

O Menor da Concentração de Gini Aplicado a Dados de Distribuição de Renda no Brasil

JOSÉ W. ROSSI*

Introdução

O Menor da Concentração de Gini, sugerido por Hagerbaumer (1977), fornece uma medida útil para analisar a posição relativa do segmento populacional mais pobre dentro da distribuição total das rendas. Na seção 1 apresentamos uma descrição geral da medida, para na seção 2 efetuarmos a sua aplicação a dados relativos às declarações de renda das pessoas físicas do Brasil. A última seção conclui a análise com comentários de ordem geral.

1 O Menor da Concentração de Gini

O desenvolvimento do Menor da Concentração faz uso de alguns conceitos que merecem ser abordados aqui, antes de mais nada. A curva de Lorenz para uma dada distribuição de renda e o índice de Gini, desta obtido, são, por exemplo, componentes que entram diretamente na derivação do

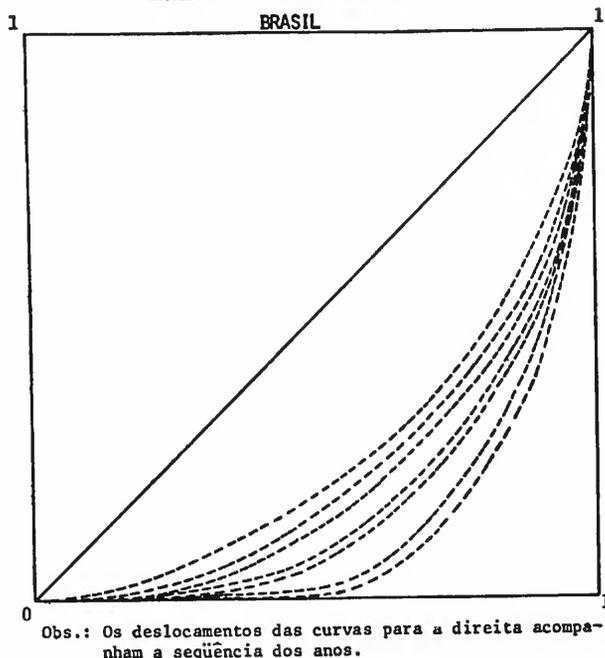
Menor da Concentração. Vejamos, pois, cada um destes conceitos por seu turno.

Suponhamos que as rendas (ou faixas de renda) sejam organizadas por ordem crescente dos seus valores. Se as percentagens acumuladas de tais rendas forem medidas no eixo vertical, com as correspondentes percentagens acumuladas das pessoas medidas no eixo horizontal, então a ligação dos pontos assim obtidos produzirá a chamada curva de Lorenz. A figura 1 apresenta as curvas de Lorenz para as distribuições de renda das declarações das pessoas físicas, no Brasil, entre os anos de 1968 e 1974⁽¹⁾, as quais serão usadas na análise da próxima seção.

(1) Dados mais recentes não foram utilizados na análise em virtude de uma drástica redução no número das declarações a partir de 1974. Mais precisamente o número de declarações em 1974, 1975 e 1976 foi, respectivamente (em milhões): 13,2; 4,9 e 5,4. Ver *Anuário Econômico-Fiscal do Ministério da Fazenda* (vários anos) para detalhes.

* Da COPPE/UFRJ.

FIGURA 1
CURVAS DE LORENZ PARA DISTRIBUIÇÕES DE RENDAS DOS
DECLARANTES ENTRE 1968 E 1974
BRASIL



A curva de Lorenz serve de base para a derivação do índice de Gini que, na figura 1, é dado pela razão da "área entre a curva de Lorenz e a linha de 45 graus" e a "área sob a linha de 45 graus". Obviamente, a linha de 45 graus mostra uma distribuição perfeitamente equitativa, quando o índice de Gini assumiria o valor zero. Por outro lado, o valor máximo, de um, seria obtido quando a curva de Lorenz coincidissem com a linha 011,

TABELA 1

ÍNDICE DE GINI E MENOR DA CONCENTRAÇÃO DE GINI PARA DADOS DAS DECLARAÇÕES DO IMPOSTO DE RENDA DAS PESSOAS FÍSICAS NO BRASIL

Ano	Índice de Gini	Menor da Concentração
1968	0,463	0,567
1969	0,506	0,568
1970	0,542	0,567
1971	0,613	0,656
1972	0,628	0,626
1973	0,711	0,676
1974	0,749	0,713

situada abaixo da linha de 45 graus. Isto é, uma única pessoa se apossaria de toda a renda. Os índices de Gini calculados a partir dos dados das declarações do imposto de renda das pessoas físicas no Brasil encontram-se na tabela 1, e servirão também como subsídio para a análise da próxima seção.

Um outro conceito útil no desenvolvimento do Menor da Concentração é o chamado dual do índice de Gini. O dual de uma medida de concentração pode assim ser entendido {veja Souza (1977)}. Considere-se uma situação onde haja uma socialização parcial da renda total da população, com a fração d , desta população, nada recebendo, enquanto que os indivíduos da fração $1-d$ se apossam equitativamente da renda total. A socialização deve ser efetuada de tal maneira que o valor do índice não se altere entre os dois estados (i.é, antes e após a socialização). A fração d assim obtida seria o dual da concentração. Vejamos agora como esses três conceitos entram na derivação do Menor da Concentração de Gini.

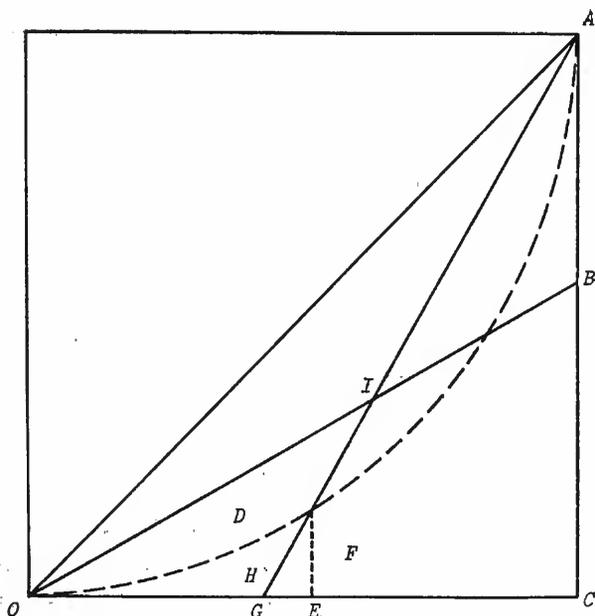
Na figura 2 temos a curva de Lorenz (linha pontilhada) de uma dada distribuição de renda, cujo índice de Gini é $G^{(2)}$. O seu dual poderia ser representado pela curva OGA.

Notemos que a fração abaixo de G nada recebe, enquanto aquela acima de G recebe toda a renda, com os membros se apropriando equitativamente da renda total. Temos, portanto, a caracterização do dual da medida cujo valor é claramente G , ou seja, o dual do índice de Gini é o próprio índice de Gini⁽³⁾.

(2) O restante desta seção e a seguinte baseiam-se em ROSSI (1981 b).

(3) Uma prova simples seria como se segue. Sendo a área do triângulo GCA na figura 2 dada claramente por $(1 - G) \div 2$ segue-se que o triângulo OGA tem área de $G/2$ (i.é, $0,5 - [(1 - G) \div 2]$). Portanto, a curva de Lorenz OGA tem índice de Gini G [i.é, $(G/2) \div 0,5]$.

FIGURA 2

MENOR DA CONCENTRAÇÃO DE GINI = $D/(D+H)$ 

Não é difícil de se perceber que a curva de Lorenz OGA é, entre todas as curvas de mesmo índice de Gini, a que maximiza a fração da população com renda nula. Por outro lado, a curva de Lorenz OBA , com o mesmo índice de Gini que aquele dado pela curva OGA (notemos que $OG = AB$), mostra uma situação onde todos os indivíduos, exceto o mais rico, se apropriam de maneira eqüitativa da fração BC da renda total. Portanto, as curvas OGA e OBA se constituem nas duas formas opostas extremas dentre todas as curvas de Lorenz pertencentes à mesma família (i. é, com mesmo índice de Gini G). Obviamente, a linha pontilhada na figura 2 é também um membro de tal família.

É interessante notar que, com exceção das duas curvas extremas (OGA e OBA), todas as demais cortarão o triângulo OGI . Como as duas formas extremas podem ser interpretadas como a mais favorável (caso de OBA) e menos favorável (caso de OGA) aos pobres, então uma medida da posição relativa deste grupo poderá ser obtida da razão das duas áreas dentro do triângulo OGI que são separadas pela curva de Lorenz observada (linha pontilhada). O Menor da

Concentração de Gini mede, na verdade, a razão de tais áreas. Vale dizer:

$$M = D/B \quad (1)$$

onde D é a área, dentro do triângulo OGI , entre a curva pontilhada e a curva extrema OBA , com $B (= D + H, \text{ na figura } 2)$ sendo a área do triângulo OGI .

É fácil de demonstrar (e. g., Hagerbaumer, 1977) que B tem área dada por:

$$B = G(1 - G) \div 2(2 - G) \quad (2)$$

Quanto à estimação da área de D , há várias maneiras de obtê-la. Por exemplo, o procedimento aqui adotado nas estimações efetuadas com dados relativos aos rendimentos das pessoas físicas no Brasil, foi como se segue: primeiramente ajustou-se por Mínimos Quadrados Ordinários a função⁽⁴⁾ $Y = aX^b$ para cada três pontos consecutivos da curva de Lorenz até que esta interceptasse a função da reta OGA , que é claramente dada por:

$$Y = -\frac{G}{1-G} + \frac{X}{1-G}, \text{ para } X \geq G. \quad (3)$$

Uma vez determinadas as coordenadas do ponto de interseção das duas curvas (i. é, da curva de Lorenz com a reta OGA) determinou-se então a área sob a curva de Lorenz à esquerda de tal ponto. Após subtrairmos a área GEF (veja figura 2) obteve-se a área de D , que conseqüentemente permitiu a estimação do índice M , cujos resultados encontram-se na tabela 1. Notemos que o índice assume valores entre zero e um, conforme seja a situação mais favorável ou menos favorável aos grupos populacionais mais carentes.

(4) A escolha de tal função foi decidida em vista da sua simplicidade. Entretanto, formas funcionais alternativas poderiam ser utilizadas como, por exemplo, a função polinomial adotada por HAGERBAUMER (1977).

Parece claro que o Menor da Concentração, quando usado em combinação com o índice de Gini, poderá fornecer importantes informações quanto ao estado da distribuição. Por exemplo, duas distribuições de renda com, aproximadamente, mesmo índice de Gini poderiam apresentar situações bastante distintas quanto à distribuição na escala inferior da renda. Tal situação seria detectada pelo Menor da Concentração. Mesmo em situações onde o índice de Gini se apresentasse variável ainda assim o uso combinado deste índice com o Menor da Concentração poderia ser útil para analisar o comportamento da distribuição nas camadas de renda mais baixas. Este fato decorre das seguintes constatações. Primeiramente, é fácil verificar que B crescerá inicialmente com G , até atingir o seu valor máximo quando $G = 0,586$, para em seguida decrescer. E, por outro lado, M crescerá conquanto que a taxa de variação de D supere aquela de

$$B \text{ (i.e., } dM > 0, \text{ se, e somente se, } \frac{dD}{D} > \frac{dB}{B},$$

onde d significa variações diminutas). Vejamos, pois, como tais informações podem ser utilizadas na análise do comportamento da distribuição de renda das pessoas físicas no Brasil entre 1968 e 1974.

2. Aplicação a Dados de Distribuição de Renda

Do comportamento dos índices de Gini e do Menor da Concentração, apresentados na tabela 1, talvez se possa sugerir a seguinte interpretação:

a. Considerando-se o comportamento do índice de Gini até o ano de 1970, conclui-se que a área de B deve certamente ter aumentado gradativamente até aquele período (notemos que B atinge área máxima quando $G = 0,586$). Mas como o valor do índice M permaneceu aproximadamente inalterado naquele período, então, em vista da expressão em (1), D deve ter crescido na mesma proporção que B . Portanto, parece razoável

concluir que o deslocamento para a direita da curva de Lorenz ocorre com a mesma intensidade ao longo de toda a sua extensão. Tal resultado é, aliás, confirmado pela inspeção visual da figura 1.

- b. Entre 1970 e 1971, houve um aumento apreciável do índice de Gini, mas o valor de B permaneceu aproximadamente constante. Como, entretanto, o índice M aumentou dramaticamente no período, tal fato só seria possível devido a um aumento em D . Portanto, o deslocamento para a direita da curva de Lorenz deve ter sido mais intenso na sua parte inferior. Isto é, o aumento observado na desigualdade da renda foi devido sobretudo a uma relativa deterioração na posição das classes de renda mais baixa. Uma vez mais, a figura 1 confirma tal resultado.
- c. Como, por outro lado, B decresceu entre 1972 e 1974 (já que se encontra além do seu ponto de máximo) e M aumentou no período, então D deve ter, na melhor das hipóteses, decrescido relativamente menos que B . Portanto, o deslocamento da curva de Lorenz para a direita, mais uma vez, ocorre com maior intensidade na sua parte inferior. Isto é, temos mais uma deterioração na posição relativa do segmento populacional mais pobre. A figura 1 confirma, novamente, tal resultado.

Observações Finais

As conclusões apresentadas acima, de que houve um agravamento na posição relativa dos segmentos populacionais mais pobres, precisa, na verdade, ser qualificada. Como a base dos dados utilizados na nossa análise caracteriza-se por uma rápida expansão no período entre 1968 e 1974 (mais precisamente, em milhões: 4,4; 6,3; 8,1; 9,6; 10,6; 11,7 e 13,2, respectivamente) seria necessário investigar se tal não seria o resultado, simplesmente, do influxo de grandes

contingentes dos segmentos populacionais mais pobres que, apesar de sempre presentes, não estariam sendo captados pelos dados dos primeiros anos da série aqui considerada. Obviamente os valores do Menor da Concentração captam os deslocamentos das curvas de Lorenz mas não os explicam. Nem é nosso propósito explicar tais deslo-

camentos aqui⁽⁵⁾. O objetivo da aplicação acima é tão somente a ilustração do uso do Menor da Concentração de Gini.

(5) Para uma investigação tentativa para explicar tais deslocamentos ver ROSSI (1979) e para uma análise exploratória das causas da concentração observada ver ROSSI (1981a).

Referências Bibliográficas

HAGERBAUMER, J.B. The Gini concentration ratio and the minor concentration ratio: a two parameter index of inequality. *The Review of Economics and Statistics*, (3): 337-39, August 1977.

ROSSI, J.W. Two essays on income distribution: problems of measurement and trends in Brazilian income inequality. Tese de Doutorado não publicada apresentada ao Department of Economics, Dalhousie University, N.S., Canadá, 1979.

Income distribution in Brazil: a regional approach. *The Journal of Development Studies*, 17 (2): 226-34, January 1981a.

Medidas de concentração de renda e medidas de concentração industrial. COPPE, PDD 08/81, 1981b.

SOUZA, J. Estatística econômica e social. Rio de Janeiro, Ed. Campus, 1977.