ESTIMAÇÃO DO RELATIVO DE PREÇOS DE PRODUTO HOMOGÊNEO

Alexander Berndt *

1. Introdução

Na elaboração de um índice de preços ao consumidor (próxis do custo de vida) aparece constantemente a dúvida sobre a melhor forma de estimação do relativo de preços. No plano da teoria econômica as discussões têm-se prendido às especificações mais adequadas para a agregação de preços e quantidades entre épocas distintas. A literatura é pródiga nas comparações entre as hipóteses consideradas em cada especificação e o número destas é bastante grande, partindo de um Paasche e Laspeyres tradicional, passando por suas formas modificadas, até um índice de "elasticidade unitária" como aproximação ao índice tipo Divisa. Toda esta discussão da melhor "fórmula" tem em vista a *medida geral* da variação de todos os preços. Dentro do espectro da discussão da "melhor" fórmula, no nível da máxima desagregação de um componente do índice, isto é, no nível em que o produto ou serviço possui seu peso específico, surge um problema adicional: o da estimação do seu relativo de preços.

O problema em questão é freqüentemente colocado como a opção entre "relativo de médias" e "média de relativos" Este problema surge na medida em que as observações individuais de preços não têm pesos específicos. Estes existem apenas para o resultado de sua agregação ao nível de produto ou serviço especificado no índice. Em outras palavras,

* Professor Assistente-Doutor do Departamento de Administração da Faculdade de Economia e Administração da Universidade de São Paulo.

estudos econômicos	10(1):55-69	jan.abr.	1980

a partir de um conjunto de observações de preços de um produto homogêneo devemos decidir qual a forma mais adequada de se medir a variação de seus preços dada a impossibilidade de ponderação isolada de cada observação.

Este problema remonta aos primórdios da sistematização do estudo de números índices. Irving Fisher, em seu memorável "The Making of Index Numbers" citava para o cálculo de um índice composto de 36 produtos:

> "The first way is to take *one ratio of two averages*, the second is to take *one average of 36 ratios.* As applied to prices, the first method tells us *the change in the average of various prices* of commodities; the second tells us *the average of the various changes of prices*. These two, though usually confused, are very distinct. The latter is much the more assential concept; the former, though it can be computed is apt, in general, to prove a delusion and a snare. The reason is that an average of the prices of wheat, coal, cloth, lumber, etc., is an average of incommensurables and therefore has no fixed numerical value."[1]

Esta colocação de Fisher é aplicável à elaboração de um índice geral, agregação de produtos heterogêneos pois refere-se à média de "incommensurables" No entanto, como vimos, nosso problema localiza-se na agregação de "commensurables" Para este caso Fisher justifica o uso do relativo de médias:

> "The only cases in which it is really justifiable to use the genuine method of taking the radio of averages is where the units are really or nearly commensurable. Thus, it is entirely legimate to obtain the index number of various quatations of *one especial kind of commodity*, such as salt, by taking the average of its prices in different markets."[2]

Fisher não nos indica qual a melhor opção entre as duas formas de cálculo, apenas "justifica" e considera "inteiramente legítimo" o cálculo pelo relativo de médias apesar de curiosamente considerar este método "genuíno"

Em contraposição à não opção de Fisher podemos citar dois exemplos recentes e de conclusões antagônicas, mas que se definem por uma das formas de agregação. Tiacci[3] levanta dois argumentos em favor da média

---

1 Fischer, Irving. *The Making of Index Numbers.* 3ª edição: Houghton Miffim Cy, 1936, p. 451.

2 Idem, p. 456.

3 Kirsten, José T. *Metodologia da Construção de Índices de Preços ao Consumidor* Série IPE Monografia nº 6, 1975.

de relativos: a menor influência do valor absoluto dos preços e o encadeamento mais adequado, concluindo: "A fórmula de cálculo da estimativa do verdadeiro relativo por intermédio da média de relativos, é, pois, bem superior ao relativo de médias"[4] Já Allen em seu mais recente livro, conclui o contrário argumentando que o estimador obtido pela média de relativos é "não consistente no sentido de não tender ao valor populacional do relativo de preços (objeto da estimação) à medida que o tamanho da amostra cresce indefinidamente".[5] Conclui Allen que o melhor estimador linear não viesado é o relativo de médias.

Percebemos a dificuldade analítica existente no problema e as abordagens diferentes adotadas pelos diversos autores levam-nos a conclusões diferentes. Propomos neste trabalho a apresentação de uma nova perspectiva para a abordagem do assunto e uma revisão dos conceitos utilizados para escolha entre as duas formas de cálculo do relativo de preços de um produto homogêneo.

2. Formas de Estimação do Relativo de Preços

Lembremos inicialmente o problema que se coloca ao pesquisador para a definição do último nível de desagregação do índice, qual seja a definição de *produto homogêneo*. Há duas correntes para a definição do grau de homogeneidade de um produto. Uma estabelece uma faixa entre dois extremos de características de um tipo de produto. Coletam-se os preços dos produtos que se enquadram nesta faixa. Este procedimento estabelece por hipótese uma faixa de igual qualidade para os produtos que se enquadram entre os dois extremos. A outra corrente adota o objetivo de máxima especificação para um produto. Neste caso consideram-se a embalagem, marca, condições de venda, etc, como a definição do produto homogêneo. No caso da faixa de iso-qualidade a decisão de inclusão ou não de um produto e respectivo preço depende da habilidade de classificação do entrevistador. Para o cálculo do índice de preços do produto assume-se igual peso para todas as marcas, cores, embalagens que satisfazem às especificações da faixa.

No outro caso, a máxima especificação de um rpoduto exige a constante atualização de seus pesos, mas retira-se do entrevistador a tarefa de avaliação da "qualidade" do produto. Se admitirmos que é possível acompanhar, no próprio varejo, as alterações relativas das posições dos

---

4 Idem, p. 158.

5 Allen, R.G.D. *Index Numbers in Theory and Practice.* The Macmillan Press, LTD, 1975, p. 244.

produtos com marcas, entre si, e que a hipótese de auto-ponderação dos produtos dentro da faixa pode não ser realista, preferimos ficar com a opção de máxima especificação do produto. De qualquer forma, como a qualidade total do índice (menor erro), para períodos de um ano, depende mais da qualidade dos estimadores de preços do que da alteração dos pesos, quanto maior a desagregação que se conseguir (menor número de componentes sem peso específico) tanto menor será o erro total do estimador mensal.

A escolha entre o tipo de média a ser adotada depende do conceito escolhido para o índice. No caso de média geométrica — índice de elasticidades unitárias — a média de relativos de preços e o relativo de preços médios coincidem, ou seja:

$$\prod_{i=1}^{N} \left(\frac{P_i^t}{P_i^{t-1}}\right)^{\frac{1}{N}} = \frac{\prod_{i=1}^{N} (P_i^t)^{\frac{1}{N}}}{\prod_{i=1}^{N} (P_i^{t-1})^{\frac{1}{N}}}$$

Para n observações emparelhadas entre os períodos t e t—1. Esta constatação, além de nos indicar mais uma vantagem da média geométrica sobre a aritmética, implicaria encerrar aqui nossa discussão. No entanto são poucas as instituições que adotam a média geométrica como solução para o seu índice. A FIPE em São Paulo adota a média geométrica para o índice todo, e a FGV no Rio adota apenas para a parte de alimentação.

No caso de adotarmos a especificação da média aritmética percebemos logo que as duas formas de estimação não são coincidentes. Consideramos as seguintes médias:

$$I_1 = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i^k \, P_i^t}{q_i^k \, P_i^{t-1}} = \sum_{i=1}^{n} w_i^k \left(\frac{P_i^t}{P_i^{t-1}}\right)$$

$$I_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_i^t}{\sum_{i=1}^{n} P_i^{t-1}} ;$$

$$I_3 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (P_i^t / P_i^{t-1})$$

Estas três formas refletem diferentes agregações de preços entre períodos do t e t—1, sobre i observações. I_1 é a fórmula tradicional de um índice de preços obtido pela agregação de P_i preços ponderados pelas quantidades do período k. Quando k = t temos o índice de Paasche, quando k se refere à época inicial temos o índice de Laspeyres. A forma alternativa de se ver o mesmo índice I_1 é considerar os relativos de preços ponderados pelo produto de quantidades e preços de uma época k (peso w_i^k). Apesar de algebricamente idênticas as duas formas de cálculo de I_1 permitem a percepção do mesmo fenômeno sob dois ângulos. No primeiro caso — e podemos clamá-la de "forma pura" — o índice é visto como uma comparação de dispêndios monetários com quantidades iguais entre os períodos.

No segundo caso, onde aparecem os relativos de preços, estes são ponderados pelos valores obtidos a partir de preços e quantidades (já multiplicados) para um período k. Parece-nos importante chamar a atenção para estas duas formas, pois a segunda é apenas uma simplificação de cálculo em relação à primeira. No entanto é na "forma pura" que percebemos que estamos comparando dispêndios entre épocas, o que não fica tão evidente quando olhamos para a agregação via relativos de preços. Como no entanto o cálculo na prática é feito através de relativos de preços ponderados, encontramos freqüentes definições de índices de preços como sendo apenas médias ponderadas de relativos. Talvez este fato tenha dificultado a percepção do adequado encaminhamento para a escolha entre "média de relativos" e "relativo de médias"

As duas outras formas de cálculo do relativo de preços de um produto homogêneo são apresentadas como aproximações à forma I_1. O cálculo do "relativo de médias" corresponde ao índice I_2 e o cálculo da "média de relativos" corresponde ao índice I_3. Dois aspectos diferenciam os índices I_2 e I_3 do índice I_1. Percebemos inicialmente a exclusão dos pesos de I_1 seja na forma q_i^k ou w_i^k nos índices I_2 e I_3. Além disto estas duas últimas diferem algebricamente entre si e com isto seus significados também diferirão. A fórmula I_2 — descrita como quociente de dois totais (ou duas médias já que "n" é o mesmo numerador e denominador) — refere-se à comparação entre duas grandezas. Em geral usamos expressões do tipo "taxa" ou "variação" para descrever o quociente. Como o denominador é uma época anterior ao numerador podemos falar em "acréscimo" ou "decréscimo" entre os dois períodos. Já a forma algébrica do índice I_3 indica que estamos tratando de conhecer um valor médio de todas as variações individuais. Estas variações individuais são exatamente do tipo I_2. A natureza algébrica diferente dos índices I_2 e I_3 naturalmente gera resultados diferentes.

3. Avaliação da Qualidade dos Estimadores

Sob algumas condições muito especiais, as duas formas de estimação são coincidentes – a média de relativos coincide com o relativo de médias. Para uma única observação, i, sempre teremos $I_2 = I_3$. Somente justificar-se-á uma observação quando todos $P_i^{t-1} = P_i^t$. Este é o caso dos preços únicos, tabelados e obedecidos nas transações de uma comunidade. Como exemplos temos o preço da gasolina, do gás de bujão, e de vários serviços públicos. I_2 também será igual a I_3 quando apesar de preços diferentes em t-1, para as i observações, tivermos o mesmo aumento k, constante para todos os preços P_i^{t-1}, ou seja: $P_i^t = k\ P_i^{t-1}$ Este caso, apesar de menos freqüente do que o primeiro, ocorre quando o governo fixa um reajuste k, para todas as modalidades de um serviço público. Estas, apesar de diferirem no preço entre si, são reajustadas pelo mesmo percentual.

A maneira mais imediata que nos ocorre para medir a qualidade de um estimador é através da sua precisão. Quanto menor o desvio padrão da distribuição amostral, tanto mais preciso o estimador. Sob esta colocação a fórmula I_3 levará vantagem sobre I_2. Mas precisamos de cautela nesta conclusão. A variável em consideração na forma I_3 já é um relativo, com valores em geral muito próximos da unidade. Sua variância relativa é dada por:

$$\sigma^2_{I_3} = \frac{1}{n^2} \cdot \frac{\sigma^2_{P_t}}{\bar{P}^2_t}$$

Percebemos que à medida que cresce n, σ_{I_3} torna-se muito pequeno. Para 100 observações, elevadas ao quadrado, a variância se torna praticamente nula. O mesmo já não acontece com a forma I_2. Sua variância pode ser expressa por:

$$\sigma^2_{I_2} = \frac{(\bar{P}_i^t / \bar{P}_i^{t-1})^2}{n} \left[\left(\frac{\sigma P_i^t}{\bar{P}_i^t}\right)^2 + \left(\frac{\sigma P_i^{t-1}}{\bar{P}_i^{t-1}}\right)^2 - 2\rho \frac{\sigma P_i^t \, \sigma P_i^{t-1}}{\bar{P}_i^t \ \bar{P}_i^{t-1}}\right]$$

Neste caso é a correlação "ρ" entre os preços que determinará a grandeza de $\sigma^2_{I_2}$. Quanto menor for "ρ" entre os preços tanto maior será a variância $\sigma^2_{I_2}$. Para valores "ρ" próximos da unidade, o valor de $\sigma^2_{I_2}$ tende a decrescer rapidamente. Percebemos, no entanto, que estamos comparando distribuições de duas variáveis distintas, preços e relativos de preços. Por este fato – como o uso da variância relativa não melhora a possibilidade de comparação — julgamos inadequado o uso deste conceito para avaliação da qualidade do estimador.

Deixando de lado o conceito de "precisão" adotemos um conceito mais amplo — "acuracidade" — para representar a qualidade do estimador. Acuracidade refere-se ao "erro total" do estimador e inclui a consideração de "viéses" desconsiderados no cálculo da precisão. Kish claramente enuncia o conceito:

> "Accuracy refers to small total errors, and includes the effects of biases. A precise design must have small variable erros, an accurate design must be precise and have zero or small bias. A survey design with a large bias is still precise if its variable errors are small, but not accurate" [6]

Uma das formas de se avaliar a acuracidade refere-se ao teste de certas propriedades desejadas. Podemos indagar se as duas formas de estimação atendem a alguma exigência algébrica importante. Uma primeira propriedade, aceita como exigência mínima para a elaboração de um índice, é que este obedeça ao que Fisher chamou de "critério de reversão no tempo" Isto é, se após a alteração dos preços de t-1 para t voltamos, em t+1, aos mesmos preços de t-1, o produto dos índices de t e t+1 deverá ser igual à unidade. Em outros termos, calculando-se um índice para frente ou para trás, para dois períodos seguidos, o resultado deverá ser o mesmo.

A forma I_2 satisfaz esta condição:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} P_i^t}{\sum_{i=1}^{n} P_i^{t-1}} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n} P_i^{t-1}}{\sum_{i=1}^{n} P_i^t} = 1$$

A forma I_3 assume a expressão:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} (P_i^t / P_i^{t-1}) \sum_{i=1}^{n} (P_i^{t-1} / P_i^t)}{n^2}$$

que é maior do que 1 (vide demonstração em anexo) para no mínimo um duplo produto $a_{kj} \neq 1$, onde $a_{kj} = \frac{P_k^t}{P_k^{t-1}} \cdot \frac{P_j^{t-1}}{P_j^t}$ com $k = j = 1 \quad n$.

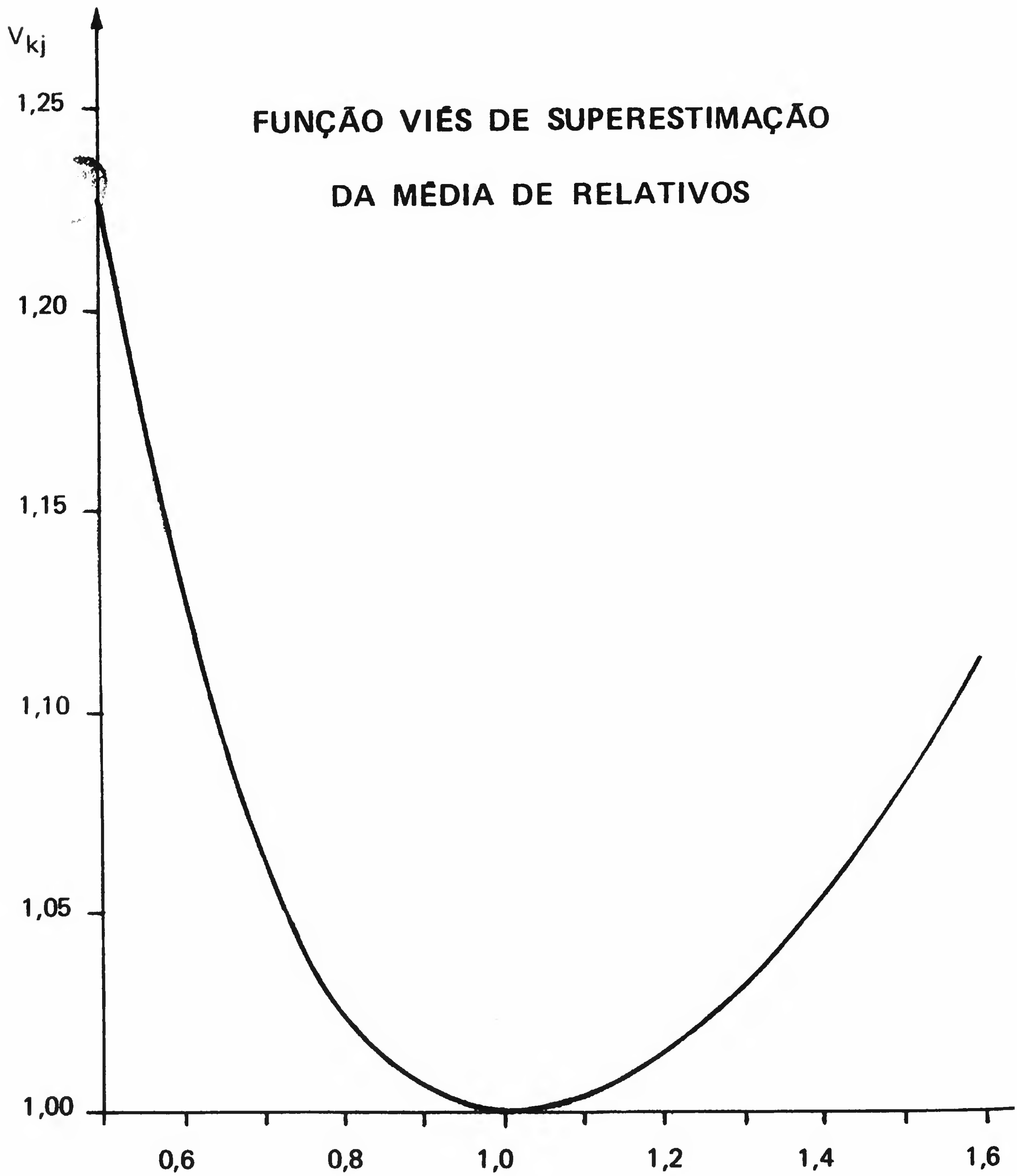
Cada um destes duplos produtos possui um viés V_{kj}:

$$V_{kj} = \frac{a_{kj}^2 + 1}{2\, a_{kj}} > 1$$

---

6 Kish, Leslie. *Survey Sampling*. John Wiley & Sons, 1967, p. 510.

Graficamente podemos perceber a relação existente entre um duplo produto a_{kj} e a grandeza do viés V_{kj}. Para valores de a_{kj} entre 0,9 e 1,1, o viés não chega a 0,5%. À medida que nos distanciamos destes valores o viés cresce significativamente.



A grandeza total do viés de superestimação da forma I_3 será:

$$V_T = \frac{\sum_{k=j=1}^{n^2-n} V_{kj} + n}{n^2}$$

Esta expressão nos indica que à medida que n cresce o viés total se aproxima do valor V_{kj}, já que a participação dos termos unitários, em número de n, fica muito reduzida face ao grande número de duplos produtos (n^2-n). Logo, à medida que cresce n, cresce o viés total, até o limite do valor V_{kj}. Para valores de "n" próximos de 100, o viés total já se aproxima bastante do valor V_{kj}.

Concluímos então que a grandeza do viés da forma I_3 depende dos valores dos duplos produtos de relativos de preços e não de relativos simplesmente como é freqüentemente citado na literatura. Os duplos produtos a_{kj} são por sua vez formados de todas as combinações, duas a duas, dos n^2-n relativos de preços. A distribuição dos valores de a_{kj} dependerá destes produtos de relativos. Percebemos então que quanto mais opostas as grandezas de dois relativos tanto maior o valor de a_{kj}. Como cada relativo depende fundamentalmente da natureza da observação (principalmente o lapso de tempo decorrido e o local de coleta do preço) quanto mais homogêneas as observações em maior número de características, tanto menor o valor de a_{kj}. Com isto fica clara a conveniência de se especificar na máxima homogeneidade possível as observações de preços. Isto é feito através de cuidadoso emparelhamento de observações de preços de produtos especificados com o máximo detalhe possível e entre lapsos constantes de tempo.

Fisher sugere ainda outros critérios algébricos além da reversão no tempo para a análise da qualidade de um número índice. Grande parte destes testes prendem-se à mesma idéia de reversão no tempo, adaptada à consideração separada do peso (quantidade) e dos preços. Estes testes são denominados de "reversão de fatores" e "circulariedade" e se referem à geração do índice global através de várias formas de agregação dos itens heterogêneos. No nosso caso, as formas I_2 e I_3 não apresentam pesos explícitos, nem de valor nem de quantidades. Estas, como vimos, são assumidas implicitamente com valor 1 na forma I_2 e são desconhecidas para a forma I_3.

4. Um Exemplo Prático

Tomando como exemplo a estrutura de ponderação do índice de preços ao consumidor da FIPE, podemos verificar algumas das colocações feitas anteriormente. O índice da FIPE apresenta a seguinte composição de preços, segundo a natureza da variação de preços:

ÍNDICE DE PREÇOS AO CONSUMIDOR – SP – FIPE

NATUREZA DO PREÇO	PESO NO ÍNDICE
Preços administrados pelo governo	28,0%
Itens com elevações individuais de preços de até duas vezes por ano	27,2%
Itens com variação de preços em até 10% (p/ + ou –) entre 2 meses	36,8%
Itens com variações de preços superiores a 10% (p/+ ou –) entre 2 meses	8,0%
	100%

Os primeiros 28% de peso dos itens de custo de vida referem-se àqueles controlados diretamente pelo governo. Leite, pão, cigarros, transportes e outros compõem este conjunto. Neste caso, como vimos, as formas I_2 e I_3 coincidem com I_1. Já os demais 72% apresentarão valores diferentes para I_2 e I_3.

Tomando como caso extremo os preços do tomate – um dos itens de maior oscilaçãode preços – verificamos para as 181 observações emparelhadas entre novembro e outubro de 1979, o valor para o relativo de médias (I_2) de 1,1434 com desvio relativo 0,123 e o valor para a média de relativos (I_3) de 1,2090 e desvio relativo 0,002. O desvio relativo à média denota uma precisão muito maior para a forma I_3.

No entanto a acuracidade, medida pelo teste de reversão no tempo, indica um sensível viés de superestimação na forma I_3. Aliás, a prova prática do teste de reversão no tempo resulta para I_2 no valor 0,8746, exatamente o inverso de 1,1434. Para a forma I_3, recalculando o índice inverso obtemos o valor 0,8909, significantemente superior ao inverso do valor inicial 1,2090, ou seja 0,8271. O viés de superestimação da forma I_3 em relação a I_2 é de 5,7%. Admitindo-se, para os demais itens da categoria, viéses um pouco menores do que os do tomate, ou seja V_{kj} = 1,05 ($a_{kj'} \simeq$ 0,72 ou $a_{kj} \simeq$ 1,36) encontramos para a categoria um viés total no índice geral de 1,004.

Se estendermos nosso raciocínio aos itens restantes e assumirmos um valor sensivelmente menor: $V_{kj} = 1,02$ para o viés correspondente a itens com variação de preços inferior a 10%, verificamos que o correspondente viés da categoria no índice total será de 1,0074. Na última categoria há grandes elevações individuais de preços, todavia esporádicas, como é o caso de aluguel, serviços pessoais e outros, no qual dispomos de dados, para o período nov. e out. de 1979, para o item aluguel. Para as 317 observações do valor de aluguel dos domicílios (com 56 domicílios tendo tido em média seus aluguéis reajustados em 44%) encontramos o valor 1,0659 para o relativo das médias e 1,0771 para a média de relativos, o que resulta no viés desta última em 1,0105 sobre o anterior. Assumindo o valor $V_{kj} = 1,01$ para esta categoria teremos um viés no índice geral correspondente a 1,0027.

Este rápido exercício nos indica que caso o índice de preços ao consumidor fosse calculado pela média de relativo, teríamos para as taxas mensais viéses de superestimação da ordem de 1,41%. Exemplificando, este viés de superestimação teria resultado em 1979 em um índice de 69,6% ao invés do valor correto encontrado: 67,2%.

O viés de superestimação simulado para o índice de preços ao consumidor da FIPE pode claramente ser considerado um limite inferior para a possível ordem de grandeza dos viéses dos índices que adotam a média de relativos. Isto porque o nível de homogeneização das observações no índice da FIPE é sensivelmente maior do que o de outros índices, pois é o único no Brasil que desce à especificação de marca e tipo de local de compra de preços emparelhados num lapso de 28 dias.

Um limite superior para o viés pode ser simulado se considerarmos a geração do índice geral através de uma média de relativos. Claramente estamos agregando itens totalmente heterogêneos o que corresponde ao índice de Saverbeck utilizado no século passado nos Estados Unidos. A relação existente entre um Laspeyres base-móvel e o índice de Saverbeck para uma série simulada de 25 períodos da FIPE[7] é de 5,72% a mais para o último. Este valor pode ser considerado como limite superior da superestimação do viés da média de relativos (I_2).

5. Conclusão

Grande parte de nossos comentários decorrem da escolha de uma das formas de média aritmética para o cálculo do índice. Como vimos,

7 **Berndt, Alexander e Carmo, Heron C.E.** ***37 Anos de Custo de Vida,*** **Série Relatórios de Pesquisa IPE/USP, nº 4, 1979, p. 23.**

a adoção da média geométrica (índices de elasticidades unitárias) torna nossa discussão espúria. Qualquer uma das formas de estimação de variação de preços de um item, seja pela média de relativos (forma I_3) seja pelo relativo de médias (forma I_2), gerará resultados idênticos. Implicitamente Fisher percebeu a vantagem algébrica da média geométrica pois o seu "índice ideal" para satisfazer os testes de qualidade de um índice, também é uma média geométrica.

Face à existência de um maior número de índices calculados por médias aritméticas tentamos identificar e discutir os principais aspectos de cálculo de uma variação de preços pela forma do relativo de médias (I_2) e pela média de relativos (I_3). Dentro da perspectiva do julgamento subjetivo do significado que as duas formas possuem, a I_2 como "acréscimo ou decréscimo nos preços de um item" e a I_3 como "média das variações individuais de preços" mostramos preferência pela primeira. Parece-nos mais conveniente e mais próximo da idéia do índice, que é uma comparação de dispêndios, considerar-se a ordem de grandeza dos preços para o cálculo (forma I_2), ao invés de se obter uma média de n números puros (os relativos de preços individuais de I_3). No entanto reconhecemos o caráter interpretativo desta preferência.

Quando saímos do nível subjetivo de avaliação, verificamos que as duas formas de estimação possuem propriedades distintas. A precisão (menor variância) é significantemente maior para a média de relativos (I_3). No entanto podemos colocar duas sérias objeções a este critério. Primeiramente estamos comparando duas distribuições de variáveis diferentes. Em um caso a variável é o preço e no outro caso, o relativo de dois preços. Apesar de compararmos as duas variâncias relativas das duas distribuições, como estas não diferem das absolutas pois o denominador nas duas variâncias relativas é valor muito próximo a um, ficamos com a impossibilidade de utilizar esta informação como uma boa medida da qualidade da estimação. Em segundo lugar, e este nos parece ser o aspecto mais importante de toda a discussão, de nada adianta termos um estimador preciso, mais viesado. Neste sentido utilizando o primeiro e mais elementar teste de Fisher verificamos um viés positivo quando se utiliza a estimação por média de relativos (I_3).

O teste de reversão no tempo de Fisher é intuitivamente a exigência algébrica mínima que podemos fazer para o cálculo de qualquer índice. De fato não podemos refutar a idéia de que a variação de preço esperada entre t e t-1 deve ser a mesma se calcularmos para frente a partir de t, ou para trás a partir de t+1. Como vimos a média de relativos não satisfaz este critério. Simulando-se este cálculo no índice de preços ao consumidor da FIPE, o viés resultante encontrado é 1,41%. Este valor corresponde, a nosso ver, ao limite inferior da ordem de grandeza do viés possivelmente existente em todo índice de preços ao consumidor que utiliza a média de relativos (I_3) para a estimação do relativo de preços de um componente do índice.

A partir dos comentários feitos optamos convictamente pelo índice do tipo I_2 (relativos de médias) para a estimação da variação dos i preços observados para um item de despesa familiar. Desta forma concordamos com a conclusão (sem justificativa) apresentada por Allen[8] e discordamos da posição adotada por Tiacci[9].

É de nosso conhecimento a utilização do relativo de médias (I_2) na FIPE (Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas) e no DIEESE (Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Sócio-Econômicos). Os nossos dois principais índices de preços ao consumidor, o elaborado pela FGV para o Rio de Janeiro e o INPC — Índice Nacional de Preços ao Consumidor elaborado pelo IBGE, utilizam em seus cálculos a média de relativos (I_3)[10]. Lembrando que este último serve de base para todos os reajustes salariais do país, fica o alerta para o perfeito entendimento do significado dos seus resultados.

A freqüente, e a nosso ver errônea, preferência dada à estimação pelo índice I_3 (média de relativos) deve-se provavelmente a certa miopia no trato do assunto. Primeiramente a ótica simplificada de se ver o índice apenas como uma média ponderada de relativos ao invés de comparação de dispêndios chama naturalmente à atenção a existência de uma média de relativos (apesar de ponderada). Em segundo lugar a consideração exclusiva da precisão do estimador e não dos possíveis viéses existentes reforça ainda mais a preferência por I_3.

É bastante provável que o tipo de discussão aqui apresentada tenha maior relevância em economias com altas taxas inflacionárias. Em economias onde a taxa mensal raramente excede a 1% qualquer discussão para a escolha do melhor estimador de relativos de preços é tão irrelevante como a própria escolha da forma de agregação de itens heterogêneos. É notória a aproximação entre todos os tipos de cálculo (agregação e estimação de relativos) para índices bastante próximos da unidade. Talvez

---

8 Op. cit.

9 Op. cit.

10 Para o INPC existe ainda o agravante de agregação de produtos heterogêneos para o cálculo da média de relativos. Vide *"Sistema Nacional de Índices de Preços ao Consumidor — Metodologia"* IBGE, out. 1979, p. 92.

isto explique parcialmente a menor preocupação com este problema em outras sociedades.

Uma outra tentativa de explicação para a superficialidade encontrada no tratamento do assunto da estimação de relativos é que estes procedimentos são em geral adotados dentro do trabalho prático e rotineiro (em computador ou não) no início do processo de cálculo do índice. Desta forma reserva-se maior pompa acadêmica para a discussão se esta ou aquela fórmula é mais ou menos adequada a estas ou aquelas hipóteses da teoria econômica.

De qualquer modo pudemos constatar que este assunto é bastante relevante para nós. As elevadas taxas inflacionárias e a freqüente adoção da média de relativos como critério de estimação da variação de preços de um produto homogêneo exigem a continuidade de nossa preocupação com o assunto.

6. Apêndice: Demonstração do viés de superestimação da média de relativos

Consideremos o produto de dois índices, um o inverso do outro. O critério de reversibilidade no tempo afirma que:

$$I_0 \times \frac{1}{I_0} = 1$$

Desejamos provar que este critério não é satisfeito pelo índice do tipo I_3. A expressão para o produto dos índices inversos do tipo I_3 fica:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} (P_i^t/P_i^{t-1}) \quad \sum_{i=1}^{n} (P_i^{t-1}/P_i^t)}{n^2}$$

Desenvolvendo o numerador da expressão, cada produto de dois relativos pode ser escrito sob a forma matricial:

$$a_{kj} = \frac{P_k^t}{P_k^{t-1}} \cdot \frac{P_j^{t-1}}{P_j^t} \qquad \begin{matrix} (k = 1, & n) \\ (j = 1, & n) \end{matrix}$$

Esta matriz apresenta n^2 termos. Os n termos da diagonal, $k = j$, são todos unidade. Os demais termos da matriz podem ser agrupados em pares de recíprocos $a_{kj} + a_{jk}$ em torno da diagonal.

Lembrando que $a_{jk} = \dfrac{1}{a_{kj}}$ teremos $\dfrac{n^2 - n}{2}$ termos do tipo

$$a_{kj} + \frac{1}{a_{kj}} \text{ ou } (a_{kj}^2 + 1) / a_{kj}$$

Esta última é uma função quadrática assimétrica com valor mínimo em 2 para $a_{kj} = 1$, e valores acima de 2 para os demais valores de a entre 0 e $+ \infty$

Ou seja: $\dfrac{a_{kj}^2 + 1}{a_{kj}} = 2 \times V_{kj}$ ou $V_{kj} = \dfrac{a_{kj}^2 + 1}{2\, a_{kj}}$; onde $V_{kj} \geqslant 1$

Desta forma teremos na expressão inicial n termos de valor 1 para $a_{kj} = a_{jk}$ e $(n^2 - n)$, valores 1 ou acima.

A soma de n valores 1 e $(n^2 - n)$ valores 1 ou acima completa os n^2 termos da expressão inicial, resultando em valor superior ao denominar n^2 para no mínimo um produto de relativos, $a_{kj} \neq 1$.

Ou seja, o produto de um índice pelo seu recíproco será maior do que a unidade, não satisfazendo ao critério de reversão no tempo.

(*) Fischer (1, p. 383) chegou por outro caminho à expressão $1 + \dfrac{b^2}{2+2b}$ que é equivalente a $\dfrac{a_{kj}^2 + 1}{2\, a_{kj}}$ para $1 + b = a_{kj}$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FISHER, Irving. **The Making of Index Numbers.** 3º edição: Houghton Miffim Cy. 1936.

KIRSTEN, José T **Metodologia da Construção de Índices de Preços ao Consumidor**, Série IPE Monografia nº 6, 1975.

ALLEN, R.G.D. **Index Numbers in Theory and Practice.** The Macmillan Press. Ltda. 1975.

KISH, Leslie. **Survey Sampling.** John Wiley & Sons, 1967.

BERNDT, Alexander & Carmo, Heron C.E. **37 Anos de Custo de Vida.** IPE-USP Relatório de Pesquisa 04, 1979.