
3. Les matériaux et méthodes de l'expérience.

Ces catégories distinctes s'influencent mutuellement. Une telle démarche d'analyse se retrouve chez Platon, Bacon, Descartes, Leibniz, Peirce ou Popper (15). Descartes lie la subjectivité à la construction d'une identité. Leibniz s'intéresse à une universalité de la décomposition en trois mondes. Popper identifie les mondes celui de la physique, celui de l'expérience et celui des produits de l'esprit humain.

Illustrons succinctement ces trois mondes.

La pertinence de la notion de triangle est associée au fait que je constate mentalement la propriété qu'*un triangle est une figure géométrique qui a trois sommets*. Cette propriété est identifiée comme conséquence de sa formulation formelle.

Si maintenant je dis qu'*un nombre pair est la somme de deux nombres premiers*, je donne une propriété formelle qui est identifiable par le calcul mais que je ne peux pas m'exercer à reproduire mentalement.

 

à une théorie scientifique. Et nous posons que l'adéquation oppose une *formulation* d'une idée, une *formalisation* qui exprime mathématiquement cette formalisation et une *figuration* de la formalisation qui permet à l'utilisateur de s'assurer de la bonne formalisation de son idée. Une formulation est adéquate si l'utilisateur accepte la figuration de la formalisation de sa formulation qu'il voit sur son écran. Il a ainsi la capacité de superviser ce qu'il formule.

Les spécifications de conception sont contraintes par la nécessité de devoir être réalisées par des calculs effectifs et leur figuration sur un écran doit paraître correcte à un utilisateur compétent.

Les mathématiques sont utilisées pour exprimer une formulation de telle manière que l'on puisse faire des calculs approchés. Cette forme de réductionnisme de la formulation au calcul est souvent appelé un réductionnisme ontologique. Le contrôle de la cohérence est ramenée à l'examen de la cohérence logique des calculs en cours. Cette démarche relève d'un réductionnisme épistémique qui donne à la logique la mission de définir la cohérence des calculs en cours d'exécution.

L'organisation des calculs selon une démarche qui permet que ce qui est mathématiquement formulé puisse se transcrire en comportement logiquement cohérent relève de l'adéquation heuristique, ce troisième réductionnisme "heuristique" est une contrainte supplémentaire posée sur le réductionnisme ontologique pour que ses calculs même inachevés soient acceptables pour un raisonnement logique.

Trois adéquations correspondent à ces trois type de réductionnisme

1. L'adéquation "heuristique" contraint une rationalité limitée.
2. L'adéquation "épistémique" contraint une rationalité délibérée.
3. L'adéquation "ontologique" contraint une rationalité calculatoire.

Illustration

L'emboîtement des rationalités et des adéquations est un peu compliqué, nous allons l'illustrer en nous inspirant d'une idée de Jean Paul Delahaye(4).

Donnons-nous trois degrés de formulation.

1. Formulation mathématique approchée:

Le premier degré est une formulation mathématique approchée, au sens que ce qui est formulé est mathématiquement correct mais pas nécessairement programmable car on ne peut calculer que des approximations ou alors on ne peut rien calculer du tout. Un Hamiltonien en physique se calcule de manière approchée en faisant des hypothèses simplificatrices dont on mesure l'influence sur le résultat. La conjecture "tout nombre aléatoire n'est pas la somme de deux nombres premiers" se formule mathématiquement mais ne se calcule pas de manière approchée. Elle se problématise bien au sens que l'on peut être en accord ou en désaccord avec cette conjecture et examiner si elle s'accorde avec le consensus actuel sur la notion de nombre aléatoire.

2. Formulation mathématique axiomatique

Le second degré est une formulation mathématique en théorie des ensembles par des fonctions calculables qui correspondent selon la thèse de Church à des Machines de Turing.

3. Formulation mathématique constructive

Le troisième degré est celui des formulations mathématiques constructives qui correspondent à des systèmes formels constructifs au sens du système F. de Girard (5), ou encore tout ce qui se formule par des calculs finis en arithmétique.

Donnons-nous un tableau dont chaque case correspond à un calcul ayant une rationalité et une formulation.

Nous avons vu que les différentes rationalités sont ordonnées. Nous avons ainsi la justification du jeu de flèches horizontales. Le jeu de flèches verticales marque les traductions des formulations constructives en formulation axiomatiques et en formulation approchées. Le carré du bas exprime l'adéquation ontologique et le carré du haut l'adéquation heuristique. Le jeu des traductions contraint le carré du milieu qui exprime l'adéquation épistémique. Les trois carrés marquent la cohérence globale mathématique, logique et informatique d'un calcul. L'incohérence provoque des révisions de la manière de décrire par des formules mathématiques ou sur la manière de calculer effectivement.

Tout d'abord, les mathématiques donnent une ontologie convenable des raisons des calculs. Comme exemple de raisons, nous dirons que "c'est une bonne/mauvaise hypothèse, c'est une preuve correcte/incorrecte, une conjecture judicieuse/malheureuse.

L'adéquation ontologique donne les relations entre toutes ces raisons. Donnons le diagramme des relations. Illustrons un morceau du diagramme. Au lecteur de retrouver les liens qui expriment les relations entre *preuve*, *objet*, *conjecture* et *lemme* dans le diagramme suivant, en s'assurant que cela ne heurte pas trop ses idées sur la démarche scientifique de supervision de calculs exercés en rationalité calculatoire. Dans le diagramme de l'adéquation ontologique la première colonne donne la formulation de l'idée, la seconde la formalisation de l'idée et la troisième sa figuration.

Ainsi "*une preuve prouve des conjectures qui traduisent des lemmes qui se concrétisent en objets qui vérifient ou réfutent la preuve*"

Ce diagramme est lui-même une formulation par des termes d'une résolution de problèmes. Nous appelons agent rationnel un système qui a une adéquation ontologique. Ce système calcule en respectant les contraintes sur les raisons de ses calculs présentées dans le diagramme précédent. Nous avons pu démontrer que si on impose à un agent rationnel de se comporter quand il raisonne selon une rationalité limitée et que ce dernier vérifie une adéquation heuristique alors son comportement vérifiera une adéquation heuristique. Ce qui veut dire qu'un groupe de travail pourra juger s'il est correct ou non.

Modèle en couche

Dans une société de l'esprit comme celle de Marvin Minsky (11) l'individu est un pion social dont l'initiative est critiquée par ses pairs dans un groupe de travail. L'individu est modifiable, ce qui donne à la société la capacité d'évoluer en le transformant.

Les notions d'agent, de groupe de travail et de société vont construire l'espace dans lequel la pensée prend de la puissance car elle se transforme en pensée efficace. La société modèle des agents, les agents se singularisent et les groupes de travail les discernent. Ce cycle de création, d'individualisation, et de discernement donne la structuration de la pensée. Cette structuration lui permet de profiter du flot des accidents pour s'adapter, pour réagir, pour canaliser à son bénéfice toutes les énergies qui agissent sa matière. Une société de l'esprit est ainsi un espace ayant ses dimensions, ses systèmes de mesure, ses structures, sa dynamique qu'il nous faut maintenant examiner.

L'espace de pensée que nous venons de développer est celui de l'emprise d'une pensée sur les réalisations matérielles. Nous prenons en compte le besoin d'agir matériellement pour penser; que l'action se passe dans notre cerveau, dans notre laboratoire ou alors qu'elle agite des électrons dans des machines, montrons comment les modèles en couche de l'informatique organisent la supervision du calcul.

L'organisation en couche d'une société de l'esprit

Nous examinons différentes conceptions courantes en informatique d'une architecture organisée en niveaux. Chaque niveau est autonome d'un point de vue conceptuel et chaque niveau se traduit dans le niveau du dessous.

Le tableau suivant expose les modèles en couche en reprenant la démarche de Nicola Guarino (7)

Niveaux	Identification	Interprétation
heuristique	La personne sociale	Subjective
épistémique	Le groupe de travail	Inter-subjective
ontologique	L'agent rationnel	Objective
structurelle	Le modèle	Arbitraire
logique	La formule	Arbitraire
opératoire	Le calcul	Arbitraire

Les trois niveaux primitifs explicitent comme nous venons de le voir la machinerie. Les adéquations correspondent aux niveaux supérieurs. On retrouve la construction ontologique d'un individu et la construction épistémique d'une personne au travers d'un jeu social.

Quand l'individu est une personne, la société va le contraindre à avoir un comportement prévisible et explicable s'il veut conserver les avantages de son statut social.

Le tableau suivant positionne les niveaux de base selon les idées de van Benthem (20). Les automates réalisant les calculs sont les couches qui portent les informations en œuvre dans les sociétés.

Niveaux	Identification	Réalisation
Heuristique	La personne sociale	
Epistémique	Le groupe de travail	
Ontologique	L'agent rationnel	Flux d'information
Structurelle	Le modèle	Algèbre relationnelle
Logique	La formule	Logique dynamique
Opératoire	Le calcul	Calcul booléen

Dans les modèles en couche, les opérations réalisées dans une couche se traduisent dans les opérations de la couche inférieure. Ces couches se discernent bien si le temps de réalisation des opérations élémentaires de

calcul dans les couches basses est plus rapide d'un ordre de grandeur face à celui des couches hautes. Ainsi, le calcul se réécrit de couche en couche tant qu'un temps excessif de calcul d'une couche ne pénalise l'organisation totale du calcul. Nous introduisons ainsi une nouvelle donnée, celle de la consommation de ressource en temps de calcul.

Les jeux d'offre et de demande d'informations fixent la nature des flux d'informations qui font la société de l'esprit. La notion de flux d'informations impose des émetteurs, des récepteurs et des canaux de transmissions véhiculant des messages ayant un contenant et un contenu. Ces notions ne relèvent pas de la logique. Dans le contexte d'une société de l'esprit, l'échange d'informations consomme du temps.

Esquisse d'une cosmologie des calculs

Dans ce chapitre, nous expliquons comment le temps se construit lors de la supervision du calcul. Nous avons tout d'abord besoin de préciser davantage comment l'attention intuitive et l'attention rationnelle interviennent pour organiser la perception et la compréhension. La connaissance scientifique sera posée comme une compréhension maximale des phénomènes.

Pour faire comprendre l'attention intuitive, rappelons le principe du cinéma. Etant donné :

- Un temps de pause durant un instant 10^{-2} seconde
- Une suite de clichés de trente clichés par seconde permettant une attention intuitive.
- Notre connaissance du monde et les explications des érudits nous rendent capable de discerner et d'apprécier un mouvement selon notre attention rationnelle.

Le principe du cinéma se généralise dans la démarche scientifique. En effet, en plus de la faculté de revoir à volonté un film, en sciences nous pouvons en faire varier les paramètres afin de soumettre des variantes à notre attention intuitive et rationnelle.

Pour un système observé, une théorie scientifique permet l'étude d'un phénomène que l'humanité a su discerner. Nous donnons le temps de pose, c'est-à-dire le temps minimum à attendre pour voir une variation du phénomène. L'échantillonnage à trente images par seconde est une donnée vraie pour l'homme, elle ne permet de voir que ce qui est discernable de son milieu lors une variation lente.

Dans cette table, les différentes échelles de temps sont associées selon deux principes. Le premier organise les différentes échelles de temps qui interviennent dans les systèmes vivants, le second explicite les temps des phénomènes chimiques et physiques.

Ce tableau suivant est inspiré des travaux de Newell (12). Il situe l'esquisse de cosmologie de cet article. Nous allons voir comment s'organisent les différentes couches de calcul. Nous allons principalement nous intéresser à la couche qui établit la mise en relation des calculs physiques et de leur supervision par l'activité humaine. Cette couche est marquée par la capacité d'avoir une attention intuitive, c'est à dire la capacité d'appréhender une suite de calcul comme on le fait pour une séquence d'image d'un film. Cette attention intuitive est obtenue par l'organisation en couche qui vient d'être présentée sous le nom de société de l'esprit.

Echelle seconde	Temps de pose	Système observé	Ce qui bouge lentement
10^{15}	15 milliard d'années	Univers	Les créations du monde
	4,5 milliards d'année	Terre	Les conditions de la vie
10^{14}	3,5 milliards d'années	Vie	Les théories de l'évolution
<hr/>			
10^{13}	Million d'année	Humanité	Mutagenèse dirigée
10^{11}	Millier d'années	Humanité	Les organisations sociales
10^{10}	Centaine d'année	modernité	Les outils
10^9	Dizaine d'années	Homme	L'expérience
10^8	Année	Homme	Education
10^7	Mois	Homme	Entraînement
10^6	Semaine	Homme	Apprentissage d'un outil
10^4	Heure	Homme	Attention rationnelle
<hr/>			
10^1	Seconde	Homme	Attention intuitive
10^{-1}	100ms	Pensée intentionnelle	
10^{-2}	10ms	Réflexe	
10^{-5}		Les macromolécules	Les macromécules
10^{-9}	Nano-seconde	Machine	La réalisation d'un calcul
10^{-15}	Fempto-seconde	Les atomes	Les électrons
<hr/>			
10^{-17}			Les photons
10^{-23}			L'antimatière/matière
10^{-43}	Temps de Planck		Limite de la perception

Commentons le tableau. L'humanité est capable d'influencer les événements situés entre les deux lignes en ligne pointillée et en particulier d'influencer sa capacité de raisonner. Ce processus modifie le système de traitement de l'information par une réorganisation de l'architecture matérielle réalisant le calcul. C'est ainsi que l'expérience, l'éducation nous changent, nous rendent capables de comprendre davantage de phénomènes.

Par ailleurs, les couches basses du calcul se font en domestiquant les électrons et en les canalisant dans des circuits. L'informatique, quand elle sait faire des calculs plus volumineux, agence sous l'attention intuitive d'une personne plus de données et de calculs, elle lui donne alors la capacité d'exercer son attention rationnelle et de faire des théories plus prédictives et efficaces et de les utiliser à bon escient pour intervenir sur le monde vivant et sur le monde matériel.

Conclusion

Nous avons proposé une cosmologie du calcul. Ce système est organisé de manière systématique en couches. Chaque couche est une abstraction de la couche qui la supporte et cette couche supervise les conséquences pratiques des calculs effectués dans la couche subalterne. Des théories scientifiques rationalisent chaque couche identifiée par leur faculté de prévoir et d'expliquer les phénomènes.

Le cumul de ces couches forme une cosmologie. L'espace de la pensée ainsi systématisé est associé aux couches pour lesquelles il y a des théories prédictibles et explicables pour une société composée d'individus appartenant à des groupes techniques.

L'activité scientifique participe de l'aventure humaine en déplaçant les limites de ce qui peut se penser, en augmentant les ressources de calcul disponibles pour modéliser ce qui maintenant outrepasser nos capacités d'attention.

Références bibliographiques

- (0) ASCHER, Marcia. *Mathématiques d'ailleurs Nombres, formes et jeux dans les sociétés traditionnelles*. Seuil, 1998.
- (1) ALEKSANDER, Igor. *Impossible minds, my neuron my consciousness*. Imperial College Press, 1996.
- (2) DANCHIN, Antoine. "By way of introduction: somme constraints of the cell physics that are usually forgotten, but should be taken in silico genome analysis". In: *Biochimie* 78, (1996): 299-301.
- (2) COUTURAT, Louis. *La logique de Leibniz*. Georg Olms Hildesheim, 1961.
- (3) DELAHAYE, Jean Paul. *Information, complexité et hasard*. Hermes, 1994.
- (4) GIRARD, Jean-Yves. *Proofs and types*. Cambridge University Press, 1989.
- (5) GOLDBLATT, Roger. *Topoi, the categorical analysis of logic*. North Holland Publishing Company, 1979.
- (6) GRINDBERG Léon, et alii. *Nouvelle introduction à la pensée de Bion*. Césura, 1996.
- (7) GUARINO, Nicolai. *The ontological level*. In: 16^e Wittgenstein Symposium on Philosophy and Cognitive Science Hôlder-Pichler-Tempsky, Austria, 1994.
- (8) HEIDEGGER, Martin. *Le principe de raison*. TEL Gallimard, 1962.
- (9) Mc CARTHY, John. *Artificial Intelligence, logic and formalizing common sense*. In: THOMASON, Richmond. *Philosophical logic and Artificial Intelligence*. Dordrecht; Kluwer-Academic, 1989.
- (10) MINSKY, Marvin. *La société de l'esprit*. Inter-éditions, 1988.
- (11) NEWELL, Alan. *Unified Theories of cognition*. Cambridge MA, Havard University Press, 1990.