

MODELO DE CAGAN E QUEBRAS ESTRUTURAIS: EVIDÊNCIAS PARA O BRASIL (1970-94)

MAURICIO CANÊDO-PINHEIRO *

Resumo

Partindo do modelo proposto por Cagan (1956), analisa-se o comportamento da demanda por moeda e dos preços no Brasil entre 1970 e 1994. São utilizadas técnicas de cointegração robustas à presença de quebras estruturais (determinadas endogenamente), mais adequadas a um ambiente em que planos econômicos e choque externos alteraram o comportamento das séries relevantes. Também se testa a presença de bolhas racionais, a hipótese de maximização das receitas obtidas pelo governo com o imposto inflacionário e a validade da hipótese de expectativas racionais. Por fim, em abordagem pouco usual em estudos deste tipo, constroem-se medidas da magnitude dos choques na demanda por moeda. No caso brasileiro tais choques explicam uma parcela grande da variação na demanda monetária no período.

Palavras-chave: modelo de Cagan, expectativas racionais, hiperinflação, cointegração, demanda por moeda.

JEL classification: C32, E31, E41.

Abstract

Using the model proposed by Cagan (1956), the money demand and prices are investigated in Brazilian high-inflation period between 1970 and 1994. Once the relevant series potentially have structural breaks, cointegration methods which permit changes in the cointegration vector are used. The long-run relationship between the relevant series is also used to test the presence of rational bubbles, the hypothesis of maximization of the revenues with inflation tax and the validity of rational expectation hypothesis. Finally, in an unusual approach in this literature, noise measures are calculated with respect to money demand. In Brazilian case a large portion of the variation in money demand are explained by such shocks.

Palavras-chave: Cagan model, rational expectations, hyperinflation, cointegration, money demand.

JEL classification: C32, E31, E41.

* IBRE/FGV. E-mail: mauricio.pinheiro@fgv.br.

1 Introdução

Diversos autores têm tomado o arcabouço de [Cagan \(1956\)](#), no qual a demanda por encaixes monetários reais depende somente da expectativa de inflação, como ponto de partida para analisar experiências de hiperinflação. Recentemente a análise tem sido feita a partir da abordagem de [Campbell \(1987\)](#) para modelos de valor presente, o que permite avaliar empiricamente uma série de hipóteses testáveis com o uso de técnicas de cointegração, tal como preconizado em [Taylor \(1991\)](#) e [Engsted \(1993\)](#). Esta estratégia tem sido seguida em estudos de surtos inflacionários ocorridos em diversos países e o objetivo deste artigo é fazê-lo com relação ao Brasil, dado o período de alta inflação experimentado pelo país entre as décadas de setenta e noventa.¹ No entanto, obviamente o caso brasileiro já foi alvo de alguns estudos ([Phylaktis & Taylor 1993](#), [Rossi 1994](#)). Sendo assim, cabe a pergunta: dada a imensa literatura sobre o tema, qual a razão para mais um estudo a este respeito, em particular para o Brasil?

Em primeiro lugar, a metodologia usada em boa parte da literatura recente sobre o tema parte pressuposto de que algumas séries de interesse possuem raiz unitária, condição necessária para que sejam cointegradas. Em surtos inflacionários como o brasileiro, que duraram muitos anos e no qual a economia esteve sujeitas a muitos choques (inclusive planos de estabilização mal-sucedidos), tais variáveis tendem a apresentar quebras estruturais, *inliers* e *outliers*. Em [Miljkovic \(1999\)](#) é demonstrado que, quando são levadas em conta as mudanças de regime, as séries de interesse para os episódios inflacionários da antiga Iugoslávia e do México são estacionárias, o que por definição invalidaria as relações de cointegração implicadas pelo modelo. Entretanto, em [Miljkovic \(1999\)](#) as quebras são definidas de forma exógena. Nesse sentido, este artigo inova ao considerar de modo adequado não somente a presença de quebras estruturais ocorridas em períodos desconhecidos ([Lumsdaine & Papell 1997](#)), mas também o efeito dos planos de estabilização mal-sucedidos ([Cati et al. 1999](#)).

Em segundo lugar, também é razoável supor que os parâmetros da demanda por moeda se alteram ao logo do tempo. A este respeito, são usadas técnicas de cointegração robustas à presença de tais quebras ([Hansen 1992](#), [Gregory & Hansen 1996](#)), abordagem nova nesta literatura. Além disso, a presença de quebras estruturais nas séries também tende a viesar os testes de cointegração. Nesse sentido, inova-se também ao adotar testes de cointegração mais adequados a esta característica das séries ([Cook & Vougas 2008](#)).

Terceiro, as relações de cointegração estimadas são usadas para testar a hipótese de que as expectativas dos agentes são racionais e se a hiperinflação brasileira pode ser explicada por mecanismos puramente especulativos (bolhas racionais), estratégia comum nesta literatura. No entanto, embora estes testes sejam úteis para verificar a significância estatística dos choques na demanda por moeda, não são capazes de inferir a magnitude dos mesmos. A este respeito, são construídas medidas explícitas desta magnitude a partir das metodologias desenvolvidas em [Campbell \(1987\)](#) e [Durlauf & Hall \(1989\)](#). Trata-

¹Para exemplos de estudos ver [Taylor \(1991\)](#) e [Engsted \(1993, 1996\)](#) [Alemanha], [Phylaktis & Taylor \(1992\)](#) [Taiwan], [Engsted \(1994\)](#) [diversos países europeus], [Petrovic & Vujosevic \(1996\)](#) [antiga Iugoslávia], [Engsted \(1998\)](#) [China, Hungria e Sérvia], [Slavova \(2003\)](#) [Bulgária], [Metin & Muslu \(1999\)](#) [Turquia] e [Phylaktis & Taylor \(1993\)](#) [diversos países da América Latina].

se de abordagem pouco usual em estudos deste tipo [uma exceção é Engsted (1998)].

Além desta introdução, este artigo é dividido em seis seções. Na seção 2, o modelo proposto em Cagan (1956) e as relações de cointegração que ele implica são descritos. Na seção 3 verifica-se a ordem de integração das séries relevantes. Por sua vez, na seção 4 são testadas as relações de cointegração entre estas séries, o que permite também verificar a presença de bolhas racionais e se o governo escolhe a taxa de inflação que maximiza o imposto inflacionário. A validade da hipótese de expectativas racionais é testada na seção 5. Por fim, na seção 6 estimativas do tamanho do componente de choque no modelo de Cagan são construídas. Segue-se uma breve conclusão (seção 7).

2 Modelo de Cagan

Em períodos de hiperinflação a demanda por moeda seria dada por (Cagan 1956):

$$m_t - p_t = \alpha - \lambda [E_t(p_{t+1}) - p_t] + u_t, \quad (1)$$

em que m_t é o logaritmo da oferta nominal de moeda, p_t denota o logaritmo do nível de preços doméstico, u_t são choques não observáveis na demanda por moeda, $E_t(\cdot) \equiv E(\cdot | I_t)$ é a esperança condicional ao conjunto de informação em t .

O parâmetro $\lambda > 0$ é a semi-elasticidade da demanda por moeda com relação à inflação esperada. O termo u_t pode ser encarado como uma variável que captura elementos da demanda por moeda que não a inflação esperada (Phylaktis & Taylor 1993). A não inclusão de outras variáveis reflete a percepção expressa em Cagan (1956) de que, sob alta inflação, a demanda por moeda seria determinada basicamente pelas expectativas de inflação, ou seja, os componentes de u_t teriam pequeno papel nessa determinação. Essa hipótese pode ser justificada pelo fato de que, sob alta inflação, as variações na taxa real de juros e no produto real são pequenas quando comparadas às variações nas taxas de inflação esperadas.

A especificação de (1) pode ser derivada a partir de modelos com *market clearing* instantâneo e com agentes maximizadores, cujas utilidades dependem de seu consumo e dos encaixes monetários reais – ver Gray (1984), por exemplo. Nesse caso, λ estaria diretamente relacionado com parâmetros da função utilidade desses agentes. Nesse sentido, a equação (1) poderia ser encarada como uma relação de arbitragem, ou seja, a variável u_t poderia ser interpretada como uma espécie de excesso de retorno sobre a oferta real de moeda.

O modelo definido em (1) pode ser apresentado como um modelo de valor presente, em linha com Campbell (1987). Para tanto, basta rearranjar os termos de (1):

$$p_t = \left(\frac{1}{1 + \lambda} \right) (m_t - u_t) + \left(\frac{\lambda}{1 + \lambda} \right) E_t(p_{t+1}) - \frac{\alpha}{1 + \lambda}. \quad (2)$$

Adiantando e substituindo recursivamente chega-se a:

$$p_t = \left(\frac{1}{1+\lambda} \right) \left[\sum_{i=0}^{T-1} \left(\frac{\lambda}{1+\lambda} \right)^i E_t(m_{t+i} - u_{t+i}) \right] + \left(\frac{\lambda}{1+\lambda} \right)^T E_t(p_{t+T}) - \frac{\alpha}{1+\lambda} \sum_{i=0}^{T-1} \left(\frac{\lambda}{1+\lambda} \right)^i. \quad (3)$$

Fazendo T tender ao infinito, pela imposição da condição de transversalidade $\lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{\lambda}{1+\lambda} \right)^T E_t(p_{t+T}) = 0$ e considerando que $\sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{1+\lambda} \right)^i = 1 + \lambda$ chega-se a:

$$p_t = \left(\frac{1}{1+\lambda} \right) \left[\sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{1+\lambda} \right)^i E_t(m_{t+i} - u_{t+i}) \right] - \alpha. \quad (4)$$

Multiplicando (4) por -1 , adicionando m_t a ambos os lados e rearranjando-se os termos tem-se (Engsted 1993):²

$$m_t - p_t = \alpha - \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{1+\lambda} \right)^i E_t(\Delta m_{t+i}) + \left(\frac{1}{1+\lambda} \right) \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{1+\lambda} \right)^i E_t(u_{t+i}) \quad (5)$$

em que Δ^p é o operador p -ésima diferença.

Da equação (5), nota-se que, na ausência de choques monetários, os encaixes monetários reais são previsores das variações na oferta de moeda no modelo de Cagan. Se $(m_t - p_t)$ aumenta, há indicação de que os agentes esperam uma redução no crescimento da expansão da oferta de moeda no futuro. O resultado é uma taxa de inflação menor no futuro e um aumento na demanda por encaixes monetários reais no presente. Trata-se de uma implicação geral de modelos de valor presente (Campbell 1987).

A este respeito, é possível testar diversas implicações de modelos de valor presente quando as séries relevantes são $I(1)$ (Campbell 1987). Sob alta inflação, tais séries costumam ser $I(2)$. No entanto, com algumas transformações, tais características das séries não impedem que seja usado o arcabouço de Campbell (1987). A Proposição 1 é o primeiro passo nessa direção, ao explicitar relações de longo prazo que algumas variáveis de interesse devem exibir se o modelo for válido. Esta proposição é devida a Taylor (1991) e Engsted (1993), mas como a prova da mesma explicita relações que serão importantes ao longo do artigo, ela será reproduzida a seguir. As provas das demais proposições serão omitidas.

Proposição 1 (Taylor 1991, Engsted 1993). *Seja $m_t \sim I(2)$, $p_t \sim I(2)$, $\eta_{t+1} \equiv \Delta p_{t+1} - E_t(\Delta p_{t+1}) \sim I(0)$ e $u_t \sim I(0)$.³ Então: (i) $m_t - p_t \sim I(1)$; (ii) $m_t - p_t$ cointegra com Δp_t , com vetor de cointegração $(1; \lambda)$; (iii) $m_t - p_t$ cointegra com Δm_t , com vetor de cointegração $(1; \lambda)$.*

Prova. (i) Da equação (1) é possível escrever $m_t - p_t = \alpha + \lambda \Delta p_{t+1} + \lambda \eta_{t+1} + u_t$. Se $p_t \sim I(2)$, $u_t \sim I(0)$ e $\eta_{t+1} \sim I(0)$ então o lado direito da igualdade é $I(1)$. Desse

²Ver nota de rodapé 10 de Rossi (1994) para detalhes sobre a manipulação algébrica necessária para chegar à equação (5) a partir de (4).

³A respeito da plausibilidade da hipótese de que os erros de previsão (η_{t+1}) são estacionários, dado que $\Delta p_{t+1} \sim I(1)$, ver Taylor (1991, pp.342-343)

modo, o lado esquerdo também é $I(1)$, ou seja, $m_t - p_t \sim I(1)$. (ii) Adicionando $\lambda \Delta p_t$ a ambos os lados de (1) chega-se a (Taylor 1991):

$$m_t - p_t + \lambda \Delta p_t - \alpha = -\lambda(\Delta^2 p_{t+1}) + u_t + \lambda \eta_{t+1}. \quad (6)$$

Se $p_t \sim I(2)$, $\eta_{t+1} \equiv \Delta p_{t+1} - E_t(\Delta p_{t+1}) \sim I(0)$ e $u_t \sim I(0)$ então o lado direito de (6) é estacionário. Desse modo, o lado esquerdo de (6) também é estacionário. Logo, $m_t - p_t$ deve cointegrar com Δp_t , com vetor de cointegração $(1; \lambda)$. (iii) Adicionando $\lambda \Delta m_t$ a ambos os lados de (5) tem-se que (Engsted 1993):

$$m_t - p_t + \lambda \Delta m_t = \alpha - (1 + \lambda) \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{1 + \lambda} \right)^i E_t(\Delta^2 m_{t+i}) + \left(\frac{1}{1 + \lambda} \right) \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{1 + \lambda} \right)^i E_t(u_{t+i}). \quad (7)$$

Se $m_t \sim I(2)$ e $u_t \sim I(0)$, então o lado direito da equação (7) é estacionário. Desse modo, o lado esquerdo de (7) também é estacionário. Logo, $m_t - p_t$ deve cointegrar com Δm_t , com vetor de cointegração $(1; \lambda)$. \square

Caso as relações de cointegração denotadas pelas afirmações (ii) e (iii) da Proposição 1 sejam verdadeiras, λ pode ser estimado de modo superconsistente a partir da equação (6) ou (7) e posteriormente ser utilizado como um parâmetro conhecido na estimação de um modelo VAR específico (ver seção 5), tal como preconizado em Engle & Granger (1987).

Ademais, a estimação superconsistente de λ independe da formulação exata do mecanismo de formação de expectativas ou da natureza exata do termo que denota choques na demanda por moeda (u_t) (Engsted 1998). Somente é requerido que os erros de expectativa (η_{t+1}) e os referidos choques sejam estacionários. Desse modo, a validade das relações de cointegração expostas na Proposição 1 não permite inferência no que diz respeito ao processo de formação de expectativas, tampouco com relação a quanto da variação nos encaixes monetários reais se deve a u_t . Estes temas serão retomados mais adiante.

3 Propriedades Estatísticas das Séries

O período analisado envolve uma série de acontecimentos e mudanças na política econômica que certamente afetaram as variáveis de interesse do modelo exposto na seção anterior. A simples observação das séries relevantes já sugere a ocorrência de alterações no comportamento dessas variáveis (ver Figura 1 e Figura 2). Utilizou-se o IGP-DI como série de preços e M1 como série de oferta nominal de moeda. O IGP-DI foi escolhido por não ter sido submetido a mudanças metodológicas no período. Trata-se de prática comum na literatura. Este índice de preço tem um componente cambial importante, o que, a princípio, justificaria a inclusão desta variável no modelo. No entanto, confirmando as evidências de Phylaktis & Taylor (1993), a extensão do modelo de Cagan nesta direção mostra que o coeficiente do componente cambial não é estatisticamente significativo. Sendo assim, optou-se por manter a especificação original do modelo.

3.1 Preços

Com relação aos preços, após alguns anos de relativa estabilidade nas taxas de inflação, segue-se uma aceleração da mesma a partir do final da década de setenta. A taxa média mensal de inflação no período 1970–1979 foi de aproximadamente 2,31%, contra 8,13% entre os anos de 1980 e 1986. A aceleração da inflação coincide com o aumento da dívida pública, resultado da concessão de incentivos fiscais e creditícios e do incremento da participação do setor público nos investimentos (Carneiro & Modiano 1990).

Também é clara a influência dos diversos planos de estabilização na variação dos preços. A partir da segunda metade da década de oitenta são observados aumentos crescentes no nível de preços, seguidos de quedas abruptas nas taxas de inflação. A Figura 1 ilustra essa afirmação ao reportar as séries de p_t , Δp_t e $\Delta^2 p_t$ e indicar a ocorrência dos referidos planos econômicos (Plano Cruzado, Plano Bresser, Plano Verão, Plano Collor I e Plano Collor II).

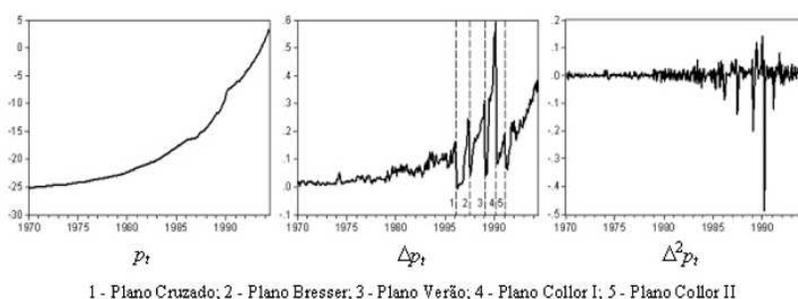


Figura 1: Gráficos das Séries p_t , Δp_t e $\Delta^2 p_t$

Os resultados dos testes *ADF* e *Phillips-Perron* (não reportados por economia de espaço) indicam que as séries p_t e $\Delta^2 p_t$ são claramente não-estacionária e estacionária, respectivamente. Esses resultados são robustos ao teste utilizado e ao período analisado.

No entanto, as evidências para a série Δp_t não são conclusivas. Em especial, para os períodos que incluem os planos de estabilização os testes apontam para rejeição da hipótese nula de que a série possui raiz unitária. Em um período de inflação explosiva seria esperado um comportamento não estacionário de Δp_t , o que não é confirmado pelos testes de raiz unitária utilizados. Os resultados contra-intuitivos destes testes podem ser consequência da presença de planos de estabilização de curta duração (Cati et al. 1999). A trajetória explosiva de Δp_t seria interrompida pelos planos econômicos, a inflação seria levada para níveis baixos e posteriormente a trajetória explosiva seria retomada (ver Figura 1). Desse modo, a evolução da série, induzida pelos diversos planos de estabilização mal-sucedidos, mimetizaria a manifestação do comportamento de reversão à média, característico de séries estacionárias. Nesse sentido, os testes usualmente empregados podem estar sendo viesados na direção de rejeitar a hipótese nula de que a série possui raiz unitária.

Sendo assim, em Cati et al. (1999) são sugeridas versões modificadas de alguns testes. Essas versões levam em conta a presença de planos de estabilização (*inliers*) e as modificações consistem basicamente na inclusão de variáveis binárias para cada um deles. No caso do teste *ADF*, a estatística relevante é

originalmente construída a partir de:

$$\Delta y_t = \omega + \gamma t + \rho y_{t-1} + \sum_{j=1}^k c_j \Delta y_{t-j} + \zeta_t. \quad (8)$$

As modificações de (8) sugeridas em Cati et al. (1999) são adaptações dos testes propostos em Vogelsang (1999). As estatísticas relevantes são construídas do mesmo modo e possuem a mesma distribuição dos testes convencionais (desde que os *inliers* sejam uma proporção fixa da amostra). Para efeito de referência, as estatísticas-teste serão denotadas por $ADF(C_A)$ e $ADF(C_B)$ e serão construídas a partir de (9a) e (9b), respectivamente:

$$\Delta y_t = \omega + \gamma t + \rho y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta y_{t-i} + \sum_{j=1}^p \kappa_j da(j)_t + \mu_j db(j)_t + \beta_j D(j)_t + \zeta_t \quad (9a)$$

$$\Delta y_t = \omega + \gamma t + \rho y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^{k+1} \sum_{j=1}^p \beta_{j,i} D(j)_{t-i} + \zeta_t \quad (9b)$$

em que $da(j)_t$ é uma variável binária que assume valor 1 no primeiro mês em que o plano econômico $j \in \{1, 2, \dots, p\}$ teve efeito e 0 caso contrário, $db(j)_t$ é variável binária que assume o valor 1 no primeiro mês após o final do plano econômico $j \in \{1, 2, \dots, p\}$ e 0 caso contrário, $D(j)_t$ denota uma variável binária que assume valor 1 nos meses em que o plano econômico $j \in \{1, 2, \dots, p\}$ teve efeito e zero caso contrário.

A construção das variáveis binárias pressupõe o conhecimento das datas de início e término dos planos de estabilização. Embora as datas de início dos planos sejam facilmente identificáveis, a determinação da data em que cada plano econômico deixou de ter efeito se mostra mais complexa, em especial nos planos de curta duração. Por conveniência, seguem-se os resultados de Cati et al. (1999): (i) Plano Cruzado (1986:03–1986:10); (ii) Plano Bresser (1987:07–1097:09); (iii) Plano Verão (1989:02–1989:04); (iv) Plano Collor I (1990:03–1990:05); (v) Plano Collor II (1991:02–1991:06).⁴

Conforme sugestão de Cati et al. (1999), também foram aplicados testes que consideram a presença de *outliers*. Uma vez identificados, basta adicionar às equações (9a) e (9b) uma variável *dummy* para cada *outlier* (e k defasagens dessa mesma variável). As estatísticas-teste que também levam em conta a presença de *outliers* [e que também são construídas a partir de (9a) e (9b)] serão denotadas $ADF(C_{AO})$ e $ADF(C_{BO})$, respectivamente.

Para identificação dos *outliers* será utilizada a abordagem proposta e os valores críticos de Perron & Rodríguez (2003). Os resultados apontam que as observações relativas ao período 1990:01–1990:03 são categorizadas como *outliers*, justamente os meses de inflação explosiva que antecederam ao plano de estabilização Collor I.

A Tabela 1 apresenta os resultados dos testes modificados para levar em consideração a presença de *inliers* e *outliers*. Há evidências da presença de raiz unitária na série de inflação. Quando se controla para a presença simultânea de *inliers* e *outliers*, somente nos períodos mais recentes a hipótese nula

⁴Os resultados são robustos a pequenas modificações das datas de início e término dos planos de estabilização.

de raiz unitária é rejeitada, mesmo assim apenas para a estatística $ADF(C_{AO})$. O mesmo não ocorre para a estatística $ADF(C_{BO})$. A percepção de que a série possui raiz unitária é reforçada à luz dos resultados encontrados em [Campêlo & Cribari-Neto \(2003\)](#) com outros testes robustos à presença de *inliers* e *outliers*.

Tabela 1: Testes de Raiz Unitária Modificados para Δp_t *

Período	$ADF(C_A)$	$ADF(C_B)$	$ADF(C_{AO})$	$ADF(C_{BO})$
1970:01-1994:06	-2,21 [1]	2,47 [3]	-2,82 [2]	-0,10 [3]
1980:01-1994:06	-2,60 [1]	1,98 [3]	-3,28 ^c [2]	-0,65 [3]
1985:01-1994:06	-1,66 [1]	2,13 [3]	-3,81 ^b [1]	-1,12 [1]

* As estatísticas com subscritos *A* e *B* se referem aos testes definidos em (9a) e (9b). As estatísticas com subscritos *AO* e *BO* se referem aos mesmos testes, levando em conta a presença de *outliers*. Mais detalhes ver texto. Os sobrescritos a, b e c indicam rejeição da hipótese nula de que a série possui raiz unitária a 1%, 5% e 10%, respectivamente. O número de defasagens incluídas foi escolhido de modo a minimizar o critério de informação de Schwartz. Os testes não foram realizados para os períodos que não incluem *inliers* ou *outliers* (1970:01-1979:12 e 1970:01-1985:01).

3.2 Oferta Nominal de Moeda

No que tange à oferta nominal de moeda, percebe-se uma evolução semelhante à série de preços: aceleração da taxa de expansão monetária a partir do início da década de oitenta e presença de *inliers*, resultado do impacto dos planos de estabilização mal-sucedidos (ver Figura 2). Entretanto, a despeito das semelhanças, cabe ressaltar que, quando comparada à série Δp_t , a série Δm_t se mostra mais volátil e com um componente sazonal mais acentuado.

Assim como na seção 3.1, os testes convencionais (não reportados por economia de espaço) indicariam que a série de oferta nominal de moeda é um processo $I(0)$. No entanto, a presença de *inliers* (e *outliers*) pode estar viesando os testes aplicados. Nesse sentido, a execução dos testes modificados de raiz unitária apresentados na seção 3.1 seria desejável. Por conveniência, os testes serão realizados com as mesmas datas utilizadas na seção 3.1 para Δp_t .⁵ Além disso, os *outliers* identificados para a série Δm_t foram 1986:03, 1989:12, 1990:02 e 1990:03. Note-se que os *outliers* identificados são observações de meses próximos aos planos Cruzado e Collor I. A Tabela 2 reporta os resultados dos testes modificados para Δm_t . Como no caso de Δp_t , os testes apontam que a série não possui raiz unitária.

Sobre o efeito da sazonalidade da série nos testes de raiz unitária, a tendência é de viés na direção da rejeição da hipótese nula de que a série possui raiz unitária [para referências ver [Maddala & Kim \(1998\)](#), p. 364-365]. Sendo assim, como os resultados reportados na Tabela 2 indicam que a série é $I(1)$, este viés não causa maior preocupação. O mesmo pode ser dito sobre a série Δp_t e de encaixes monetários reais. Aliás, a análise dos correlogramas destas duas séries não indica a presença clara de sazonalidade.

⁵Novamente, os resultados são robustos a pequenas mudanças na datação dos *inliers*.

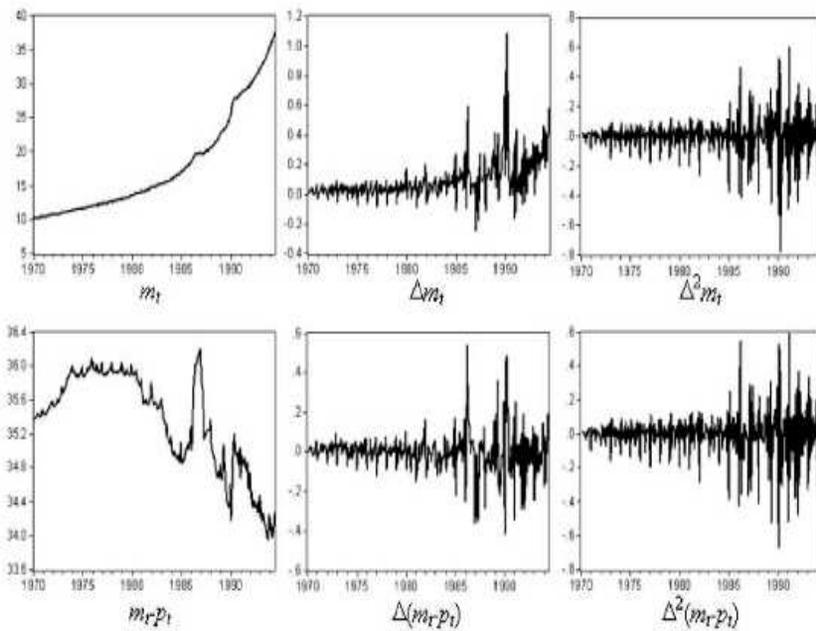


Figura 2: Gráficos das Séries Relevantes de Oferta Nominal e Real de Moeda

Tabela 2: Testes de Raiz Unitária Modificados para Δm_t^*

Período	$ADF(C_A)$	$ADF(C_B)$	$ADF(C_{AO})$	$ADF(C_{BO})$
1970:01 1994:06	-2,88 [2]	-3,10 [2]	-3,11 [2]	-1,60 [2]
1980:01 1994:06	-3,01 [2]	-3,10 [2]	-3,56 ^b [2]	-1,18 [2]
1985:01 1994:06	-1,80 [2]	-2,59 [2]	-3,97 ^b [1]	-2,30 [2]

* As estatísticas com subscritos *A* e *B* se referem aos testes definidos em (9a) e (9b). As estatísticas com subscritos *AO* e *BO* se referem aos mesmos testes, levando em conta a presença de *outliers*. Mais detalhes ver texto. Os sobrescritos *a*, *b* e *c* indicam rejeição da hipótese nula de que a série possui raiz unitária a 1%, 5% e 10%, respectivamente. O número de defasagens incluídas foi escolhido de modo a minimizar o critério de informação de Schwartz. Os testes não foram realizados para os períodos que não incluem *inliers* ou *outliers* (1970:01-1979:12 e 1970:01-1985:01).

3.3 Encaixes Monetários Reais

Com relação aos encaixes monetários reais, percebem-se comportamentos distintos em diferentes períodos. Até o final da década de setenta, nota-se o crescimento (para o início da década) ou manutenção do estoque real de moeda. A partir da década de oitenta, com a aceleração da inflação, percebe-se tendência de redução de $m_t - p_t$. Aliás, esse é um fato observado na grande maioria dos países que experimentaram altas taxas de inflação. Uma das possíveis explicações para esse fato é que, em períodos de alta inflação, os agentes buscam moedas estrangeiras e/ou moedas indexadas para substituir a moeda doméstica.

A Tabela 3 ilustra essa afirmação: em todos os períodos a taxa de expansão monetária é superior à taxa de inflação, com exceção daquele compreendido entre 1970 e 1979. A diminuição do estoque real de moeda só é interrompida nos períodos imediatamente posteriores aos planos de estabilização, em especial os planos Cruzado e Collor I. Na primeira metade da década de oitenta, a redução do estoque real de moeda se mostrou especialmente acentuada: a taxa de inflação se mostrou 35% superior à taxa de expansão monetária.

Tabela 3: Taxa de Inflação e Expansão Monetária *

Período	Taxa Média Mensal de Inflação (π)	Taxa Média Mensal do Crescimento da Oferta de Moeda (\dot{m})	π/\dot{m}
1970:01 1994:06	10,17%	9,75%	1,04
1970:01 1979:12	2,31%	2,76%	0,84
1970:01 1984:12	4,06%	3,79%	1,07
1980:01 1994:06	7,45%	5,53%	1,35
1985:01 1994:06	20,25%	19,43%	1,04

* Tem-se que π e \dot{m} são tais que $P_T = P_0(1 + \pi)^T$ e $M_T = M_0(1 + \dot{m})^T$, em que P e M são os níveis dos preços e da oferta nominal de moeda, respectivamente.

Os testes convencionais (não reportados por economia de espaço) apontam que as séries $m_t - p_t$ e $\Delta^2(m_t - p_t)$ são não-estacionária e estacionária, respectivamente. Com relação à série $\Delta(m_t - p_t)$, os resultados dependem do período e do teste utilizados: o teste Phillips-Perron rejeita a hipótese nula para todos os períodos enquanto o *ADF* rejeita para os períodos que incluem observações mais recentes (inclusive 1970:01 à 1994:06). Na verdade, em somente quatro casos, de todas as 20 combinações possíveis de testes, especificações e períodos, não foi rejeitada a hipótese nula de presença de raiz unitária. Desse modo, aparentemente a série de estoque real de moeda seria um processo $I(1)$.

No entanto, a presença de quebras estruturais tende a viesar os testes convencionais. Por um lado, a hipótese nula de não-estacionariedade seria aceita em circunstâncias em que as séries seriam, na verdade, estacionárias com quebras estruturais (Perron 1989). Por outro lado, se na verdade as séries são $I(1)$ com quebra estrutural, ocorreria justamente o contrário: rejeições espúrias da hipótese nula (Leybourne et al. 1998). Por conta disso, em Lumsdaine & Pappell (1997) são propostos testes de raiz unitária cujas hipóteses alternativas consideram a possibilidade de ocorrência de duas quebras estruturais, cujas datas são estimadas endogenamente. Os testes são construídos a partir da

regressão (10):

$$\Delta y_t = \omega + \gamma t + \omega_1 DU1_t + \gamma_1 DT1_t + \omega_2 DU2_t + \gamma_2 DT2_t + \rho y_{t-1} + \sum_{j=1}^k c_j \Delta y_{t-j} + \zeta_t \quad (10)$$

em que $DU1_t$ e $DU2_t$ são variáveis que indicam mudanças na média nos períodos $TB1$ e $TB2$, respectivamente (assumem valor 1 se $t > TBi$ e 0 caso contrário, para $i = 1, 2$), $DT1_t$ e $DT2_t$ são variáveis que indicam mudanças na tendência nos períodos $TB1$ e $TB2$, respectivamente (assumem valor $t - TBi$ se $t > TBi$ e 0 caso contrário, para $i = 1, 2$).

Os estimadores e as estatísticas relevantes são computados usando todas as observações para pares distintos de valores (t_1, t_2) , para $t_1 = t_0, t_0 + 1, \dots, T - t_0$, $t_2 = t_0, t_0 + 1, \dots, T - t_0$, com $t_0 = Tv_0$, $t_1 \neq t_2$, $t_1 \neq t_2 \pm 1$ e v_0 representando alguma fração da amostra. Neste trabalho, utilizou-se $v_0 = 0,15$, tal como sugerido em Hansen (1992).

Denote-se Υ o conjunto de pares distintos de valores (t_1, t_2) que preenchem as condições explicitadas no parágrafo anterior e defina-se $T^* = \{\tau_1 = TB1/T, \tau_2 = TB2/T \text{ tal que } (TB1, TB2) \in \Upsilon\}$. A hipótese nula é de que a série possui raiz unitária. A estatística de interesse é construída a partir da estatística t associada a essa hipótese $\hat{t}(\tau_1, \tau_2)$. Mais especificamente, a estatística-teste, denotada por $ADF(2Q)$, é:

$$ADF(2Q) = \inf_{(\tau_1, \tau_2) \in T^*} \hat{t}(\tau_1, \tau_2). \quad (11)$$

A escolha da defasagem k em (10) é feita segundo o procedimento proposto em Perron (1989). Começa-se com um limite superior (k_{\max}) e testa-se sua significância. Caso seja significativo, escolhe-se $k = k_{\max}$. Caso contrário reduz-se k até que a última defasagem incluída seja significativa. Se nenhuma defasagem for significativa, escolhe-se $k = 0$.

A especificação proposta em (10) equivale ao modelo CC de Lumsdaine & Papell (1997). A equação (10) com a omissão de $DT1$ e $DT2$ equivale ao modelo AA, e a mesma equação com a omissão de $DT2$ equivale ao modelo CA. Os resultados dos testes, para os modelos CC, AA e CA e para diferentes períodos, estão reportados na Tabela 4 e 5 e trazem fortes evidências de que $m_t - p_t \sim I(1)$.

Obviamente, pode haver muitas quebras estruturais no período analisado. Nesse caso, se em testes convencionais a presença de quebras estruturais pode gerar aceitação (ou rejeição) espúria da hipótese nula de que a série é não-estacionária, pode-se esperar que o mesmo ocorra em testes que contemplam duas quebras estruturais caso haja mais mudanças de regime.

Sendo assim, uma possível solução seria migrar para testes que abrigam a possibilidade de um número maior de quebras estruturais endógenas. A título de exemplo, em Kapetanios (2005) é proposto um teste similar ao de Lumsdaine & Papell (1997), mas no qual a hipótese alternativa comporta até $m > 2$ quebras estruturais e em que a data das quebras é selecionada endogenamente pelo método sequencial de Bai & Perron (1998). No entanto, conforme o número máximo de quebras estruturais permitidos aumenta, o poder do teste tende a diminuir, ou seja, retoma-se o problema inicial de aceitação espúria da hipótese nula. Não há solução fechada para este dilema na literatura.

Conforme sugerido em [Kapetanios \(2005\)](#), os fenômenos econômicos associados à série de interesse devem ser usados para selecionar o número máximo de quebras estruturais a serem usadas.

A observação do gráfico de $\Delta(m_t - p_t)$ na Figura 2 não sugere quebras estruturais óbvias. Esta constatação é reforçada pela Tabela 3: talvez com exceção da primeira metade da década de oitenta, a razão entre a inflação e a taxa de crescimento da oferta nominal de moeda não se alterou substancialmente. De todo modo, dificilmente consegue-se vislumbrar mais do que duas quebras estruturais na série $\Delta(m_t - p_t)$. A aplicação do teste de [Bai & Perron \(1998\)](#) para quebras estruturais confirma esta conjectura, ao indicar que a série tem, no máximo, uma quebra estrutural (próxima ao Plano Collor I).⁶ Procedimento similar ao feito para a série $m_t - p_t$ indica que a mesma tem duas quebras estruturais (próximas ao Plano Cruzado e ao Plano Collor I), justificando também o uso do teste de [Lumsdaine & Papell \(1997\)](#). Sendo assim, há evidências que, de fato, $m_t - p_t \sim I(1)$.

Tabela 4: Testes de Raiz Unitária com Quebra Estrutural para $m_t - p_t$

		Períodos			
		1970:01 1994:06	1970:01 1984:12	1985:01 1994:06	
CC	TB1	1978:01	1973:03	1986:02	
	TB2	1986:02	1979:10	1990:02	
	ADF(2Q)	-5,458	-5,023	-8,153 ^a	
	k	3	0	3	
AA	TB1	1986:02	1980:06	1986:02	
	TB2	1986:12	1982:12	1990:02	
	ADF(2Q)	-5,280	-4,301	-5,874	
	k	1	3	3	
CA	TB1	1978:11	1975:04	1986:12	
	TB2	1986:02	1982:12	1990:02	
	ADF(2Q)	-5,342	-5,027	-7,658 ^a	
	k	3	0	0	

* Os sobrescritos a, b e c indicam rejeição da hipótese nula de que a série possui raiz unitária a 1%, 5% e 10% de significância, respectivamente. Os valores críticos para o modelo CC são -7,34 (1%), -6,82 (5%) e -6,49 (10%). Para o modelo AA são -6,94 (1%), -6,24 (5%), -5,96 (10%). Para o modelo CA são -7,24 (1%), -6,65 (5%) e -6,33 (10%). Mais detalhes ver texto.

4 Cointegração

4.1 Testes de Cointegração

A Tabela 6 apresenta os resultados dos testes de cointegração para diferentes períodos. Nota-se que para toda a amostra (1970:01 à 1994:06) e para o pe-

⁶O teste foi aplicado para diversas especificações, incluindo algumas semelhantes ao do teste ADF. O resultado típico é a ausência de quebras estruturais quando a especificação inclui tendência e a presença de uma quebra em torno do Plano Collor I quando a especificação somente inclui constante. Em [Bai & Perron \(1998\)](#) o teste não comporta variáveis defasadas, tendências e erros não-estacionários, mas [Bai \(1999\)](#) mostra que o procedimento pode ser estendido para essas circunstâncias.

Tabela 5: Testes de Raiz Unitária com Quebra Estrutural para $\Delta(m_t - p_t)^*$

		Períodos			
		1970:01 1994:06	1970:01 1984:12	1985:01 1994:06	
CC	TB1	1986:02	1981:12	1986:02	
	TB2	1987:02	1982:06	1987:05	
	ADF(2Q)	-20,641 ^a	-14,159 ^a	-13,617 ^a	
	k	0	0	0	
AA	TB1	1990:02	1981:12	1990:02	
	TB2	1990:05	1982:03	1990:05	
	ADF(2Q)	-20,099 ^a	-12,240 ^a	-12,630 ^a	
	k	0	0	0	
CA	TB1	1990:02	1981:12	1990:02	
	TB2	1990:05	1982:03	1990:05	
	ADF(2Q)	-20,154 ^a	-14,273 ^a	-12,823 ^a	
	k	0	0	0	

* Os sobrescritos a, b e c indicam rejeição da hipótese nula de que a série possui raiz unitária a 1%, 5% e 10% de significância, respectivamente. Os valores críticos para o modelo CC são -7,34 (1%), -6,82 (5%) e -6,49 (10%). Para o modelo AA são -6,94 (1%), -6,24 (5%), -5,96 (10%). Para o modelo CA são -7,24 (1%), -6,65 (5%) e -6,33 (10%). Mais detalhes ver texto.

riodo 1970:01-1986:02 há fortes indícios de existência de cointegração entre os encaixes monetários reais e a variação da oferta nominal de moeda. No entanto, para o período 1986:03-1994:06 os testes de cointegração apontam para não validade da relação de cointegração entre $m_t - p_t$ e Δm_t .

Os resultados encontrados são similares aos de Rossi (1994): não se encontra evidência de cointegração entre encaixes monetários reais e variação da oferta nominal de moeda no período que compreende os diversos planos de estabilização. No entanto, a presença de quebras estruturais nos parâmetros do vetor de cointegração pode causar sub-rejeição da hipótese nula de que as séries não cointegram.⁷ Em outras palavras, a ausência de cointegração pode ser causada pela má especificação do teste utilizado, ao não considerar a possibilidade de quebras estruturais.

Sendo assim, pretende-se seguir Gregory & Hansen (1996) e realizar testes de cointegração que permitem a possibilidade de mudanças de regime. Mais especificamente, testa-se a hipótese nula de não existência de cointegração contra a hipótese alternativa de cointegração (com ou sem mudança de regime em um período desconhecido). Os testes são baseados nos resíduos da regressão (12) e são análogos aos testes de raiz unitária da seção 3.3:

$$m_t - p_t = \alpha + \alpha_1 DU_t + \lambda \Delta m_t + \lambda_1 \Delta m_t DU_t + \varepsilon_t \tag{12}$$

em que DU_t é variável que indica mudança na média no período TB (assume valor 1 se $t > TB$ e 0 caso contrário), α representa o intercepto antes da quebra estrutural, α_1 denota a variação do intercepto resultado da quebra estrutural, λ representa a inclinação antes da quebra estrutural, λ_1 denota a variação de λ resultado da quebra estrutural.

A hipótese nula é de que os resíduos de (12) possuem raiz unitária sem quebra estrutural. A estatística de interesse é construída a partir da estatística

⁷ Para referências, ver Maddala & Kim (1998, p. 410)

Tabela 6: Testes de Cointegração

Período	Estatística [*]	H0: $r \leq 1$	H0: $r = 0$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\lambda}$	LR($\lambda = 1/\pi$) ^{**}
1970:01 1994:06	T	1,32	25,58 ^a	-36,04	6,78	4,800
	MA	1,32	24,26 ^a			(0,028)
1970:01 1984:12	T	1,89	21,76 ^b	-36,55	23,07	0,003
	MA	1,89	19,86 ^b			(0,954)
1985:01 1994:06	T	2,36	16,17	-36,24	7,34	2,420
	MA	2,36	13,81			(0,120)

^{*} As siglas T e MA se referem respectivamente às estatísticas do traço e do máximo autovalor, como definidas em [Johansen & Juselius \(1990\)](#). Os sobrescritos a, b e c indicam rejeição da hipótese nula a 1%, 5% e 10% de significância, respectivamente

^{**} Resultado do teste de razão de verossimilhança para hipótese nula de que λ é igual ao inverso da taxa de inflação mensal do período (ver seção 4.3 para detalhes). A estatística-teste tem distribuição χ_1^2 e o p -valor é reportado entre parênteses.

t associada a essa hipótese, $\hat{t}(\tau)$. São construídas três estatísticas distintas, cada uma associada a um teste de raiz unitária. As estatísticas são denotadas por Z_α^* , Z_t^* e ADF^* , sendo que as duas primeiras se referem ao teste Phillips-Perron e a terceira ao teste ADF :

$$Z_\alpha^* = \inf_{\tau \in T^*} Z_\alpha(\tau) \quad (13a)$$

$$Z_t^* = \inf_{\tau \in T^*} Z_t(\tau) \quad (13b)$$

$$ADF^* = \inf_{\tau \in T^*} ADF(\tau). \quad (13c)$$

No entanto, é importante notar que os testes propostos em [Gregory & Hansen \(1996\)](#) não trazem muita evidência no que diz respeito à existência ou não de quebra estrutural, uma vez que a hipótese alternativa tem como caso particular o modelo usual de cointegração sem mudança de regime. De outro modo, a rejeição da hipótese nula implica em evidência da existência de uma relação de longo prazo entre as variáveis envolvidas, mas não traz inferência no que diz respeito a quebras estruturais nessa relação. Nesse sentido, é sugerido em [Gregory & Hansen \(1996\)](#) o uso das três estatísticas construídas em [Hansen \(1992\)](#), denotadas por $SupF$, $MeanF$ e L_c , como complemento daquelas explicitadas em (13a), (13b) e (13c). O método de construção dessas estatísticas é similar ao utilizado em [Gregory & Hansen \(1996\)](#) e a derivação de cada uma não vai ser explicitada neste trabalho.

A Tabela 7 apresenta os resultados dos testes de cointegração propostos em [Gregory & Hansen \(1996\)](#) para a relação entre $m_t - p_t$ e Δm_t . Nota-se que, para os três períodos analisados, há fortes evidências de existência de cointegração entre as referidas séries: a hipótese nula é rejeitada na maioria dos casos. Aparentemente a aceitação da hipótese nula dos testes de cointegração convencionais é resultado do viés de sub-rejeição dos mesmos frente a quebras estruturais nos vetores de cointegração. Por outro lado, a presença de quebras estruturais nas séries (e não nos parâmetros do vetor de cointegração) tende a provocar rejeição espúria da hipótese nula em testes de cointegração ([Leybourne & Newbold 2003](#)), principalmente quando são usados testes que incorporam quebras estruturais ([Cook 2004](#)). Sendo assim, as evidências de cointegração apresentadas na Tabela 7 podem na verdade ser resultado deste

viés. A este respeito Cook & Vougas (2007) mostram que o teste de cointegração proposto em Cook & Vougas (2008) é robusto à presença de quebras estruturais nas séries, não apresentando os problemas de rejeição espúria dos testes convencionais. Nesse sentido, a aplicação do referido teste para o período completo confirma as evidências de cointegração do teste de Gregory & Hansen (1996).⁸

Sobre o efeito da sazonalidade das séries nos testes convencionais de cointegração, não há literatura específica abordando o tema. Intuitivamente, espera-se que o efeito seja similar ao das quebras estruturais, ou seja, tendência de rejeição espúria da hipótese nula de não-cointegração. Nesse sentido, o resultado do teste de Cook & Vougas (2008) garantiria que, de fato, há cointegração entre as séries analisadas.

Também são reportados na Tabela 7 os resultados dos testes propostos em Hansen (1992) para a relação de cointegração entre $m_t - p_t$ e Δm_t . Para toda a amostra rejeita-se fortemente a hipótese nula de constância dos parâmetros do vetor de cointegração: todas as estatísticas são altamente não significativas. Esse resultado corrobora as evidências encontradas para os testes usuais de cointegração (ver Tabela 6), que revelam variação substancial do parâmetro λ quando estimado para diferentes períodos. Aliás, as estimativas do período de ocorrência da quebra estrutural no vetor de cointegração apontam para mudança de regime na metade da década de oitenta (1985:04 ou 1984:12, dependendo da estatística), período de violenta aceleração inflacionária. Quando se considera o período 1970:01-1984:12 também existe evidência de quebra estrutural no vetor de cointegração. As estatísticas $MeanF$ e L_c são altamente não significativas (embora a estatística $SupF$ seja somente significativa a 10%). Novamente o período de ocorrência da quebra estrutural (1978:11 ou 1979:02, dependendo da estatística) coincide com a aceleração da inflação. Para o período 1985:01-1994:06, a hipótese nula é fortemente aceita para as estatísticas $MeanF$ e L_c e rejeitada para a estatística $SupF$ (ao nível de significância de 5%).

4.2 Cointegração e Imposto Inflacionário

No contexto do modelo descrito na seção 2 pode-se demonstrar que a taxa de crescimento dos preços e da oferta de moeda que maximiza a receita obtida com o imposto inflacionário é $1/\lambda$ (Cagan 1956). Nesse sentido, as relações de cointegração expostas na Proposição 1 podem ser usadas para testar se a taxa de inflação observada é realmente aquela que maximiza essa receita.

A observação dos resultados desses testes na última coluna da Tabela 6 não permite rejeitar a hipótese nula de que $\lambda = 1/\pi$ (em que π é a inflação mensal do período) para cada um dos subperíodos. Desse modo, há indícios de que, com as taxas de inflação observadas, o governo maximizou a receita auferida com o imposto inflacionário. No entanto, cabe salientar que a validade dessa conclusão depende da hipótese de que a semi-elasticidade não se altera para conceitos menos amplos de moeda, pois somente seria extraído imposto inflacionário de novas emissões de papel-moeda e pela depreciação do estoque de papel-moeda em circulação. Essa hipótese equivale a supor que a razão entre M1 e a base monetária é estacionária.

⁸O valor encontrado para a estatística-teste foi -4,961, superior em valor absoluto ao valor crítico -3,829 (1% de significância); ver Tabela 1 de Cook & Vougas (2008).

Tabela 7: Cointegração com Mudanças de Regime e Testes de Quebra Estrutural

Período	Cointegração com Mudança de Regime		Quebra Estrutural
	Estatística-Teste*		Estatística-Teste**
		TB	
1970:01 1994:06	Z_{α}^*	-274,94 ^a	1985:04 <i>SupF</i> 53,72 ^a
	Z_t^*	-15,91 ^a	1985:04 <i>MeanF</i> 35,89 ^a
	<i>ADF</i> *	-5,09 ^b	1984:12 L_c 1,76 ^a
1970:01 1984:12	Z_{α}^*	-210,07 ^a	1979:02 <i>SupF</i> 10,44
	Z_t^*	-15,16 ^a	1979:02 <i>MeanF</i> 9,01 ^a
	<i>ADF</i> *	-3,98	1978:11 L_c 1,50 ^a
1985:01 1994:06	Z_{α}^*	-106,53 ^a	1986:12 <i>SupF</i> 14,54 ^b
	Z_t^*	-9,97 ^a	1986:12 <i>MeanF</i> 2,89
	<i>ADF</i> *	-4,32	1990:10 L_c 0,22

* Hipótese nula de que as séries não cointegram. Os sobrescritos a, b e c indicam rejeição da hipótese nula a 1%, 5% e 10% de significância, respectivamente. Para Z_{α}^* os valores críticos são -57,17 (1%), -47,07 (5%) e -41,85 (10%). Para Z_t^* e *ADF** os valores críticos são 0,898 (1%), 0,575 (5%) e 0,450 (10%).

** Hipótese nula de que o vetor de cointegração não possui quebra estrutural. Os sobrescritos a, b e c indicam rejeição da hipótese nula a 1%, 5% e 10% de significância, respectivamente. Os valores críticos para *SupF* são 16,2 (1%), 12,4 (5%) e 10,6 (10%). Para *MeanF* os valores críticos são 6,78 (1%), 4,57 (5%) e 3,73 (10%). Para L_c os valores críticos são 0,898 (1%), 0,575 (5%) e 0,450 (10%).

4.3 Cointegração e Bolhas

As relações de cointegração contidas na Proposição 1 também podem ser usadas para se testar a existência de bolhas racionais no âmbito do modelo exposto na seção 2. No entanto, cabe antes definir mais precisamente o que se entende por bolhas racionais.

Definição 1 (Diba & Grossman 1988). *Tome-se a equação (2). Da equação (4), supondo-se que as esperanças condicionais estão definidas e que a soma*

$\sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)^i E_t(m_{t+i} - u_{t+i})$ *converge, a solução de (2) que reflete os fundamentos do mercado é:*

$$F_t = \frac{1}{1+\lambda} \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)^i E_t(m_{t+i} - u_{t+i}) - \alpha. \tag{14}$$

No entanto, a classe completa de soluções de (4) é dada por:

$$p_t = F_t + B_t. \tag{15}$$

O termo B_t é qualquer variável aleatória que soluciona a equação (15), pode depender tanto de m_{t+i} e u_{t+i} como de outras variáveis e é tal que:

$$E_t(B_{t+1}) - \left(\frac{1+\lambda}{\lambda}\right) B_t = 0. \tag{16}$$

Perceba que, como $\left(\frac{1+\lambda}{\lambda}\right) > 1$, B_t explode em valor esperado:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} E_t(B_{t+i}) = \lim_{i \rightarrow \infty} \left(\frac{1+\lambda}{\lambda}\right)^i B_t = \begin{cases} +\infty & \text{se } B_t > 0, \\ -\infty & \text{se } B_t < 0. \end{cases} \tag{17}$$

Se $B_t \neq 0$, então se diz que existe uma bolha racional.

Note que a presença de bolhas racionais implica que os agentes têm expectativa de que o nível de preços domésticos não está sendo formado de acordo com o componente que reflete os fundamentos do mercado (F_t). Do ponto de vista teórico, a condição de transversalidade imposta na equação (3) exclui a possibilidade de bolhas (nesse caso $p_t = F_t$). Em outras palavras, a validade da afirmação (iii) da Proposição 1 depende da imposição da referida condição de transversalidade. No entanto, cabe notar que a afirmação (ii) da Proposição 1 vale independente da existência ou não de bolhas, uma vez que não foi imposta nenhuma condição de transversalidade em (6). Em resumo, a Proposição 2 mostra que a validade da relação de cointegração expressa na afirmativa (iii) da Proposição 1 é incompatível com a presença de bolhas racionais.

Proposição 2 (Diba & Grossman 1988). Se $(m_t - p_t) + \lambda \Delta m_t - \alpha \sim I(0)$, $B_t = 0$.

Desse modo, diversos autores utilizam técnicas de cointegração para testar a presença de bolhas racionais⁹. No caso específico do modelo da seção 2, se $m_t - p_t$ cointegrar com Δm_t e Δp_t , estaria excluída possibilidade de existência de bolhas racionais. No entanto, se o estoque real de moeda somente cointegrar com Δp_t , e não com Δm_t , uma possível explicação seria a presença de bolhas racionais.

Sendo assim, os resultados descritos na seção 4.2 seriam indícios da ausência de bolhas racionais. No entanto, Evans (1991) salienta que os testes de cointegração usualmente aplicados não são adequados para detectar uma importante classe de bolhas racionais. Basicamente, o argumento é que esses testes, quando aplicados a bolhas que colapsam periodicamente, têm uma alta probabilidade de levar a conclusão de que esse tipo de bolha não está presente. Sendo assim, no que diz respeito à presença de bolhas racionais, os resultados dessa seção devem ser vistos com certa reserva.

5 Testando as Restrições de Expectativas Racionais

As restrições de cointegração discutidas na seção 4 são condições necessárias, mas não suficientes, para garantir a validade do modelo da seção 2, se os agentes formam suas expectativas de maneira racional. A natureza exata das restrições associadas a essa hipótese depende das premissas que se assume a respeito de u_t .

Da equação (6), tem-se que:

$$\underbrace{(m_t - p_t) + \lambda \Delta p_{t+1} - \alpha}_{\xi_{t+1}} = u_t + \lambda \eta_{t+1}. \quad (18)$$

Sob a hipótese de expectativas racionais os erros de expectativa (η_{t+1}) devem ser não correlacionados com I_t . No entanto, u_t pode ser correlacionado com I_t . Além disso, se u_t possui autocorrelação serial, também é correlacionado com o conjunto de informação I_{t-i} (para todo $i > 0$). Desse modo, se o modelo é exato, ou seja, se $u_t = 0$ para todo t , então ξ_{t+1} não possui autocorrelação serial e é não correlacionado com as variáveis observáveis em t e nos períodos anteriores. Se o modelo não é exato e u_t é ruído branco, então ξ_{t+1}

⁹Ver Diba & Grossman 1988, por exemplo

é não correlacionado com o conjunto de informação no período $t - 1$. Nesse caso, ξ_{t+1} será $MA(1)$. De maneira geral, se u_t é $MA(k)$, então ξ_{t+1} é não correlacionado com o conjunto de informação em $t - k - 1$ e será $MA(k + 1)$.

Defina-se o conjunto de informação $H_t^k \equiv \{\Delta^2 m_{t-j}, S_{t-j}, 0 \leq j \leq k\} \subseteq I_t$. Projetando os dois lados de (18) em H_t^k tem-se que:

$$E(\xi_{t+1} \equiv (m_t - p_t) + \lambda \Delta p_{t+1} - \alpha \mid H_t^k) = 0 \tag{19}$$

Note que a equação (19) é uma condição de ortogonalidade e como tal pode ser testada do seguinte modo: (i) constrói-se ξ_{t+1} utilizando-se a estimativa de α e λ obtida das relações de cointegração; (ii) regride-se ξ_{t+1} nas variáveis de H_t^k ; (iii) testa-se a significância estatística dessa regressão. Note-se que esta maneira de se testar a hipótese de expectativas racionais não é adequada se u_t segue um processo $AR(p)$, pois ξ_{t+1} será correlacionado com todas as defasagens das variáveis do conjunto de informação [lembre-se que um $AR(p)$ pode ser escrito como $MA(\infty)$] (Engsted 1998).

Alternativamente, tomando-se a equação (7) nota-se que, para o modelo exato, $S_t \equiv (m_t - p_t) + \lambda \Delta m_t - \alpha$ é o predictor ótimo do valor presente das mudanças futuras no crescimento da oferta de moeda. Esta afirmação implica certas restrições nos parâmetros do modelo VAR abaixo:

$$\begin{bmatrix} \Delta^2 m_t \\ S_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a(L) & b(L) \\ c(L) & d(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta^2 m_{t-1} \\ S_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix}, \tag{20}$$

em que L é o operador defasagem, $a(L)$, $b(L)$, $c(L)$ e $d(L)$ são polinômios em L , e_{1t} e e_{2t} são os termos de erro.

Entretanto, o modelo definido em (20) também pode ser escrito no seguinte formato:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \Delta^2 m_t \\ \vdots \\ \Delta^2 m_{t-k+1} \\ S_t \\ \vdots \\ S_{t-k+1} \end{bmatrix}}_{Z_t} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_1 & \cdots & a_k & b_1 & \cdots & b_k \\ & I_{k-1} & & & & 0 \\ c_1 & \cdots & c_k & d_1 & \cdots & d_k \\ & I_{k-1} & & & & 0 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta^2 m_{t-1} \\ \vdots \\ \Delta^2 m_{t-k} \\ S_{t-1} \\ \vdots \\ S_{t-k} \end{bmatrix}}_{Z_{t-1}} + \underbrace{\begin{bmatrix} e_{1t} \\ 0 \\ e_{2t} \\ 0 \end{bmatrix}}_{e_t}. \tag{21}$$

Definam-se os vetores g e h tal que selecionem respectivamente as equações de (21) referentes à $\Delta^2 m_t$ e S_t . Sendo assim, as previsões relativas a valores futuros de $\Delta^2 m_t$ podem ser geradas como $E(\Delta^2 m_{t+i} \mid H_t^k) = gA^i Z_t$. Projetando cada lado da equação em H_t^k e notando que $S_t \in H_t^k$ e (por hipótese) $u_t = 0$ para todo t , chega-se a:

$$S_t' = hZ_t = -\lambda gA(I - bA)^{-1} Z_t. \tag{22}$$

Percebe-se que (22) define um conjunto de restrições não-lineares com relação aos parâmetros de (20). No entanto, eliminando Z_t e pré-multiplicando ambos os lados de (22) por $(I - bA)$ chega-se a um conjunto de restrições lineares denotado por:

$$h(I - bA) = -\lambda gA. \tag{23}$$

Não é difícil demonstrar que, em termos dos parâmetros de (20) ou (21), a equação (23) implica nas restrições expressas em (24a), (24b) e (24c).

$$c_i = (1 + \lambda)a_i \quad \forall i = 1, \text{dots}, k, \quad (24a)$$

$$d_1 = (1 + \lambda)\left(\frac{1}{\lambda} + b_1\right), \quad (24b)$$

$$d_i = (1 + \lambda)b_i \quad \forall i = 2, \text{dots}, k. \quad (24c)$$

Note-se que os dois procedimentos descritos nesta seção são equivalentes. A Proposição 3 formaliza esta afirmação.

Proposição 3 (Engsted 1998). *A estatística-teste para a validade das restrições do modelo VAR expressas em (24a), (24b) e (24c) é numericamente idêntica à estatística-teste para a significância da regressão de ξ_{t+1} em valores correntes e defasados de $\Delta^2 m_t$ e S_t .*

A Tabela 8 reporta os resultados da regressão de ξ_{t+1} nas variáveis de H_t^k (valores correntes e defasados de $\Delta^2 m_t$ e S_t). Note que S_t foi construído a partir das estimativas dos parâmetros α e λ , reportadas na Tabela 6. Além disso, a referida regressão foi estimada para toda a amostra (1970:01-1994:06) e para os períodos 1970:01-1984:12 e 1985:01-1994:12. A princípio, não faria sentido estimar a regressão para o período 1985:01-1994:06, pois nesse período as restrições de cointegração não foram satisfeitas para os testes tradicionais. No entanto, como os testes de cointegração que permitem quebras estruturais rejeitam a hipótese nula de não-cointegração estimou-se a regressão para esse período (ver seção 4). O modelo de Cagan exato sob expectativas racionais é rejeitado para os três períodos: a estatística-teste é significativa para todos os casos reportados na Tabela 8. Esse resultado é bastante robusto ao número de defasagens de $\Delta^2 m_t$ e S_t , ou seja, ao H_t^k escolhido.¹⁰

Uma das possíveis explicações a rejeição do modelo de Cagan exato sob expectativas racionais é o modo como os choques na demanda por moeda (u_t) foram modelados. Uma especificação alternativa poderia contemplar a possibilidade de autocorrelação serial entre os choques, por exemplo. No entanto, o propósito desta seção foi apenas verificar a existência de choques estatisticamente significativos na demanda por moeda e não explorar sua magnitude. Esta tarefa será deixada para a próxima seção.

6 Choques na Demanda por Moeda

Testes estatísticos formais tais como os derivados na seção 5 são bastante comuns na literatura de expectativas racionais. No entanto, há certa dificuldade em se interpretar economicamente os resultados desses testes. Se o teste não rejeita as restrições, conclui-se que o modelo é válido, caso contrário considera-se que o modelo não é válido. O problema dessa abordagem é que se presume que o modelo econômico pode ser formulado no contexto de um modelo probabilístico completo. Desse modo, o modelo deve descrever todos os aspectos das séries observadas, ou seja, a diferença entre as previsões do modelo e as observações deve ser um ruído branco. Se esse não é o caso,

¹⁰Na Tabela 8 foram reportados somente os resultados para as regressões estimadas com até cinco defasagens de $\Delta^2 m_t$ e S_t . No entanto, os resultados se mantêm quando são acrescentados mais defasagens.

Tabela 8: Teste do Modelo de Cagan Exato sob Expectativas Racionais

Período	Defasagem Máxima	$\hat{\alpha}$	$\hat{\lambda}$	Estatística-Teste*
1970:01 1994:06	1	-36,04	6,78	28,32 (0,000)
1970:01 1994:06	2	-36,04	6,78	19,58 (0,000)
1970:01 1994:06	3	-36,04	6,78	15,19 (0,000)
1970:01 1994:06	4	-36,04	6,78	12,52 (0,000)
1970:01 1994:06	5	-36,04	6,78	10,41 (0,000)
1970:01 1984:12	1	-36,55	23,07	169,68 (0,000)
1970:01 1984:12	2	-36,55	23,07	99,56 (0,000)
1970:01 1984:12	3	-36,55	23,07	79,25 (0,000)
1970:01 1984:12	4	-36,55	23,07	65,47 (0,000)
1970:01 1984:12	5	-36,55	23,07	56,26 (0,000)
1985:01 1994:06	1	-36,24	7,37	28,36 (0,000)
1985:01 1994:06	2	-36,24	7,37	16,11 (0,000)
1985:01 1994:06	3	-36,24	7,37	12,19 (0,000)
1985:01 1994:06	4	-36,24	7,37	9,62 (0,000)
1985:01 1994:06	5	-36,24	7,37	8,06 (0,000)

* Resultado do teste F para significância conjunta dos regressores (p -valores entre parênteses).

os testes estatísticos como os mostrados na seção anterior perdem sua fundamentação básica. No entanto, em muitos casos, modelos de valor presente não devem ser encarados como modelos verdadeiros da realidade, mas aproximações que são capazes de descrever certos aspectos dos dados (mas não todos). Na verdade, se um modelo econômico é uma abstração da realidade, então testes estatísticos devem rejeitá-lo, se possuem poder suficiente. Entretanto, nada pode ser dito sobre quão boa é a aproximação que o modelo faz da realidade. Nesse sentido, especificamente com relação ao modelo descrito na seção 2, os resultados indicam que deve haver choques significativos de demanda, mas não trazem nenhuma informação sobre sua magnitude. Sendo assim, seria interessante a construção de medidas explícitas desta magnitude.

Seguindo [Durlauf & Hall \(1989\)](#), tome-se a equação (4) e defina-se \check{p}_t :

$$\check{p}_t = -\alpha + \left(\frac{1}{1+\lambda}\right) \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)^i m_{t+i}. \quad (25)$$

Note que

$$E_t(\check{p}_t) = -\alpha + \left(\frac{1}{1+\lambda}\right) \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)^i E_t(m_{t+i}). \quad (26)$$

Das equações (4), (25) e (26), considere um modelo de componentes não observáveis:

$$p_t = E_t(\check{p}_t) + n_t \quad (27a)$$

$$\check{p}_t = E_t(\check{p}_t) + \omega_t \quad (27b)$$

em que

$$n_t \equiv -\left(\frac{1}{1+\lambda}\right) \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+\lambda}\right)^i E_t(u_{t+i})$$

e

$$\omega_t \equiv \left(\frac{1}{1+\lambda} \right) \left[\sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{1+\lambda} \right)^i m_{t+i} - \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{1+\lambda} \right)^i E_t(m_{t+i}) \right].$$

Note que n_t pode ser interpretado como o “ruído de longo prazo” do modelo (ou seja, uma medida da magnitude dos choques na demanda por moeda) e que ω_t é o erro de previsão de \check{p}_t . Perceba também que p_t e \check{p}_t são variáveis observáveis, enquanto $E_t(\check{p}_t)$, n_t e ω_t são não-observáveis. Desse modo, a partir de (27a) e (27b) pode ser estimada uma medida da magnitude dos desvios do modelo exato.

Defina o conjunto de informação $\Phi_t \subseteq I_t$ e denote por M_{Φ_t} a projeção linear em Φ_t . De (27a) e (27b) tem-se que:

$$p_t - \check{p}_t = n_t - \omega_t \tag{28}$$

Como sob a hipótese de expectativas racionais ω_t é ortogonal à Φ_t , a projeção do lado esquerdo de (28) em Φ_t é igual à projeção de n_t em Φ_t . Sendo assim, as previsões geradas pela regressão de $(p_t - \check{p}_t)$ nas variáveis de Φ_t , $M_{\Phi_t}(p_t - \check{p}_t)$, são uma medida da magnitude dos choques na demanda por moeda. Em Durlauf & Hall (1989) é demonstrado que a variância de $M_{\Phi_t}(p_t - \check{p}_t)$ é um limite inferior para a variância do verdadeiro (mas não observável) termo de ruído (n_t). Além disso, se Φ_t contém valores correntes e defasados de m_t e p_t , $M_{\Phi_t}(p_t - \check{p}_t)$ será uma estimativa ótima do ruído do modelo. Então, todas as implicações testáveis do modelo estão contidas no requerimento de que $(p_t - \check{p}_t)$ deve ser não correlacionado com as variáveis de Φ_t . Como consequência, os testes de restrições relativas à hipótese de expectativas racionais, como os da seção 5, podem ser interpretados dentro desse arcabouço (basta definir Φ_t como H_t^k).

Alternativamente, a abordagem de Campbell (1987) parte da estimação do modelo VAR irrestrito descrito em (20) e da geração de previsões do valor presente das mudanças futuras no crescimento da oferta de moeda, S_t' [ver equação (22)]. Note que, se o modelo é exato ($u_t = 0$ para todo t), $S_t' = S_t$. Além disso:

$$S_t - S_t' = \left(\frac{1}{1+\lambda} \right) \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{1+\lambda} \right)^i E(u_{t+i}|H_t^k) \equiv E(n_t|H_t^k) \tag{29}$$

A diferença entre S_t e S_t' é uma estimativa dos desvios do modelo exato, pois mede a previsibilidade dos choques na demanda por moeda. A observação da equação (29) permite concluir que desvios grandes do modelo exato requerem que movimentos em u_t sejam previsíveis muitos períodos adiante. Nesse sentido, $S_t - S_t'$ fornece uma indicação da importância econômica de uma rejeição estatística das restrições (24a), (24b) e (24c). Se o modelo é exato, a equação (7) mostra que S_t é o predictor ótimo das mudanças futuras do crescimento da oferta de moeda. Então, pode-se interpretar que $S_t - S_t'$ mede em que extensão os encaixes monetários reais são um predictor racional das mudanças futuras do crescimento da oferta de moeda (Engsted 1994).

Uma vez que $E(n_t | H_t^k)$ é por definição igual à projeção de n_t em H_t^k [$M_{H_t^k}(n_t)$], as duas abordagens são equivalentes quando H_t^k e Φ_t são idênticos. A princípio, a projeção de $(p_t - \check{p}_t)$ em H_t^k gera uma estimativa dos desvios do

modelo exato que é igual à estimativa dada por $S_t - S'_t$. No entanto, a abordagem proposta por [Durlauf & Hall \(1989\)](#) enfrenta o problema prático de se construir \check{p}_t a partir de amostras finitas. Para contornar esta dificuldade [Durlauf & Johnson \(1995\)](#) sugerem utilizar a equação (18) em vez de (4). Note que (18) é equivalente à (28) com $(p_t - \check{p}_t)$ e ω_t substituídos por ξ_{t+1} e $-\lambda\eta_{t+1}$ respectivamente. Sendo assim, uma estimativa dos desvios do modelo exato pode ser construída a partir da projeção linear $M_{\Phi_t}(\xi_{t+1})$. A variância dessa projeção é um limite inferior da variância do verdadeiro ruído do modelo. Nesse sentido [Durlauf & Johnson \(1995\)](#) sugerem a construção de uma medida tal como explicitada abaixo:

$$\Lambda_{DM} = \frac{\text{Var}[M_{\Phi_t}(\xi_{t+1})]}{\text{Var}(\xi_{t+1})} \quad (30)$$

em que *Var* denota variância.

Perceba que Λ_{DM} pode ser interpretada como um limite inferior da porcentagem de $\text{Var}(\xi_{t+1})$ que pode ser atribuída ao ruído. Note também que Λ_{DM} pode ser computado como o R^2 da regressão de ξ_{t+1} nas variáveis de Φ_t ([Engsted 1998](#)).

Além disso, a partir da abordagem de [Campbell \(1987\)](#) pode ser construída uma estimativa da magnitude dos desvios do modelo exato ([Engsted 2002](#)):

$$\Lambda_{CS} = \frac{\text{Var}(S_t - S'_t)}{\text{Var}(S_t)} \quad (31)$$

Como Λ_{DM} é baseado na equação (1), ou (18), e Λ_{CS} é construído a partir de (7), ou (4), [Engsted \(1998\)](#) as interpreta respectivamente como medidas de desvios de curto prazo (um período) e longo prazo do modelo exato.¹¹

A Tabela 9 traz as estimativas de Λ_{DM} e Λ_{CS} para diferentes conjuntos de informação (H_t^k ou Φ_t , conforme o caso). Primeiramente cabe notar que as estimativas são sensíveis ao conjunto de informação utilizado. Nota-se que há evidência de um componente significativo de ruído. A medida Λ_{DM} indica que os choques respondem por entre 51% e 64% da variação na demanda por moeda. Além disso, a despeito de S_t e S'_t serem altamente correlacionados, S_t varia muito mais do que S'_t . Sendo assim, a medida Λ_{CS} sugere que os choques representam aproximadamente entre 73% e 99% das variações na demanda por moeda.

7 Considerações Finais

Os resultados da seção 4 apontam na direção da validade do modelo de [Cagan \(1956\)](#), tal como desenvolvido na seção 2. Em outras palavras, testes de cointegração mostram que as relações de longo prazo entre o estoque real de moeda e a taxa de expansão monetária implicadas por esse modelo não podem ser rejeitadas. Essa afirmação vale para o período 1970:01-1994:06 e para diversos subperíodos e é robusta à aplicação de técnicas econométricas que levam em consideração a possibilidade de quebras estruturais nos parâmetros do vetor de cointegração. Ademais, há fortes indícios de que os parâmetros do vetor de cointegração, ou seja, os parâmetros relevantes do modelo, mudam ao longo

¹¹Para uma resenha sobre medidas de ruídos em modelos de expectativas racionais ver [Engsted \(2002\)](#).

Tabela 9: Medidas da Magnitude dos Choques na Demanda por Moeda

Período	Defasagem Máxima	$\hat{\alpha}$	$\hat{\lambda}$	Λ_{DM}	Λ_{CS}
1970:01 1994:06	1	-36,04	6,78	0,512	0,995
1970:01 1994:06	2	-36,04	6,78	0,526	0,825
1970:01 1994:06	3	-36,04	6,78	0,539	0,792
1970:01 1994:06	4	-36,04	6,78	0,551	0,788
1970:01 1994:06	5	-36,04	6,78	0,555	0,783
1970:01 1994:06	6	-36,04	6,78	0,560	0,779
1970:01 1994:06	7	-36,04	6,78	0,562	0,769
1970:01 1994:06	8	-36,04	6,78	0,563	0,766
1970:01 1994:06	9	-36,04	6,78	0,587	0,741
1970:01 1994:06	10	-36,04	6,78	0,639	0,734

do tempo. Mais especificamente, observa-se mudança da semi-elasticidade da demanda por moeda com relação à inflação esperada em dois episódios: no final da década de setenta e em meados da década de oitenta, ambos os períodos que marcaram a aceleração do processo inflacionário.

Além disso, as evidências de cointegração entre as variáveis relevantes do modelo apontam para não existência de bolhas racionais. Entretanto, de acordo com [Evans \(1991\)](#), esta evidência é válida somente para bolhas que sempre se expandem. Para o caso de bolhas que colapsam periodicamente, as técnicas utilizadas nesse trabalho não se mostram adequadas. Desse modo, as evidências encontradas não são suficientes para excluir a possibilidade de presença de bolhas racionais.

As relações de cointegração estimadas também permitiram testar a hipótese de que o governo escolhe a taxa de inflação que maximiza as receitas obtidas com o imposto inflacionário. Assim como em [Phylaktis & Taylor \(1993\)](#), os resultados parecem indicar que, de fato, a taxa de inflação observada é aquela que maximiza essas receitas.

O modelo desenvolvido neste trabalho permite estimativas dos parâmetros relevantes sem a necessidade de qualquer hipótese sobre o processo de formação de expectativas. No entanto, essas estimativas podem ser utilizadas para se testar a hipótese de que os agentes possuem expectativas racionais. Os resultados obtidos permitem rejeitar fortemente essa hipótese, o que implicaria que os choques na demanda por moeda (u_t) são estatisticamente significativos. Nesse sentido, estimativas da magnitude desses choques apontam que u_t responde por uma parcela muito grande das variações na demanda por moeda.

Por fim, cabe encarar este trabalho como um primeiro passo na direção do entendimento da dinâmica dos preços e da demanda por moeda no período de alta inflação experimentado pelo Brasil. Nesse sentido, uma possível extensão seria o uso de métodos que permitem que as séries alternem regimes de cointegração e não-cointegração [ver, por exemplo, [Fukuda \(2008\)](#)], o que permitiria capturar melhor a presença de bolhas racionais que colapsam periodicamente.

Agradecimentos

Agradecimento aos comentários e sugestões de João Victor Issler, Fernando de Holanda Barbosa Filho, Ricardo de Oliveira Cavalcanti, Fábio Augusto Reis Gomes e de um parecerista anônimo. Obviamente, os erros remanescentes são de inteira responsabilidade do autor.

Referências Bibliográficas

- Bai, J. (1999), 'Likelihood ratio tests for multiple structural changes', *Journal of Econometrics* **9**, 299–323.
- Bai, J. & Perron, P. (1998), 'Estimating and testing linear models with multiple structural changes', *Econometrica* **66**, 47–78.
- Cagan, P. (1956), The monetary dynamics of hyperinflation, in M. Friedman, ed., 'Studies in the Quantity Theory of Money', University of Chicago, Chicago.
- Campbell, J. Y. S. R. J. (1987), 'Cointegration and test of present value models', *Journal of Political Economy* **95**, 1062–1088.
- Campêlo, A. K. & Cribari-Neto, F. (2003), 'Inflation inertia and inliers: The case of Brazil', *Revista Brasileira de Economia* **54**, 713–739.
- Carneiro, D. D. & Modiano, E. (1990), Ajuste externo e desequilíbrio interno: 1980-1994, in M. P. Abreu, ed., 'A Ordem do Progresso', Campus, pp. 323–346.
- Cati, R. C., Garcia, M. G. P. & Perron, P. (1999), 'Unit roots in the presence of abrupt governmental interventions with application to Brazilian data', *Journal of Applied Econometrics* **14**, 27–56.
- Cook, S. (2004), 'Spurious rejection by cointegration tests incorporating structural change in the cointegrating relationship', *Applied Economics Letters* **11**, 879–884.
- Cook, S. & Vougas, D. (2007), 'Examining the robustness of cointegration analysis under weighted symmetric estimation', *Applied Economics Letters* **14**, 711–714.
- Cook, S. & Vougas, D. (2008), 'A weighted symmetric cointegration test', *Journal of Statistical Computation and Simulation* **78**, 559–565.
- Diba, B. T. & Grossman, H. I. (1988), 'Explosive rational bubbles in stock prices', *American Economic Review* **78**, 520–530.
- Durlauf, S. N. & Hall, R. E. (1989), Measuring noise in stock prices, Working paper, Stanford University.
- Durlauf, S. N. & Johnson, P. (1995), 'Multiple regimes and cross-country growth behaviour', *Journal of Applied Econometrics* **10**(4), 365–384.
- Engle, R. F. & Granger, C. W. J. (1987), 'Co-integration and error correction representation, estimation, and testing', *Econometrica* **55**(2), 251–276.

Engsted, T. (1993), 'Cointegration and cagan's model of hyperinflation under rational expectations', *Journal of Money, Credit and Banking* 25(3), 350–360.

Engsted, T. (1994), 'The classic european hyperinflations revisited: Testing the cagan model using a cointegrated var approach', *Economica* 61(243), 331–43.

Engsted, T. (1998), 'Money demand during hyperinflation: Cointegration, rational expectations, and the importance of money demand shocks', *Journal of Macroeconomics* 20(3), 533–552.

Engsted, T. (2002), 'Measures of fit for rational expectations models', *Journal of Economic Surveys* 16(3), 301–55.

Evans, G. W. (1991), 'Pitfalls in testing for explosive bubbles in asset prices', *American Economic Review* 81(4), 922–30.

Fukuda, K. (2008), 'Detection of switching cointegration rank allowing for switching lag structure: an application to money-demand function', *Applied Economics* 40(12), 1571–1582.

Gray, J. A. (1984), 'Dynamic instability in rational expectations models: An attempt to clarify', *International Economic Review* 25(1), 93–122.

Gregory, A. W. & Hansen, B. E. (1996), 'Residual-based tests for cointegration in models with regime shifts', *Journal of Econometrics* 70(1), 99–126.

Hansen, B. (1992), 'Tests for parameter instability in regressions with $i(1)$ processes', *Journal of Business and Economic Statistics* 10(3), 321–335.

Johansen, S. & Juselius, K. (1990), 'Maximum likelihood estimation and inference on cointegration—with applications to the demand for money', *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 52(2), 169–210.

Kapetanios, G. (2005), 'Unit-root testing against the alternative hypothesis of up to m structural breaks', *Journal of Time Series Analysis* 26(1), 123–133.

Leybourne, S. J., C. Mills, T. & Newbold, P. (1998), 'Spurious rejections by dickey-fuller tests in the presence of a break under the null', *Journal of Econometrics* 87(1), 191–203.

Leybourne, S. J. & Newbold, P. (2003), 'Spurious rejections by cointegration tests induced by structural breaks', *Applied Economics* 35(9), 1117–1121.

Lumsdaine, R. & Papell, D. (1997), 'Multiple trend breaks and the unit-root hypothesis.', *The Review of Economics and Statistics* 79(2), 212–218.

Maddala, G. S. & Kim, I.-M. (1998), *Unit Roots, Cointegration, and Structural Change*, Cambridge University, Cambridge.

Metin, K. & Muslu, I. (1999), 'Money demand, the cagan model, testing rational expectations vs adaptive expectations: The case of turkey', *Empirical Economics* 24(3), 415–426.

Miljkovic, D. (1999), 'A note on generality of the cagan model for money demand', *Applied Economics Letters* 6(12), 813–15.

Perron, P. (1989), 'The great crash, the oil price shock, and the unit root hypothesis.', *Econometrica* **57**(6), 1361–1401.

Perron, P. & Rodríguez, G. (2003), 'Searching for additive outliers in nonstationary time series', *Journal of Time Series Analysis* **24**(2), 193–220.

Petrovic, P. & Vujosevic, Z. (1996), 'The monetary dynamics in the yugoslav hyperinflation of 1991-1993: The cagan money demand', *European Journal of Political Economy* **12**(3), 467–483.

Phylaktis, K. & Taylor, M. P. (1992), 'The monetary dynamics of sustained high inflation: Taiwan, 1945-1949', *Southern Economic Journal* **58**(3), 610–622.

Phylaktis, K. & Taylor, M. P. (1993), 'Money demand, the cagan model and the inflation tax: Some latin american evidence', *The Review of Economics and Statistics* **75**(1), 32–37.

Rossi, J. W. (1994), 'O modelo hiperinflacionário da demanda por moeda de cagan e o caso do brasil', *Pesquisa e Planejamento Econômico* **24**(1), 73–95.

Slavova, S. (2003), 'Money demand during hyperinflation and stabilization: Bulgaria, 1991-2000', *Applied Economics* **35**(11), 1303–1316.

Taylor, M. P. (1991), 'The hyperinflation model of money demand revisited', *Journal of Money, Credit and Banking* **23**(3), 327–51.

Vogelsang, T. J. (1999), 'Two simple procedures for testing for a unit root when there are additive outliers', *Journal of Time Series Analysis* **20**(2), 237–252.