

A harmonia mecanicista de Mersenne

Paulo Tadeu da Silva

Professor da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC)

A harmonia mecanicista de Mersenne

A relação entre música e ciência é um capítulo importante na história da ciência e da filosofia. Este artigo procura discutir alguns aspectos das investigações de Marin Mersenne sobre a música e a acústica, tendo em vista o desenvolvimento da teoria da coincidência da consonância e seu compromisso com uma visão mecânica da natureza, pela qual ele estabeleceu as propriedades físicas do som e proporções matemáticas dos intervalos musicais.

Palavras-chave: ciência, música, acústica, mecânica, Mersenne

Mersenne's mechanist harmony

The relationship between music and science is an important chapter in history of science and philosophy. This paper intends to discuss some aspects in Marin Mersenne's investigations about music and acoustics considering the development of the coincidence theory of consonance and his commitment with a mechanical view of nature, by which he established physical properties of sound as well as mathematical ratios of musical intervals.

Key words: science, music, acoustics, mechanics, Mersenne

A relação entre música e ciência remonta certamente aos gregos. Pitágoras é o primeiro a definir as relações numéricas das três consonâncias até então concebidas: 1:1 (unísono), 1:2 (oitava), 3:2 (quinta) e 4:3 (quarta). Como sabemos, o procedimento adotado por Pitágoras consiste na disposição de duas cordas nessas razões.

A aplicação da aritmética ao estudo dos intervalos musicais inaugurou uma longa tradição teórica, cujos desdobramentos podem ser observados em períodos posteriores. Essa tradição tem, nos séculos XVI e XVII, alguns representantes ilustres, como Benedetti, Stevin, Zarlino, Kepler, Vincenzo e Galileu Galilei, Beeckman, Descartes e Mersenne. As contribuições desses autores para os estudos sobre a música e a acústica não constituem propriamente uma repetição dos aspectos presentes na teoria pitagórica. Em alguns casos – os de Zarlino e Kepler, por exemplo – encontramos um tratamento muito próximo do modelo presente no pitagorismo (no que diz respeito à utilização da matemática), mas com alguns avanços quanto ao problema da determinação das consonâncias e de suas proporções numéricas¹. As teorias de Zarlino e Kepler, todavia, não recebem a aprovação de outros representantes da comunidade científica do século XVII. Em Galileu, Descartes, Beeckman e Mersenne, encontramos uma concepção completamente diferente e alternativa. Trata-se da teoria da coincidência da consonância².

¹ Dados os objetivos deste artigo, não pretendo desenvolver comentários mais extensos sobre as teorias de Zarlino e Kepler. Para uma análise mais detalhada da teoria do *senario* de Zarlino e da teoria geométrica de Kepler ver, por exemplo, os seguintes textos: Dostrovsky 4; Kessler 7; Cohen 2; Cohen 1.

² Cohen refere-se a essa teoria de duas formas: teoria da coincidência da consonância e teoria da coincidência. A partir deste momento, passo a utilizar a segunda forma.

Estamos familiarizados com a teoria da coincidência da consonância através do homem que a antecipou rejeitando-a. Outra igualmente anterior pode ser encontrada nas obras de Giovanni Battista Benedetti (1585). Porém, a teoria da coincidência foi realmente estabelecida por Isaac Beeckman (em 1614-5) – que a comunicou a René Descartes (em 1618-9) e a Marin Mersenne (em 1629), a quem ele conduziu na elaboração da teoria ulterior – e também, independentemente deste grupo, por Galileu, que publicou uma breve consideração em seus *Discorsi* de 1638.

Em sua forma mais simples, tal como exposta por Galileu, a teoria da coincidência da consonância caracteriza-se como segue. O som é concebido como uma sucessão de “batidas”, ou “percussões”, as quais são supostamente transmitidas de um modo muito similar ao que ocorre em uma lagoa tranqüila quando uma pedra é arremessada dentro dela. As batidas são produzidas pela vibração de uma corda ou outro instrumento musical. Ora, todo intervalo musical é caracterizado por uma sucessão padrão definida de tais batidas. (Cohen I, p. 359)³

Antes de qualquer consideração sobre a teoria da coincidência, é preciso esclarecer o início da passagem acima. Segundo Cohen, Kepler conhecia a hipótese central da teoria em questão, a de que os intervalos musicais poderiam ser explicados mediante as “batidas” produzidas por uma corda ou outro instrumento musical. Entretanto, ele rejeitou-a em virtude de dois problemas. Para Kepler, a teoria não conseguia explicar o que ocorria entre as vibrações que atingem o ouvido e o sentimento de beleza que ocorre em nós; além disso, ela também não forneceria qualquer explicação para o uníssono e outros intervalos musicais. O segundo problema recebeu, por parte dos

³ Cohen refere-se à parte final da primeira jornada dos *Discorsi* de Galileu Galilei, na qual o autor discute alguns problemas relativos aos intervalos musicais.

defensores da teoria da coincidência, um tratamento que responde às dificuldades apontadas por Kepler⁴. Por outro lado, ainda que houvesse dificuldades quanto à relação indicada no primeiro problema, a teoria da coincidência foi adotada como uma boa teoria. É importante notar, como alerta Cohen, que Kepler não foi totalmente cego com respeito a considerações de ordem física no tratamento dos fenômenos sonoros. Contudo, sua perspectiva esteve fortemente fundamentada na aplicação da geometria aos fenômenos em questão. Talvez por esse motivo ele não tenha chegado a uma solução próxima ou igual à sustentada por Beeckman, Descartes, Mersenne e Galileu.

Tal como exposta por Cohen, a teoria da coincidência apresenta alguns componentes fundamentais. O primeiro deles consiste na determinação da natureza física do som. Em certa medida, isso é uma marca distintiva dessa teoria com respeito a todas as soluções teóricas anteriores. Certamente, havia em todas elas um reconhecimento implícito de que o som é o efeito de um fenômeno físico; contudo, parece-me que é apenas na teoria da coincidência que encontramos um esclarecimento mais preciso do que está em jogo. O som passa a ser entendido como o resultado do choque de partículas ocasionado pela vibração de um corpo. Nesse contexto, já se encontra potencialmente incluído o segundo componente fundamental: a necessidade de um meio circundante que transmita a vibração. É precisamente aí que entra em cena a analogia com o arremesso de uma pedra num lago tranquilo. A transmissão das “batidas” é efetuada de um modo muito parecido com as ondulações que observamos quando atiramos a pedra. Ao serem percebidas pelo ouvido, tais vibrações são interpretadas como som. Eis o terceiro componente – este não mais de ordem puramente física, mas tangente ao contexto fisiológico. De fato,

⁴ Como veremos na terceira seção deste artigo, Mersenne discute o uníssono a partir da hipótese fundamental da teoria da coincidência, apresentando uma explicação consistente desse intervalo musical.

explicar os efeitos das vibrações no ouvido humano requer, por um lado, uma teoria fisiológica da audição e, por outro, uma teoria sobre os sentimentos resultantes da impressão originada por determinados intervalos musicais.

Tais aspectos colocam em evidência o cenário no qual determinados problemas serão interpretados. As soluções propostas pelos defensores da teoria da coincidência distanciam-se de um tratamento meramente aritmético ou geométrico. Encontramos aqui uma perspectiva que determinará, como sustenta Cohen (2, p. 96), o nascimento ou a origem da acústica. O que se pretende enfatizar é justamente o tratamento físico-matemático conferido aos intervalos musicais. A natureza da explicação não está mais limitada à comparação entre cordas diferentes tendo em vista o comprimento, a espessura e a tensão – ainda que tais variantes desempenhem um papel de grande relevância e, no contexto mesmo da teoria da coincidência, compareçam como elementos fundamentais para o estabelecimento de certas proporções numéricas. A diferença entre dois sons fundamenta-se na proporção das frequências das vibrações que os produzem. É justamente isso que encontramos na seguinte passagem dos *Discorsi* de Galileu, quando Salviati afirma:

Retornando, entretanto, ao nosso tema inicial, digo que a razão primeira e imediata das formas dos intervalos musicais não é o comprimento das cordas, nem sua tensão, nem sua espessura, mas antes a proporção entre as frequências das vibrações e as percussões das ondas do ar que ferem nosso tímpano, que vibra também nos mesmos intervalos de tempo. (Galileu 6, p. 84)⁵

⁵ É importante lembrar que, na continuidade do texto, Galileu estabelece a articulação entre o problema aqui colocado e aquele inerente ao sentimento produzido pela audição de certos intervalos. Segundo o autor, o sentimento de prazer ou de desagrado está diretamente relacionado com a proporcionalidade ou desproporcionalidade presente nas vibrações. Assim, uma vibração desproporcional determina o sentimento de desagrado, ao passo que uma vibração proporcional é acompanhada por um sentimento de prazer.

Galileu refere-se à razão primeira, isto é, aquela que deve ser tomada como a razão fundamental, aquela que em última instância dá conta da diferença entre dois sons, fornecendo, assim a base sobre a qual estão assentadas as proporções numéricas dos intervalos musicais. Nesse sentido, as variantes de comprimento, espessura e tensão submetem-se ao princípio básico indicado por Galileu nessa passagem. É inevitável concluir, então, que o conceito de vibração comparece como um elemento fundamental da teoria proposta pelo autor.

Entretanto, como foi dito anteriormente, a teoria da coincidência não foi sustentada apenas pelo filósofo e físico italiano, mas igualmente por Beeckman, Descartes e Mersenne. Dostrovisky, alguns anos antes de Cohen, já havia indicado a contribuição de todos esses autores para o desenvolvimento dessa teoria. De acordo com Dostrovisky, há um consenso em torno da hipótese geral.

Em resumo: de acordo com a visão que estava por todos os lados ao final do primeiro terço do século XVII, o som consistia de uma sucessão de pulsos (*percousse* para Galileu, *secousses* para Descartes, *battemens* para Mersenne e, posteriormente, Huygens). (Dostrovisky 4, p. 183)

Tanto Cohen quanto Dostrovisky entendem que Beeckman foi o primeiro a propor a teoria da coincidência, comunicando-a posteriormente a Descartes e Mersenne. Contudo, em concordância com os dois comentadores, talvez não seja exagero afirmar que foi Mersenne que conferiu à teoria um tratamento mais acabado, cujos resultados podem ser claramente verificados em seu monumental *Harmonie Universelle* (1636-7). A próxima seção será dedicada ao exame de alguns aspectos presentes nesse texto de Mersenne, tendo

Segundo Galileu, isso está diretamente associado à comensurabilidade ou incomensurabilidade das percussões efetuadas em um mesmo tempo. Para um esclarecimento mais detalhado desses aspectos, ver Galilei 6, p. 85.

em vista a confluência entre a sua teoria do som e o mecanicismo adotado pelo autor. Evidentemente, não pretendo fornecer aqui uma análise detalhada de todas as proposições presentes no *Harmonie Universelle* diretamente relacionadas com esse assunto, pois tal tarefa ultrapassa meus objetivos neste momento⁶.

Mersenne: acústica e mecanicismo

Antes de tratar do *Harmonie Universelle* propriamente dito, convém indicar rapidamente os textos de Mersenne relacionados com a música. O primeiro deles, *Traité de l'harmonie universelle*, aparece em 1627, durante a primeira fase do pensamento de Mersenne. Entre os anos de 1624 e 1627, o autor começa a abandonar as preocupações de ordem teológica para dedicar-se a questões de filosofia, matemática e ciência natural. Em 1634, definitivamente imerso nesse novo universo, Mersenne publica, juntamente com outros textos, as *Questions harmoniques* e *Les Préludes de l'harmonie universelle*. Finalmente, no final de 1636 e início de 1637, o autor publica o *Harmonie Universelle*. Nessa última obra, Mersenne discute uma gama muito variada de aspectos relacionados com a música, a mecânica e a acústica. De fato, os dezenove livros que compõem o tratado discutem temas muito diversos, tais como a natureza do som, o problema da queda dos corpos, a vibração das cordas e dos tubos, os instrumentos musicais, as regras de composição etc. Tratarei aqui de uma pequena parte do que se encontra nessa obra. Pretendo mostrar de que maneira a teoria sobre a natureza do som, a teoria da vibração das cordas e a teoria das consonâncias estão intimamente articuladas, e em que medida a acústica proposta pelo au-

⁶ Não obstante os limites deste artigo, vale indicar alguns textos que certamente apresentam uma discussão mais detalhada dos aspectos relacionados à música e à acústica na obra de Mersenne. Ver, por exemplo, Ludwig 9; Lenoble 8; Dostrovsky 5; Dostrovsky 4; Cohen 2; Cohen 1; Dear 3; Silva 12; Silva 13 e Silva 11.

tor pode ser entendida como resultado de seu mecanicismo. Em apoio ao que pretendo indicar um pouco mais adiante, chamo a atenção para algumas passagens de Lenoble e Dear, dois importantes estudiosos de Mersenne. No primeiro deles encontramos o seguinte:

A originalidade de Mersenne é ter definido, com uma precisão notável, a razão como o poder de estabelecer relações. Por isso ela nos permite corrigir a subjetividade do conhecimento sensível [...]

[...] a sensação não nasce de um registro passivo do objeto, mas de uma reação dos sentidos. Seus estudos de acústica e de óptica o fortalecem nesta opinião[...]

O papel próprio da razão é, com efeito, para ele, o de arbitrar os dados contraditórios dos sentidos e de estabelecer entre eles leis[...]

Ademais, a descoberta das leis da física mecanicista fornece um fundamento firme a essa doutrina tão notável de que a ciência verdadeira para o homem não é das essências, mas das relações. (Lenoble 8, pp. 316, 317, 321, 323)

Mais adiante, no mesmo texto, o comentador afirma:

Desejar-se-ia ver constituir-se enfim uma ciência certa, que será capaz de vencer o ceticismo por sua própria modéstia, ao fornecer um objeto limitado, sem dúvida, mas bem definido e realmente penhorável. Mersenne cumpriu perfeitamente essa tarefa definindo a razão como a faculdade de estabelecer relações entre os fenômenos, e a ciência como o conhecimento não de causas metafísicas e de princípios, mas de leis. Ora, essa, definição marca a data de nascimento da física mecanicista. (Lenoble 8, p. 334)

Em Dear, encontramos o seguinte:

Mersenne realizou a harmonização da mecânica através da mecanização da música. Para ele a música não era apenas uma das disciplinas do *quadrivium*; ela foi central para as investigações matemáticas de Mersenne porque forneceu o paradigma de harmonia por meio do qual o restante poderia ser desenvolvido e avaliado. (Dear 3, p. 139)

Tais passagens remetem a alguns componentes centrais da filosofia de Mersenne, tendo em vista seus aspectos epistemológicos e metodológicos. Em linhas gerais, tais componentes podem ser identificados com alguns dos compromissos assumidos pelo autor já em 1634 e, além disso, com uma certa concepção de natureza que se vê explicitada e fortalecida no tratamento que o autor confere aos fenômenos sonoros. Em primeiro lugar, como para outros autores do período, a razão é tomada como o juiz que arbitra os dados provenientes dos sentidos. Mais do que isso, adverte Lenoble, ela se constitui como uma capacidade de estabelecer relações. Cumpre notar, entretanto, que tais relações se traduzem em relações de ordem matemática e mecânica.

Em segundo lugar, a experiência é entendida como uma reação frente àquilo que é apreendido pelos sentidos. Não há como deixar de reconhecer aqui, novamente, o papel decisivo da razão. Reagir ao que é fruto da experiência significa, em alguma medida, possuir procedimentos de julgamento e avaliação. A confluência desses dois aspectos nos dirige para a noção de lei, o terceiro aspecto importante. Mersenne procura, por meio da observação de certas regularidades, determinar as leis que regem os fenômenos naturais. As leis, por sua vez, são erigidas sobre bases matemáticas e mecanicistas.

Finalmente chegamos ao quarto aspecto, relacionado com uma concepção da natureza. Para Mersenne, o mundo é constituído de corpos e movimento. Isso fica muito evidente em seus estudos sobre a natureza do som e das cordas vibrantes. Com efeito, nada entra em jogo aí a não ser esses dois elementos. O som é concebido como

o choque de partículas; o som produzido por uma corda resulta do movimento realizado por ela. É precisamente nesse contexto que podemos recuperar a constatação de Dear: a música é discutida por Mersenne em termos mecânicos. Trata-se, portanto, de uma mecanização da música que, segundo o comentador, nos leva a um modelo que servirá de guia para as demais ciências. Feitas essas considerações, passemos ao *Harmonie Universelle*.

A fim de não estender demasiadamente a exposição, a análise que se segue estará circunscrita a algumas poucas proposições dos livros I, III e VI. Por meio delas, poder-se-á verificar a articulação entre as teorias da natureza do som, das cordas vibrantes e das consonâncias, bem como colocar em evidência o tratamento mecanicista da música proposto por Mersenne.

Na primeira proposição do livro I do *Harmonie Universelle*, Mersenne estabelece uma definição fundamental.

É preciso, portanto, concluir que todos os movimentos produzidos no ar, na água, ou em outro lugar, podem ser chamados de sons: de modo que somente lhes falta um ouvido muito delicado e sutil para os ouvir; e que podemos dizer a mesma coisa do barulho do trovão e do canhão com respeito a um surdo, que não percebe esses grandes ruídos, pois o movimento ou a vibração que ele sente não é chamado de som e, no entanto, é capaz de se fazer sentir aos espíritos do ouvido: de maneira que o som pode ser definido como *um movimento do ar exterior ou interior capaz de ser ouvido*; digo *ou interior* em virtude dos ruídos que são produzidos dentro do ouvido.

[...] isso me faz concluir que aquilo que torna esse movimento capaz de ser ouvido não é outra coisa senão o movimento de uma quantidade de ar preso capaz de enfraquecer sua prisão, e de ser comunicada ao ar exterior vizinho até que este chegue ao ouvido. (Mersenne 10, Livro I, Prop. 1, p. 2)

Essas duas passagens trazem elementos importantes para a determinação da natureza do som. Estabelecida sua existência real⁷, Mersenne procura mostrar que o movimento que produz o som possui uma natureza específica. É preciso considerar que diversos movimentos produzem som, mas nem todo som pode ser apreendido pelo ouvido humano. É nesse sentido que Mersenne utiliza a analogia com o surdo: assim como este não é capaz de perceber o som produzido pelo trovão ou pelo canhão, há alguns tipos de som que um ouvido humano normal não é capaz de detectar.

Ademais, para que um determinado movimento possa ser traduzido como som, é necessário que uma certa quantidade de ar (ou um outro meio fluido qualquer) seja movida, e que esse movimento seja transmitido às partes circundantes até que atinja o ouvido, para que então seja percebido como som. Esse processo, descrito por Mersenne, indica da necessidade de algumas condições básicas para que o som ocorra tal como nós o percebemos.

A primeira delas é a necessidade de um meio fluido no qual o movimento realizado por um corpo possa ser transmitido (vale lembrar que o meio não pode ser vazio, como adverte Mersenne). É o choque de cada uma das partes do meio que propaga o movimento inicial até que ele seja percebido pelo ouvido. A segunda condição diz respeito ao sujeito: é preciso que o ouvido esteja em condições normais e que o movimento produzido possa ser ouvido – isto é, é necessário que ele seja um *batimento*. Desse modo, o som é o resultado do choque ou da colisão das partes que compõem o meio no qual ele é transmitido.

Tudo isso não impede, portanto, que o som seja chamado *colisão* ou *batimento* de ar, que os corpos fazem no meio que recebe o movimento, e que é ferido ou rompido e dividido pelos corpos que produzem ou

⁷ É o que o autor faz na primeira proposição do tratado. Ver Mersenne 10, Livro I, Prop. 1, p. 1.

recebem o movimento, visto que essa colisão é o que nos faz perceber esse movimento, quando ele altera, ou quando ele move os espíritos do ouvido, e que a causa pode receber o nome de seu efeito. (Mersenne 10, Livro I, Prop. 1, p. 3)

Nessa passagem, Mersenne apresenta claramente a que tipo de movimento ele se referia desde o início de sua exposição: o autor não está pensando em todo e qualquer movimento, mas nos movimentos de choque. Essa caracterização visa preservar as condições sob as quais o som pode ser percebido. Lembremos que Mersenne já havia afirmado que o som deve ser entendido como um movimento capaz de ser ouvido. Ora, entendemos agora que essa capacidade está associada ao tipo de movimento que efetivamente é identificado como som. É interessante notar que o filósofo afirma, no final dessa passagem, que a causa pode receber o nome do efeito; ou seja, podemos chamar de som a colisão, choque ou batimento que provoca o fenômeno sonoro.

Como fica evidente, reencontramos aqui a concepção presente nos *Discorsi* de Galileu. Tanto Mersenne quanto Galileu reduzem o som a uma mesma natureza. Essa concepção forma a base sobre a qual será construída a teoria da vibração das cordas presente no livro III do *Harmonie Universelle*. Mais do que isso, essa teoria está comprometida com uma concepção mecanicista do som, pois o fenômeno sonoro resulta de dois componentes: corpos e movimento. Ora, esse entendimento possibilita, como sabemos, a mensuração e a matematização do som. Assim se garante, pelo menos teoricamente, a determinação de leis matemáticas acerca dos fenômenos sonoros. Além disso, essa definição de som está integralmente comprometida com a hipótese física que servirá de apoio para a teoria da vibração das cordas, elemento fundamental para a construção da teoria da coincidência, apresentada anteriormente. Tendo em vista tais relações, é necessário colocar em

evidência outras passagens do livro I do *Harmonie Universelle*. O enunciado da sexta proposição desse livro afirma:

Os sons têm a mesma razão entre si que os movimentos do ar pelos quais eles são produzidos. (Mersenne 10, Livro I, Prop. 6, p. 11)

Mersenne estabelece nesse momento uma relação importantíssima: uma vez definido que o som é uma vibração, impõe-se afirmar agora que a relação matemática entre sons diferentes não é outra senão aquela dos movimentos que os determinam. A proximidade entre as perspectivas de Galileu e Mersenne é flagrante. Mais do que isso, tal operação permite realizar um tratamento mecânico e matemático do som, pois se trata de mensurar e comparar movimentos diferentes. A seguinte passagem da sétima proposição do livro I indica que tal conclusão é, de fato, inquestionável:

Ora, não existe outra causa da gravidade dos sons a não ser a raridade dos batimentos, isto é, o pequeno número de agitações e vibrações de ar; pois eles são mais graves quanto menor é o número de batimentos[...] Esse raciocínio é confirmado pela experiência das cordas, cujo som é mais penetrante e mais agudo quando suas vibrações ou idas e voltas são mais freqüentes, seja usando uma corda muito grossa ou muito delicada, e que ela mova pouco ou muito ar[...] (Mersenne 10, Livro I, Prop. 7, p. 12)

A passagem é bastante esclarecedora. Em primeiro lugar, porque indica de modo claríssimo que o que determina sons graves e agudos é a freqüência das vibrações ou dos batimentos, uma propriedade dos movimentos aqui pressupostos. Em segundo lugar, a hipótese não é posta sem comprovação experimental. Pelo contrário: como atesta o autor, ela pode ser verificada por meio da observação das cordas vibrantes. Desse modo, Mersenne prepara o

terreno sobre o qual será construída a teoria presente na primeira parte do livro III do *Harmonie Universelle*. É precisamente nesse segundo momento que o autor estabelece a lei que regula o movimento das cordas:

A razão do número de vibrações de todos os tipos de cordas é inversa ao seu comprimento. (Mersenne 10, Livro III, p. 157)⁸

O que encontramos aqui não é outra coisa senão o estabelecimento de uma lei matemática que regula a relação entre a vibração de uma corda e o som produzido por ela. Segundo essa regra geral, quanto mais comprida for a corda, menor será o número de vibrações que ela efetua. Vejamos como o autor explica essa relação:

Seja a corda AB fixada às duas cravelhas do Monocórdio nos dois opostos A e B, e a corda AF fixada nos pontos A e F; afirmo que a corda AB, sendo puxada até o ponto G, não retornará senão uma vez ao ponto F, enquanto a corda AF, puxada até o ponto I, retornará duas vezes ao ponto H, como nos mostra a experiência; de modo que AF voltará sempre duas vezes enquanto AB não voltará senão uma vez; conseqüentemente, o número de retornos de AF é o dobro daquele de AB; a corda AB é o dobro da corda AF, de onde se segue que o número de movimentos ou retornos de uma corda aumenta na mesma razão que o comprimento diminui e, conseqüentemente, que a razão dos ditos retornos é inversa à razão entre os comprimentos das cordas. (Mersenne 10, Livro III, Prop. 1, p. 157)

⁸ Optei por traduzir o termo *retours* por *vibrações* porque a idéia em jogo é justamente esta: Mersenne está levando em conta o movimento de ida e volta de uma corda quando ela é movida.

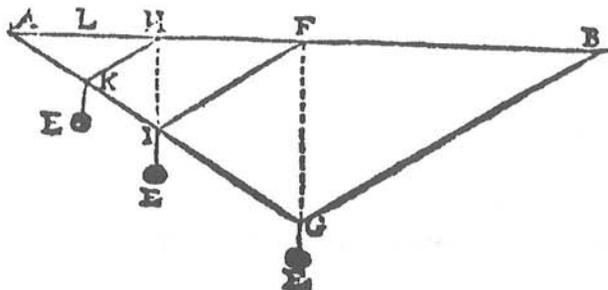


Figura 1. *Harmonie Universelle* (Mersenne 10, p. 157)

O objetivo de Mersenne é muito claro: explicar a relação entre o movimento realizado por duas cordas de tamanhos diferentes. A situação imaginada por ele corresponde à disposição de duas cordas na relação de 2 para 1, isto é, a primeira (AB) é o dobro da segunda (AF). Assim dispostas, a primeira produzirá a metade das vibrações realizadas pela segunda. Segue-se disso a lei indicada no enunciado da proposição: o número de vibrações produzido por uma corda é inversamente proporcional ao seu comprimento. Quanto maior ela for, menor será o número de vibrações produzido. Tal fenômeno é, nesses termos, bastante simples. À primeira vista, não parece trazer qualquer elemento inovador com relação a teorias anteriores, como a pitagórica, segundo a qual o som produzido por uma corda depende de seu comprimento. Ademais, o caso analisado por Mersenne corresponde ao intervalo de oitava, para o qual se atribui tradicionalmente a razão de 2:1. Contudo, é preciso chamar a atenção para alguns aspectos interessantes que apontam para diferenças entre o modo como a tradição explicava esse tipo de fenômeno e a maneira como Mersenne dá conta do problema.

Em primeiro lugar, a teoria pitagórica não trabalha com o conceito de vibração tal como ele é utilizado por Mersenne. Essa teoria leva em conta o tamanho da corda sem fazer qualquer referência ao número de vibrações que ela realiza. A explicação pitagórica é, nesse sentido, bem mais simples do que aquela proposta por Mer-

senne. A solução indicada pelo autor vai além da percepção de que cordas de tamanhos diferentes produzem sons diversos. Não há aqui uma mera fórmula descritiva do fenômeno à qual estaria associada uma relação matemática. É mais do que isso. Como vimos anteriormente, Mersenne sustenta que a causa dos diferentes tipos de sons é o número de suas vibrações ou batimentos. Desse modo, ele não está simplesmente reafirmando que a razão de 2 para 1 define a oitava. Ele está, na realidade, provando que duas cordas dispostas da maneira aqui indicada produzem vibrações nessa mesma razão, o que significa estabelecer a causa física que explica os sons. É interessante notar, inclusive, o pleno reconhecimento de que outras proporções matemáticas podem estar associadas aos outros aspectos dessa relação entre duas cordas. Há pelo menos três variáveis quando consideramos a relação⁹: o comprimento, a espessura e a tensão à qual a corda está submetida. A nona proposição do terceiro livro do *Harmonie Universelle* trata justamente de uma situação na qual não é o comprimento que varia, mas a espessura da corda. Nesse caso, a relação existente entre a espessura das cordas que produzem o intervalo de oitava é de 4:1, com a condição de que o comprimento e a tensão (isto é, a força à qual as cordas estão submetidas) permaneçam constantes¹⁰. A situação apresentada na primeira proposição é diferente: é preciso que a espessura e a tensão sejam iguais nas duas cordas. Ora, nada disso está presente na teoria pitagórica. Fiel aos princípios estabelecidos no livro I, Mersenne reduz o som a uma realidade física.

Outro aspecto importante diz respeito ao uso da matemática. Ela não tem na obra do autor o papel que possui no pitagorismo. Em nenhum momento encontramos referência aos números ou às entidades geométricas como algo existente nas próprias coisas. A ma-

⁹ Estou supondo, evidentemente, que elas sejam feitas do mesmo material.

¹⁰ Voltaremos a esse problema da terceira seção deste artigo.

temática é utilizada como uma linguagem capaz de traduzir certas regularidades, o que significa dizer que elas são mensuráveis.

A passagem transcrita anteriormente reserva outra característica interessante: ao considerar o movimento de vibração das cordas AB e AF, Mersenne não leva em conta o movimento completo das duas cordas, mas somente uma parte dele. É evidente que a corda AB, ao ser esticada até o ponto G, não vai apenas até o ponto F, mas além dele. Todavia, isso não revela que houve um descuido do autor. Pelo contrário, tal procedimento indica a elegância da demonstração. Com efeito, nesse contexto não é preciso levar em conta o movimento em sua totalidade, uma vez que a parte desconsiderada não acrescenta nenhum aspecto relevante para os objetivos a serem atingidos. Para provar que a relação entre as duas cordas é aquela expressa no enunciado da primeira proposição, não é preciso levar em conta nada além daquilo que é estritamente necessário. Nesse sentido, ao considerar apenas a primeira parte do movimento, Mersenne já dispõe de elementos para alcançar o objetivo desejado.

Isso, ainda não é tudo. A mesma passagem nos conduz ao outro instrumento necessário para a construção da ciência: a experiência. Ao descrever o movimento realizado pelas cordas, Mersenne utiliza a seguinte expressão: “como nos mostra a experiência”. Ora, se é evidente, não só para o autor como para muitos de seus contemporâneos, que a experiência é um instrumento fundamental da ciência, é preciso mostrar em que medida ela pode ser utilizada de um modo mais eficaz. Conforme já foi dito, Mersenne concebe a razão como o juiz que arbitra os dados provenientes dos sentidos. Ele concretiza essa tarefa quando nos conduz, no *Harmonie Universelle*, ao estabelecimento de um procedimento experimental eficiente. Consideremos a seguinte passagem:

[...] de sorte que é sempre necessário que a razão suplemente algo nas experiências, que sozinhas não podem servir de princípios para as ciên-

cias, as quais desejam uma perfeita justeza, que os sentidos não podem demarcar[...] (Mersenne 10, Livro III, Prop. 2, p. 162)

Mersenne adverte seu leitor de que somente a experiência não é capaz de conduzir a uma ciência confiável; ou seja, sozinha ela não pode servir de fundamento seguro para o conhecimento científico. Ora, tal advertência está relacionada com o clássico problema do engano dos sentidos, isto é, de assumir sem reservas aquilo que apreendemos por intermédio deles. Ele afirma, então, que, às vezes, o modo como determinados fenômenos nos aparecem não corresponde à verdade. Se assim for e se, por outro lado, a experiência deve ser tomada como um dos instrumentos para a construção da ciência, embora apresente algumas inadequações, como resolver o problema? A passagem citada acima aponta a solução: é preciso recorrer à razão. É precisamente essa capacidade humana que produzirá a ciência almejada por Mersenne. Contudo, não basta indicar a saída para o problema: é preciso que ela seja adequadamente explicitada. Nesse sentido, faz-se necessário tomar outro trecho da mesma obra de 1636-7. Antes de apresentá-lo, convém esclarecer em que contexto ele surge.

Na quinta proposição do primeiro livro do *Harmonie Universelle*, Mersenne procura determinar a duração de cada ida e volta de uma corda de alaúde e o número de vibrações (isto é, idas e voltas) que ela realiza antes de entrar em repouso. A sexta proposição está diretamente relacionada com a quinta, pois apresenta a maneira mediante a qual é possível contar o número de vibrações produzidas por uma corda. É precisamente aí que encontramos uma indicação importante para compreender o problema apontado no parágrafo anterior.

O método proposto por Mersenne contém dois passos. Em primeiro lugar, é preciso determinar um som padrão. Ele toma o som produzido pelo tom da Capela (*Chapelle*), o qual soa “sol, ré, sol”. Feito isso, é necessário tomar uma corda cujo tom seja o mesmo da-

quele produzido pela Capela. Estabelecidos os dois passos, Mersenne conclui que a corda vibrará 168 vezes. Mas como ele chega a esse número? A resposta encontra-se na seguinte passagem:

Em segundo lugar, que uma corda com dezessete pés e meio de comprimento é suficiente para fazer a experiência, visto que ela não vibrará muito rápido, permitindo o cômputo de suas voltas[...] (Mersenne 10, Livro III, Prop. 6, p. 169)

Evidentemente, não interessa o número obtido por Mersenne, mas o método que ele utiliza. Como vimos, sustentar que a experiência é um expediente fundamental na construção da ciência parece, em princípio, algo bastante problemático, frente ao fato de que não podemos simplesmente aquiescer a tudo o que apreendemos pelos sentidos. Em que medida o método utilizado pelo autor apresenta a solução para esse impasse? Ora, justamente porque ele é um bom exemplo do uso da razão para apreender aquilo que provém da experiência. Ao utilizar uma corda de dezessete pés e meio, Mersenne faz com que se possa medir o número de vibrações produzido por um determinado corpo sonoro. Ao colocar essa corda em uníssono com o tom produzido pela Capela, ele torna possível a correspondência daquela medida (isto é, a de que a corda vibra 168 vezes) com um determinado som da escala musical: sol. Portanto, a razão comparece em dois momentos distintos: na disposição de dois corpos que produzem o mesmo som e na escolha de uma corda que permita a contagem das vibrações.

Os elementos indicados até aqui mostram que os compromissos assumidos por Mersenne quanto à função e natureza da experiência, ao papel desempenhado pela razão e, finalmente, à visão mecanicista do mundo natural são integralmente cumpridos em suas investigações sobre a natureza do som e das cordas vibrantes. Para compreender o desenvolvimento da teoria da coincidência por Mersenne, deve-se considerar tais componentes, uma vez que eles têm uma função determinante na ciência empreendida pelo autor. E, se

levarmos em consideração a advertência de Dear, é preciso reconhecer de uma vez por todas a confluência entre mecanicismo e harmonia no projeto empreendido por Mersenne. Isso posto, resta apenas considerar a dependência da teoria das consonâncias em relação aos princípios apresentados nos livros I e III do *Harmonie Universelle*.

Mersenne: teoria das consonâncias

O estudo sobre as consonâncias é apresentado no livro VI, em que é possível notar dois problemas distintos. O primeiro deles diz respeito ao sentimento de prazer causado pelos intervalos consonantes; o segundo está vinculado à explicação das proporções ou razões que definem cada uma das consonâncias. O primeiro problema não será discutido, pois sua análise ultrapassa meus objetivos neste momento. Além disso, apenas o exame do segundo problema é suficiente para que possa colocar em evidência a dependência da teoria das consonâncias com relação aos livros I e III.

Não obstante tal recorte, é preciso indicar que Mersenne entende que a consonância origina-se de dois ou mais sons cuja conjunção é agradável ao ouvido (ver Mersenne 10, Livro VI, Prop. 1, p. 5). Toda consonância pressupõe, portanto, a existência de dois sons produzidos simultaneamente. Esse pressuposto é fundamental para se entender que a explicação proposta por Mersenne, integralmente subsidiária da teoria da coincidência, não está pautada na mera comparação entre os tamanhos das cordas, mas na relação entre os movimentos realizados por cada uma delas. Vejamos uma passagem da terceira proposição do livro VI, na qual o autor procura explicar de que maneira o unísono toma sua origem do som.

Visto que nós queremos penetrar a música até a primeira raiz de suas proporções, é razoável considerar como o unísono toma sua origem do som: o que é muito fácil se imaginarmos o som como uma

linha reta, que é representada pela corda do monocórdio, ou de um outro instrumento que produza som; pois se dividirmos a referida corda ao meio com um cavalete, ou com o dedo, as duas partes da corda sendo tocadas ao mesmo tempo produzirão o unísono, como se vê na corda AB, a qual, sendo dividida ao meio no ponto C, torna as cordas AC e CB perfeitamente iguais, cujos sons produzirão o unísono, pois AB bate apenas uma vez o ar ao mesmo tempo em que AC ou CB o batem duas vezes e, conseqüentemente, temos quatro batimentos para um, pois cada lado da corda bate duas vezes ao mesmo tempo em que a corda inteira bate apenas uma vez. (Mersenne 10, Livro VI, Prop. 3, p. 7)

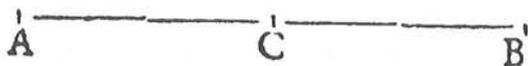


Figura 2. *Harmonie Universelle* (Mersenne 10, Livro VI, p. 7)

A passagem acima contém elementos importantíssimos para esclarecer as relações que se deseja colocar em destaque. A estratégia utilizada é análoga àquela presente na determinação da lei que regula o movimento das cordas, apresentada no livro III. Mersenne supõe, nesse momento, uma corda dividida em duas partes iguais. A partir daí a explicação não se baseia apenas no comprimento da corda, mas nas vibrações que efetua. É a partir do exame dos batimentos que o autor chega à relação de 1 para 1, que é a proporção que define o unísono. Encontramos aqui a raiz à qual o autor se refere no início da passagem. É importante perceber que a busca da primeira raiz pode ser compreendida como a busca da verdadeira causa dos diferentes intervalos musicais. A determinação dessa proporção básica, compreendida como primeira raiz, indica que a explicação dos intervalos musicais repousa, em última instância, no exame das vibrações que os produzem e no estabelecimento de suas

relações matemáticas. Outra passagem desse livro nos autoriza a sustentar tal interpretação:

De onde se pode concluir que toda a música consiste na relação e na concordância que se faz de um som com outro; pois se não se comparar os dois sons de AC e de CB conjuntamente, não se terá de modo algum o unísono, assim como não se teria de modo algum qualquer som que se pudesse julgar, se não se considerasse a velocidade dos batimentos de ar que produzem o som. (Mersenne 10, Livro VI, Prop. 3, pp. 7-8)

A passagem é claríssima: não há como avaliar qualquer som sem levar em conta a velocidade dos batimentos de ar; ou seja, não há como tratar de um intervalo sonoro de modo consistente senão apelando para a causa que o determina. Trata-se de uma comprovação irretorquível da dependência que a teoria das consonâncias tem em relação à teoria da vibração das cordas. A harmonia resultante do som produzido por duas cordas diferentes encontra seu fundamento em um tratamento matemático e mecânico do som.

O estabelecimento da proporção que define um intervalo musical reserva ainda outro problema – e Mersenne estava consciente disso. A situação está relacionada com os três importantes componentes que interferem na experiência das cordas vibrantes: o comprimento, a espessura e a tensão. Em princípio, a oitava não deveria ser definida apenas pela razão de 2 para 1, mas por meio de outras igualmente possíveis. Mersenne estabelece o problema da seguinte maneira:

Mas se nós considerarmos os outros fenômenos, isto é, as experiências que se fazem com cordas de diferentes grossuras e tensões, e a proporção dos corpos que produzem a oitava, encontraremos grandes dificuldades, pois a experiência faz ver que quando duas cordas iguais em comprimento e quádruplas em grossura são tendidas com uma mesma força elas produzem a oitava; conseqüentemente, pode-se dizer que a oitava está como 4 para 1, e que a razão é quádrupla, visto que as cordas

estão na razão quádrupla uma com a outra quanto à grossura e à tensão. (Mersenne 10, Livro VI, Prop. 10, p. 44)

A situação descrita acima se refere a um dos casos em que a relação entre duas cordas, que tocadas conjuntamente produzem a oitava, não é de 2 para 1. Nessa situação, o que varia não é o comprimento da corda, mas a espessura. O que Mersenne observa é que, nesse caso, a razão que traduz matematicamente a relação entre as duas cordas não é a mesma que tradicionalmente se atribuía à oitava. Após descrever a situação em questão, o autor analisa mais detidamente o problema. De acordo com ele, a corda que é quatro vezes mais grossa do que a outra está, na verdade, sujeita a uma força relativa quatro vezes menor – ou melhor, o efeito da força aplicada é quatro vezes menor. Essa relação fica ainda mais clara se dividirmos a corda mais grossa em quatro partes iguais. Nesse caso, teríamos uma corda com a mesma espessura da corda mais fina. Aplicando-se agora a uma das cordas resultantes da divisão a mesma força aplicada à corda mais grossa, é evidente que não iremos obter como resultado o intervalo de oitava. A razão é absolutamente evidente: temos aí duas cordas de igual comprimento, espessura e tensão; logo, o intervalo resultante será o unísono. Para que se possa produzir a oitava, é preciso dividir a força aplicada a uma das cordas numa operação semelhante àquela empregada na divisão da corda de maior espessura. Requer-se, portanto, tomar apenas a quarta parte da tensão ou da força originalmente aplicada. Esse é justamente o segundo fenômeno descrito por Mersenne:

O segundo fenômeno diz respeito à tensão diferente das cordas que são iguais em comprimento e grossura, pois se, de duas cordas iguais, uma é tendida por uma força, e a outra por quatro, elas produzem a oitava; portanto, a razão de suas tensões é de 4 para 1. (Mersenne 10, Livro VI, Prop. 10, p. 44)

Os dois problemas discutidos por Mersenne parecem indicar que a oitava pode ser definida por outras proporções matemáticas além daquela que tradicionalmente lhe era atribuída. Contudo, isso não é verdade. A passagem acima traz a chave para que se possa entender o que realmente está sendo dito. Nosso autor não afirma que a proporção matemática da oitava é de 4 para 1, pelo contrário, essa razão expressa a relação entre as tensões atribuídas a cada uma das cordas. Note-se também que, na passagem anterior, Mersenne afirma que a proporção de 4 para 1 representa a relação entre a grossura e a tensão das duas cordas. Isso nos mostra, em primeiro lugar, a capacidade explicativa da teoria sustentada por Mersenne. Ela é capaz de dar conta até mesmo das diversas variantes que interferem na produção de um determinado som. Além disso, como veremos abaixo, a teoria é eficiente inclusive para estabelecer a verdadeira proporção matemática que define o intervalo de oitava.

Ora, depois de ter examinado o que se pode dizer sobre este assunto, eu mostro não apenas que é melhor escolher a razão dupla para a oitava, mas que ela é inteiramente necessária, visto que o som, sendo apenas o movimento do ar, e este movimento mostrando-se sempre duplo na oitava, e jamais quádruplo, nem óctuplo, segue-se que os dois sons da oitava estão na mesma razão que esses movimentos [...] de sorte que é preciso somente considerar as vibrações das cordas para saber a razão da oitava e de outras consonâncias, visto que elas são a causa imediata ou, antes, a causa formal dos sons que têm os corpos por sua causa eficiente. (Mersenne 10, Livro VI, Prop. 10, p. 45-6)

Como se vê, Mersenne não hesita em afirmar que a razão dupla é aquela que define o intervalo de oitava. Tal afirmação repousa no princípio físico e mecânico que norteia o seu tratamento do som, quer dizer, o fato de que ele é um movimento. É interessante notar também que, ao final da passagem transcrita, Mersenne refere-se a uma causa formal, intimamente relacionada com o estabelecimen-

to das proporções matemáticas que definem os intervalos, e, além disso, a uma causa eficiente, claramente vinculada aos componentes de ordem física: os corpos. Ora, a conjunção desses dois aspectos confirma a perspectiva adotada pelo autor desde o início do tratado em questão: uma abordagem físico-matemática da música.

A teoria das consonâncias de Mersenne contém outros aspectos igualmente interessantes. Todavia, esta não é a ocasião mais apropriada para o exame de tudo o que o autor expõe no livro VI do *Harmonie Universelle*. Ainda assim, esta brevíssima exposição contém os aspectos que se desejava destacar. Penso não haver qualquer dúvida de que as três teorias discutidas guardam entre si uma relação muito clara. Além disso, elas oferecem um bom panorama dos aspectos fundamentais da teoria da coincidência. Nesse sentido, nada mais oportuno do que deixar que o próprio Mersenne se pronuncie:

De onde se pode concluir que os sons não são outra coisa senão uma vibração, ou batimento da corda ou do ar, e que eles são tanto mais agudos quanto mais o ar recebe um maior número de abalos, ou de movimentos ao mesmo tempo [...] (Mersenne 10, Livro VI, Prop. 22, p. 68)

Bibliografia

1. COHEN, H. F. "Music as a test-case". *Studies in history and philosophy of science*, vol. 16, n. 14, 1985, pp. 351-78.
2. ———. *Quantifying music. The science of music at the first stage of scientific revolution, 1580-1650*. Dordrecht: D. Reidel, 1984.
3. DEAR, P. *Mersenne and the learning of the schools*. Ithaca/Nova York: Cornell University Press, 1988.
4. DOSTROVISKY, S. "Early vibration theory and music in the seventh century". *Archive for History of Exact Sciences*, n. 14, 1974-75, pp. 168-218.
5. ———. *The origins of vibration theory: the scientific revolution and the nature of music*. [Tese de doutorado], Princeton University, 1969.

6. GALILEI, G. *Dois novas ciências*. São Paulo: Ched Editorial/NovaStella/Instituto Italiano di Cultura, 1985.
7. KASSLER, J. C. "Music as a model in early science". *History of science*, vol. 20, n. 48, 1982, pp. 103-39.
8. LENOBLE, R. *Mersenne ou la naissance du mécanisme*. Paris: Vrin, 1943.
9. LUDWIG, H. *Marin Mersenne und seine musiklehre*. Hale/Berlin, 1935.
10. MERSENNE, M. *Harmonie universelle*. Paris: CNRS, 1975.
11. SILVA, P. T. *Mersenne: o cético inexistente*. [Tese de doutorado], FFLCH-USP, 2003.
12. ———. *Mersenne e a mecânica do som*. [Dissertação de mestrado], FFLCH-USP, 1998.
13. ———. "Mersenne e a teoria da vibração das cordas". *Cadernos Espinosanos*, vol. 5, 1999, pp. 65-96.

