

Uma questão relativa ao traçado de curvas em estradas de rodagem

IZAÍAS RANGEL NOGUEIRA

Assistente da 6a. Cadeira

As tabelas de locações de curvas circulares indicam raios de curvas até para as de grau igual (1) a 20°.

Calculemos o erro relativo que se comete em tomar a corda, em lugar do arco correspondente àquela amplitude, para se locar uma curva, por êsse processo.

A tabela VI da caderneta de Campo de Passos (2) indica para o ângulo de 20° a corda de 0,34730, medida em relação ao raio de 1 metro. O arco correspondente a 20° medido também em relação ao raio será: $R/9 = 0,34907 R$.

(1) Grau de curva é o arco ou ângulo central que subtende uma corda de 20 metros.

(2) Caderneta de Campo para uso dos Engenheiros incumbidos em trabalhos de estrada de ferro por Francisco Pereira Passos.

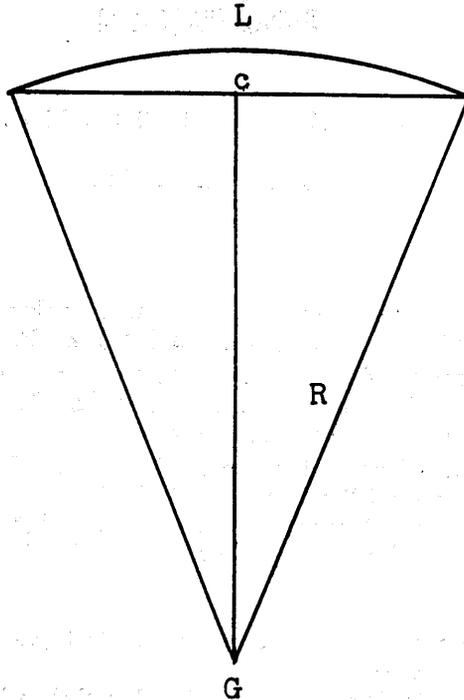
Como êste valor e o da corda são medidos na mesma unidade, poderemos achar o êrro relativo que se comete na substituição da corda pelo arco, e êste será :

$$E = \frac{0,34907R - 0,34730R}{0,34907R} = \frac{0,00177 R}{0,34907 R} = 0,0057,$$

próximo de $1/200$.

Êste êrro é relativamente grande, pois quando se deseja um traçado com aceitável aproximação é necessário que o êrro seja menor. Admitindo que êste êrro não deve ultrapassar $1/1.000$, demonstraremos que isto se dará quando demarcarmos cordas que correspondam no máximo a um ângulo de $8^{\circ} 52'$.

Consideremos um ângulo central G , compreendido por uma corda c , correspondente a um arco L .



Calculemos um valor para G correspondente a uma relação

$$\frac{c}{L} = 0,999,$$

cujo valor corresponde a um erro de 1/1.000 na substituição da corda c em lugar de L.

Da figura tiramos: $L = R \times G$, quando G é expresso em radianos, e $c = 2R \text{ sen } (G/2)$.

Tomando $G/2 = x$, para facilitar o cálculo que iremos fazer, teremos: $L = 2 R x$
 $c = 2R \text{ sen} x$. Substituindo estes valores na relação acima teremos :

$$\frac{2 R \text{ sen} x}{2 R x} = \frac{\text{sen} x}{x} = \frac{x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots}{x} = 0,999$$

O numerador da fração corresponde ao desenvolvimento em série da função $\text{sen} x$.

Simplificando aquela relação vem :

$$1 - \frac{x^2}{6} + \frac{x^4}{120} - \frac{x^6}{5040} \dots \dots \dots = 0,999$$

Nesta série, se desprezarmos os termos do terceiro em diante cometeremos um erro inferior, em valor absoluto ao primeiro termo desprezado, isto é a $x^6/5040$.

Como este termo desprezado é pequeno, desprezível mesmo para o arco ou ângulo central de 20°, com maior razão será para um arco que estamos supondo menor.

A equação fica :

$$1 - \frac{x^2}{6} + \frac{x^4}{120} = 0,999$$

Simplificando, teremos :

$$x^4 - 20 x^2 + 0,12 = 0.$$

Resolvendo esta equação encontramos :

$$x = \pm \sqrt{10 \pm \sqrt{100 - 0,12}} = 0,077471,$$

quando se considera somente o sinal negativo de dentro do radical. Como $x = G/2$, teremos que

$$G = 2 x = 0,154942 \text{ (expresso em radianos).}$$

Consultando tabelas que dão arcos medidos em relação aos raios (3), veremos que este valor corresponde ao ângulo central de $8^\circ 52' 39''$.

Portanto, se tomarmos ângulos inferiores a $8^\circ 52'$ cometeremos erros inferiores a $1/1.000$.

CONSEQUÊNCIAS

Em virtude do que demonstramos, se fixarmos o limite indicado, poderemos organizar tabela que fixe raios mínimos para cordas de comprimentos pré-determinados, tais como de 20m, 10m, 5m, etc., usuais em locações de curvas de estradas.

$$\text{De fato, } c/L = 0,999 \therefore c = L \times 0,999$$

$$\text{Mas: } L = RG \text{ e } G = 0,154942$$

então :

$$c = R \times 0,154918 \times 0,999 \text{ de onde tiramos :}$$

$$R = 6,461 c.$$

Dando valores a c , de 20, 10, 5 e 2 metros respectivamente encontramos :

(3) Tables Portatives de Logarithmes Par François Callet. Edition Stéréotype Graveé, Fondue et Imprimeé par Firmin Didot.

CORDAS	Raios mínimos para erros inferiores a 1/1000
m.	m.
20	129,2
10	64,6
5	32,3

Daí concluímos que podemos locar com cordas de 20 metros curvas que tenham raios no mínimo de 129,2 metros. Para raios inferiores, locaremos com cordas menores, de acôrdo com a tabela.

No caso de se querer locar uma curva de gráu 20, teremos que fazer a locação com cordas que equivalham a um ângulo central de 8°, se quizermos estar dentro do limite de 1/1.000.

Talvez por êste motivo é que na Caderneta de Campo de Passos encontramos: “Nas curvas de mais de 4° é conveniente marcar pontos de 10 em 10 metros”.

Astolfo da Silveira (4) assim se expressa :

“Estaqueia-se a linha do projeto de 20 em 20 metros, tendo o cuidado de estaquear de 5 em 5 metros as curvas de raios inferiores a 150 metros, de 10 em 10 metros as curvas de raio inferior a 300 e de 20 em 20 metros as de raios superiores a 300 metros.

Como se pode inferir dêsses conselhos, não há um critério único para locações de curvas com cordas pré-estabelecidas.

Além dos livros citados consultamos também:

A — Tratado General de Topografia por Doctor W. Jordan. Revisado y Ampliado por los Doctores C. Reinhertz e O.

Eggert. Versión de la 9a. edición alemana por José Maria Mantero.

B — Curso da Cadeira de Estradas de Ferro e de Rodagem de Geronymo Monteiro Filho.

(4) Topografia de Álvaro Astolfo da Silveira — 3a. Edição.

