Índices de Pobreza: Alternativas, Decomposição e Uso Com Dados Agregados

MAURÍCIO ELISEU COSTA ROMÃO*

De modo geral, a mensuração da pobreza pode ser vista como consistindo de duas operações distintas, porém inter-relacionadas (Sen 1976, 1978, 1979): identificação (quem são os pobres?) e agregação (como se pode combinar características de pobreza de diferentes pessoas em uma medida agregativa, em um índice?)

Como requisito prévio para se abordar o processo de identificação, é necessário clarificar o conceito de pobreza que, como se

O autor pertence ao Departamento de Economia e ao CME-PIMES da Universidade Federal de Pernambuco.

Gostaria de agradecer os comentários e sugestões extremamente úteis feitos por Lincoln Aguiar, Yoni Sampaio, Paulo de Tarso André e Gustavo Maia Gomes. Esses agradecimentos são também extensivos a três membros anônimos do Conselho Editorial desta Revista, que contribuíram sobremaneira para o aprimoramento da versão final deste trabalho, que é, entretanto, de minha exclusiva responsabilidade.

sabe, é de difícil apreensão teórica. Algumas vezes, por exemplo, a pobreza é tida como um fenômeno meramente subjetivo em que imperam juízos de valor sobre quais seriam os limites toleráveis de sobrevivência em determinada sociedade (Orshansky, 1969; Altimir, 1979; Van Praag, Goedhart & Kapteyn, 1979)⁽¹⁾. Em outras ocasiões, a percepção da pobreza é vista sobretudo como uma noção relativa, ou, de "privação relativa", apenas para usar o termo popularizado na literatura sociológica (Townsend, 1970; Wedderburn, 1974). A idéia aqui é de que a situação de pobreza caracteriza-se quando algumas pessoas têm menos de certos atributos em relação às outras, independentemente de um mínimo de destituição. Outros, ainda, vêem o conceito de pobreza como sendo relevante apenas em termos absolutos, isto é, quando são estabelecidos padrões mínimos de suficiência para a po-

(1) O enfoque subjetivo da pobreza pode ser sintetizado na seguinte colocação: "A pobreza, como a beleza, está nos olhos de quem a vê" (ORSHANSKY, 1969, p. 37).

pulação e a proporção desta que não atinge aquele mínimo é computada, não importando qualquer aspecto comparativo. A idéia subjacente é que a pobreza se manifesta concretamente por carências generalizadas nas vidas das pessoas, isto é, existe uma situação de *privação absoluta*, mormente nos casos mais abjetos, que é tão visível que deve prevalecer acima de quaisquer conotações relativas.

Vê-se, portanto, que a noção de pobreza não compreende qualquer aceitação geral e pacífica quanto à sua conceituação. Para que o conceito possa ser operacionalmente tratável, faz-se mister que ele seja, antes de mais nada, bem delineado e bem especificado. Daí então pode decorrer uma grande redução na sua complexidade, e até mesmo no seu grau de ambigüidade. Fica evidente porquê o exercício de identificação deve preceder ao de agregação; não se pode pretender, na esfera do rigor científico, mensurar alguma coisa que não esteja teoricamente bem definida. E mais, os dois exercícios são absolutamente essenciais no dimensionamento da pobreza, posto que são interdependentes e se completam operacionalmente.

No presente trabalho, todavia, apenas o processo de agregação será motivo de análise. Os aspectos teóricos do exercício de identificação têm sido abordados exaustivamente em outros estudos (Townsend, 1970; Wedderburn, 1974; Szal, 1977; Sen, 1978, 1979; Romão, 1982). Assim, nas seções subsequentes, partiremos do pressuposto de que os pobres já foram identificados e que o problema resume-se em discutir os aspectos de mensuração propriamente ditos, isto é, em dar uma imagem quantitativa da pobreza.

1 Mensuração da Pobreza

Uma vez que a "linha de pobreza", isto é, aquele nível mínimo de subsistência, abaixo do qual as pessoas são consideradas pobres, foi especificada, a questão que surge de imediato é: como expressar as características de pobreza de diferentes pessoas

em um único índice? É óbvio que nesse procedimento agregativo tal representação escalar deveria captar de maneira bastante objetiva a intensidade de pobreza sofrida por aqueles que se encontram aquém do mínimo de subsistência. As dificuldades envolvidas nessa tentativa de expressar, unidimensionalmente, tamanha gama de distintos atributos são por demais discutidas na literatura (Townsend, 1970; Sen, 1973, 1976, 1978, 1979; Srinivasan, 1977; Drewnowski, 1977). Não obstante essas dificuldades, o índice proposto por Sen, como veremos mais adiante, parece não sofrer de alguns defeitos característicos das medidas padrão até recentemente usadas no exercício agregativo. Tanto assim é que seu uso está-se generalizando progressivamente na literatura, seja em análises empíricas (Bhatty, 1974; Anand, 1977; Dutta, 1978; Ahluwalia, 1978; Altimir, 1979; Van Ginneken, 1980; Kakwani, 1980; Fishlow, 1980; Fields, 1980; Prado, 1981), seja dando margem ao aparecimento de formulações alternativas (Anand, 1977; Hamada e Takayama, 1978; Takayama, 1979; Thon, 1979; Blackorby e Donaldson, 1980; Kakwani, 1980). Antes, porém, de abordarmos o índice de Sen é necessário fazer uma breve revisão crítica das medidas padrão a que aludimos acima.

Para medir o grau de pobreza de uma determinada comunidade, dois índices têm sido usados em larga escala: o índice de "incidência de pobreza" e o índice de "insuficiência de renda", ou de "defasagem de renda". O primeiro é simplesmente a proporção da população que se encontra abaixo da linha de pobreza. O segundo mede a deficiência, ou defasagem, agregada de renda de todos os pobres em relação ao valor monetário da linha de pobreza. Ou, como algumas vezes também é interpretado, o índice de defasagem de renda estabelece o montante mínimo de renda necessário para que todos os pobres sejam trazidos ao nível da linha de pobreza.

Assim, se q é o número de pobres e N é a população total, a incidência de pobreza, H , é simplesmente:

$$H = \frac{q}{N}$$

Definindo z como a linha de pobreza, dada exogenamente, e g_i como a defasagem de renda do indivíduo i , isto é,

$$g_i = z - y_i$$

o índice agregado de defasagem de renda, T , é dado por:

$$T = \sum_{i=1}^q g_i = q(z - m)$$

onde y_i é o nível de renda da i -ésima pessoa e m é a renda média dos pobres.

Sen (1973, 1976, 1978, 1979) criticou essas duas medidas usando os seguintes argumentos:

- a. o índice H não leva em consideração os montantes das rendas (dos pobres) que ficam aquém do mínimo de subsistência. Ou seja, o índice é totalmente insensível para o "grau" de pobreza dos pobres, não interessando para ele quão perto ou distante alguém possa estar da linha de pobreza. Para termos idéia do absurdo a que se pode chegar usando essa medida isoladamente, imaginemos uma situação em que todas as rendas dos pobres sejam reduzidas e as rendas dos não-pobres permaneçam exatamente as mesmas. O índice H não sofrerá variação alguma, apesar de todos os pobres estarem agora mais pobres.
- b. o índice de insuficiência de renda, T , peca pelo fato de não ser sensível ao número de pobres envolvidos no processo agregativo; apenas se preocupa com a questão do montante de renda que elevaria os pobres ao nível da linha de subsistência.
- c. ambos os índices não levam em consideração a distribuição de renda entre os

pobres. Particularmente, as duas medidas são insensíveis às transferências de renda de uma pessoa para outra menos pobre e que mesmo assim não cruza a linha de pobreza. As duas medidas são invariantes a esse tipo de transferência, não obstante alguém esteja, depois da transferência, muito mais pobre do que era antes.

Para corrigir essas deficiências, Sen desenvolveu uma medida de pobreza em que o número de pobres, o montante de renda aquém do mínimo de subsistência e a desigualdade de renda entre os pobres são incorporados num só índice. Para tanto, originalmente empregou uma abordagem axiomática, usando uma estrutura *ordinal* de bem-estar individual (Sen, 1973, 1976). Embora, de certa forma, impregnada da ortodoxia neoclássica, a medida foi derivada sem qualquer apelação a extravagâncias como "função do bem-estar social" ou "comparações interpessoais de funções de utilidade cardinal" etc.⁽²⁾ Mas, nos seus mais recentes trabalhos sobre o assunto, Sen (1978, 1979) abandona completamente o uso de comparações individuais de bem-estar e mostra que seu índice pode ser derivado com o emprego das noções socialmente concretas e objetivas de "privação relativa" e "privação absoluta", ambas fundamentais para a conceituação de pobreza. Vejamos, portanto, como se dá essa derivação.

2. O Índice de Pobreza de Sen

Consideremos um vetor de rendas $\bar{y} = (y_1, y_2, \dots, y_N)$ e suponhamos que $y_1 < y_2 < \dots < y_N$. Chamemos de S o conjunto de pessoas, numa comunidade S de N pessoas, com rendas não superiores

(2) Sen critica violentamente o uso de funções de bem-estar social para derivação de medidas normativas como a do tipo proposta por Atkinson (SEN, 1973, p. 39; 1978a, p. 92). Alguns autores vão mais longe e sugerem que "economia do bem-estar" deveria ser banida de qualquer tentativa de mensuração de desigualdade (WILES, 1974, p. xi-xii).

a x . Se z é a linha de pobreza, então $S(z)$ é o conjunto formado apenas por pessoas pobres⁽³⁾. Sen (1976), propôs uma medida agregativa de pobreza, P , que é definida como uma soma ponderada, normalizada, de defasagens individuais de renda g_i no conjunto $S(z)$:

$$P = A(z, y) \sum_{i=1}^q g_i v_i(z, y) \quad (1)$$

onde $A(z, y)$ é um parâmetro que depende da normalização escolhida; $v_i(z, y)$ é um peso não-negativo na defasagem de renda g_i do indivíduo i . Notemos que, por enquanto, a formulação apresentada em (1) está bem geral, posto que tanto os pesos v_i , quanto o parâmetro A não estão especificados.

Tomando os níveis de renda das pessoas pobres e ordenando-os decrescentemente a partir do nível de subsistência z , isto é, da renda mais alta para a renda mais baixa, a posição da i -ésima pessoa nessa ordenação será dada por $R(i)$. Assim, se a pessoa i é escalonada em décimo lugar a partir do menos pobre dos elementos de $S(z)$, segue-se que $R(i) = 10$. Dessa maneira, quanto mais baixo a pessoa estiver nessa escala de rendas, maior será seu senso de pobreza, ou, dito de outra forma, quanto maior for $R(i)$, mais destituída será a pessoa em termos de *privação relativa* com respeito aos outros membros de $S(z)$.

Seria natural, portanto, que a medida de pobreza que captasse a ordenação anteriormente discutida devesse ponderar as defasagens de renda das pessoas numa relação direta, isto é, quanto maior fosse $R(i)$ maior deveria ser o correspondente peso v_i . Sen (1978, 1979) usa o seguinte axioma para estabelecer precisamente essa correspondência:

(3) Com pequenas modificações, a notação usada neste trabalho segue de perto aquela empregada por Sen (1976, 1978, 1979).

Axioma R (Ordenação de Privação Relativa): O peso v_i associado com a insuficiência de renda g_i do indivíduo i é dado pela colocação do mesmo indivíduo na ordenação de rendas entre os pobres, isto é:

$$v_i = R(i) \quad (2)$$

Mas, como há exatamente $(q - i + 1)$ pessoas entre aqueles em $S(z)$ com rendas no mínimo tão altas quanto a da pessoa i , o peso v_i associado com a defasagem de renda g_i da pessoa i deveria de fato ser dado por:

$$v_i = q - i + 1 \quad (3)$$

O axioma R permite a apreensão da idéia de privação relativa de uma maneira bem simples, e a ponderação proposta por Sen ressalta bem a prioridade que se deve dar aos menos favorecidos⁽⁴⁾. Assim, o mais pobre dos indivíduos no *spectrum* de renda recebe o mais alto peso possível q , que é o número de pessoas consideradas pobres na sociedade. Claro que aquele menos pobre em $S(z)$ será ponderado pelo menor dos pesos na ordenação, isto é, um. A expressão (1) agora pode ser reescrita como:

$$P = A(z, y) \sum_{i=1}^q g_i (q - i + 1) \quad (4)$$

onde apenas o parâmetro A ainda está indefinido.

Consideremos novamente o índice de insuficiência de renda T . Convenientemente normalizado, T pode ser expresso em termos percentuais *per capita* (Sen, 1976, p. 223):

$$I = \frac{T}{qz} = \frac{z^{-m}}{z} \quad (5)$$

(4) Essa prioridade, aliás, está refletida no famoso critério rawlsiano de justiça social em que o objetivo social deve ser o bem-estar do mais pobre dos indivíduos (RAWLS, 1971).

O índice I nos diz qual é a percentagem da renda média dos pobres que fica aquém do nível de pobreza z . Notemos que esse índice também pode ser interpretado como o montante proporcional de *privação absoluta de renda vis-à-vis* z . Interpretação semelhante pode ser dada ao índice de pobreza H , que pode ser visto como representando a proporção de pessoas em *privação vis-à-vis* z . Conclui-se, portanto, que essas duas medidas captam, cada uma isoladamente, algum aspecto da *privação absoluta* dos pobres. Juntas, elas fornecem uma idéia bastante acurada da extensão da pobreza em termos daquela noção, o que deu margem a Sen (1978, 1979) para propor o seguinte axioma:

Axioma A (Privação Absoluta Normalizada): Se todos os pobres têm a mesma renda, então $P = HI$.

Pelo axioma A, então, a defasagem de renda g_i será a mesma para todos os pobres em $S(z)$, isto é, $g_i = g^*$, o que modifica (4) da seguinte forma:

$$P = A(z, y) \sum_{i=1}^q g^* (q - i + 1) = A(z, y) g^* \left\{ q(q + 1) / 2 \right\} \quad (6)$$

Mas, ainda pelo mesmo axioma A, o índice de pobreza P é dado por:

$$P = HI \quad (7)$$

Donde se conclui que o parâmetro A está completamente especificado quando as expressões (6) e (7) são comparadas:

$$A(z, y) = \frac{2}{(q+1) Nz} \quad (8)$$

Portanto, o índice de pobreza de Sen pode ser finalmente escrito como:

$$P = \frac{2}{(q+1) Nz} \sum_{i=1}^q (z - y_i) (q - i + 1) \quad (9)$$

A expressão (9) pode ainda ser manipulada de forma a representar explicitamente o índice agregado de pobreza P como uma função do índice de incidência de pobreza H , do índice de insuficiência de renda I e do coeficiente de Gini G entre os pobres. Este último é dado por (Kendall e Stuart, p. 47-53):

$$G = \frac{1}{2q^2m} \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q |y_i - y_j| \quad (10)$$

ou, também, pela seguinte expressão (Sen, 1976, p. 224)⁽⁵⁾:

$$G = 1 + \frac{1}{q} - \frac{2}{q^2m} \sum_{i=1}^q y_i (q - i + 1) \quad (11)$$

De (9) e (11) o índice P é reescrito como:

$$P = \frac{1}{(q + 1) Nz} \left\{ zq (q + 1) + q^2mG - q^2m - qm \right\} \quad (12)$$

Relembrando que $H = \frac{q}{N}$ e $I = \frac{z - m}{z}$, a

expressão (12) pode ser simplificada da seguinte maneira:

$$P = H \left[1 - (1 - I) \left(1 - \frac{q}{q+1} G \right) \right] \quad (13)$$

Para valores muito grandes de q , o termo $\frac{q}{q+1}$ aproxima-se da unidade e finalmente tem-se:

$$P = H [I + (1 - I) G] \quad (14)$$

(5) A passagem de (10) para (11) está demonstrada em Romão (1981), onde também se pode observar os detalhes que resultaram na expressão (14).

O índice de pobreza de Sen varia de zero a 1, assumindo o valor zero quando todas as rendas são maiores que o nível de pobreza z e sendo igual a um quando todas as rendas forem zero (porque $G = 0$ e $H = I = 1$). Por outro lado, pode-se perceber como as noções de privação absoluta e relativa estão consideradas no índice P : quando a renda dos pobres é perfeitamente distribuída, P é dado pelo produto HI , que, como vimos, é o produto de dois indicadores de privação absoluta. Quando, entretanto, a desigualdade relativa de renda entre os pobres é considerada ($G > 0$), o índice P capta as duas noções centrais do conceito de pobreza.

3. Variações e Alternativas

O impacto causado pelo aparecimento da medida proposta por Sen resultou, naturalmente, num estímulo para que surgissem medidas alternativas, todas elas, entretanto, preservando a estrutura básica do índice original. As novas medidas foram, sem exceção, oriundas de modificações em um dos dois, ou às vezes em ambos, axiomas propostos por Sen. Esse é o caso, por exemplo, do índice popularizado por Anand, 1977, mas que já havia sido discutido antes pelo próprio Sen (Sen, 1973a, 1976). Tal índice, que chamaremos de M , resultou de uma ligeira modificação no axioma A , de forma que, quando todos os pobres tivessem a mesma renda, a medida de Sen se reduzisse ao índice de insuficiência de renda T , expresso como uma fração da renda total da comunidade:

$$I^* = \frac{q}{N} \frac{z - m}{m^*} \quad (15)$$

onde m^* é a renda média da comunidade. Notemos que I^* é simplesmente a razão de defasagem de renda I normalizada em termos da renda média da sociedade, e pode ser interpretada como a percentagem da renda total da sociedade que é necessária para eliminar a defasagem de renda entre os pobres e a linha de pobreza.

Dada essa nova estrutura axiomática, o índice de Sen-Anand pode ser escrito como:

$$M = \frac{2}{(q + 1) N m^*} \sum_{i=1}^q g_i (q^{-i} + 1) \quad (16)$$

que difere do índice original (9) apenas no que concerne ao valor de A . Interpretativamente, entretanto, M é bem diferente de P , visto que sendo agora dependente da renda total da sociedade M refletiria até mesmo mudanças na renda das pessoas situadas acima da linha de pobreza, enquanto o índice P é completamente insensível àquelas rendas. Alguns podem considerar M superior a P , sob a alegação de que qualquer aumento de renda de alguém em S , *ceteris paribus*, reflete-se de certa forma na redução da pobreza de toda a comunidade. A questão levantada por Sen (1978, 1979) em defesa do índice original P é a de que M leva em conta casos em que diminuições na defasagem de renda dos pobres *vis-à-vis* z podem ser compensadas por altos aumentos de renda dos não-pobres, caso em que M não se modificaria. Como pobreza é essencialmente uma característica dos pobres; não se deveria permitir qualquer *trade-off* com a fortuna dos ricos⁽⁶⁾.

Outra variante do índice de Sen — vamos denominá-la de P^* — foi proposta recentemente por Thon (1979), que sugere ser esta superior tanto a P quanto a M . Desta feita, é o axioma R que é modificado de tal forma que a ponderação dada a cada pessoa de acordo com sua defasagem de renda no subconjunto $S(z)$, isto é, v_i , abrange

(6) A menos que se adote a incrível visão de "externalidade" proposta por Rein, de acordo com a qual para se entender os pobres é preciso estudar os ricos, ou, como ele expressou claramente: "Não se deveria permitir que as pessoas se tornassem tão pobres que as pudessem ofender ou ser danosas para a sociedade (...) Nós temos um problema de pobreza quando baixas rendas criam problemas para aqueles que não são pobres". (REIN, 1970, p. 46).

agora a posição de *todos* os membros da comunidade S , e não somente aqueles elementos de $S(z)$. O índice de pobreza de Thon emerge, então, naturalmente como:

$$P^* = \frac{2}{(N+1)Nz} \sum_{i=1}^q g_i (N-i+1) \quad (17)$$

A motivação subjacente a essa proposta deriva-se da existência de certa ambigüidade no índice P de Sen quando existe transferência de renda de uma pessoa pobre para outra menos pobre. Quando a menos pobre desafortunadamente ainda fica do lado errado da linha, isto é, em $S(z)$, a medida P acusa invariavelmente um acréscimo. O mesmo já não se pode garantir de P se a menos pobre — agora um *nouveau riche* — cruza efetivamente a linha de demarcação. Dependendo do caso, P pode até diminuir, o que seria uma incoerência. Inspirado nesse caráter ambíguo de P , Thon propõe (17), que *sempre* aumenta quando há transferência de renda dos mais para os menos pobres (ou para os mais ricos). O grande problema que transparece com a medida (17) é que ela não leva em consideração o número de pobres dentro da sociedade. Essa falha evidentemente diminui muito o mérito imbuído na derivação de P^* , posto que o número de pobres é um indicador da mais extrema importância em qualquer tentativa de mensuração da pobreza.

Ainda dentro do espírito original da medida sugerida por Sen, Takayama (1979) propõe como um índice alternativo de pobreza o uso do coeficiente de Gini da distribuição de renda *censurada (censored)*, truncada de cima pela linha de pobreza. Isto é, a distribuição de renda censurada refere-se, nesse caso, à distribuição de renda em que todas as rendas dos indivíduos acima da linha de pobreza são computadas como se fossem iguais ao nível de renda z ⁽⁷⁾. Assim, para um vetor de rendas censuradas

$$\hat{y}(z) = (\hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_n):$$

$$\hat{y}_i = y_i \text{ se } y_i < z; \quad \hat{y}_i = z \text{ se } y_i > z.$$

Com base nesse conceito, modificando os axiomas R e A propostos originalmente por

Sen, o novo índice, que chamaremos de $\hat{P}$ é dado por (Takayama, 1979, p. 754):

$$P = 1 + \frac{1}{N} - \frac{2}{N^2 m^*} \sum_{i=1}^N (N-i+1) \hat{y}_i \quad (18)$$

expressão análoga à (11), mostrada antes. Isso significa que a nova medida de pobreza não é outra senão o próprio coeficiente de

Gini, $\hat{G}$, da distribuição censurada:

$$\hat{P} = \hat{G} \quad (19)$$

É claro que $\hat{P}$ tem seus méritos como índice de pobreza: entre eles, por exemplo, está o fato de captar com muito mais ênfase a noção de privação relativa do que a própria medida proposta por Sen. O gran-

de problema com $\hat{P}$ é que esse índice violenta o pressuposto básico de que a redução de renda de qualquer indivíduo em $S(z)$ tem de, necessariamente, aumentar, *ceteris paribus*, o índice (Takayama, 1979, p. 758; Sen, 1978, p. 35; Sen, 1979, p. 303)⁽⁸⁾. Esse fenômeno decorre do fato de que uma pessoa abaixo da linha de pobreza pode eventualmente estar entre os relativamente mais ricos na distribuição censurada (com renda, por exemplo, acima da média dessa distri-

(7) Esse tipo de distribuição censurada foi utilizado "inadvertidamente" por Langoni (1973), no seu controvertido trabalho ao considerar que todos os indivíduos com renda superior a Cr\$ 9.997,00 teriam recebido somente Cr\$ 9.998,00. Veja-se, por exemplo, COSTA (1977, p. 52 e *passim*).

(8) Esse requisito é conhecido na literatura como o "axioma da monotonicidade" e foi originalmente proposto por Sen (1976, p. 219.) Kakwani (1981), comentando sobre o trabalho de Takayama, mostrou que esse requisito só não é cumprido nos casos em que a sociedade tenha mais de 50% de sua população considerada pobre.

buição) e uma redução na sua renda diminui a desigualdade naquela distribuição e obviamente reduz o índice, ao invés de aumentá-lo.

Outra alternativa recentemente surgida na literatura (Kakwani, 1980) modifica a ponderação proposta por Sen e considera os pesos v_i dependentes, não só do número de pessoas entre os pobres, mas da proporção agregada de rendas entre eles *vis-à-vis* z . Dado um novo conjunto de axiomas, a medida proposta, P' , é escrita da seguinte maneira (Kakwani, 1980, p. 332):

$$P' = \frac{H}{m^*} \left\{ z - \frac{m}{1+G} \right\} \quad (20)$$

O próprio Sen criticou essa medida, alegando que a axiomatização proposta por Kakwani não esclarece como essa renda agregada será dividida entre os pobres, e muito menos quantos pobres estariam envolvidos nessa divisão (Sen, 1978, p. 300). Assim, se não fosse pelo mérito de caracterizar o senso de privação, em termos de renda, de cada indivíduo i em relação aos demais elementos que são mais abastados do que ele, porém situados abaixo da linha de pobreza, o índice P' não seria de grande valia, a não ser como um eventual complemento para a quantificação obtida em P (Sen, 1978, p. 35).

Até o presente momento mostramos as alternativas M , P^* , $\hat{P}$ e P' ao índice P de Sen, todas elas baseadas numa interpretação *descritiva* da pobreza. Evitamos assim, deliberadamente, a apresentação de alternativas de caráter eminentemente *ético*, tais como a medida proposta por Blackorby e Donaldson (1980)⁽⁹⁾. É certo que a noção de pobreza em determinada época e lugar depende das convenções sociais prevalecentes, e que existe sempre algum conteúdo valorativo até mesmo na concepção objetiva de pobreza. Todavia, a percepção da pobreza é antes de mais nada caracterizada por uma situação

social *concreta*, identificável objetivamente, de falta de recursos de indivíduos, famílias, grupos ou classes sociais. Como tal, a noção de pobreza não pode ser conceituada simplesmente em termos subjetivos, normativos, éticos, a menos que se queira "fechar os olhos" para a existência de destituição absoluta como fenômeno claramente visível no dia-a-dia dos não favorecidos.

Antes de discutirmos alguns problemas concernentes à aplicação da medida de Sen quando não há dados individuais disponíveis, convém mostrar algumas variantes que se podem derivar do índice de Sen, de importantes aplicações práticas.

4. Desagregação

Consideremos inicialmente uma extensão do índice de pobreza I^* (equação (15)) desenvolvida por Kakwani (1980, cap. 15). Dividamos a população total em k regiões, mutuamente exclusivas, e denominemos as seguintes variáveis:

- m^*_j = renda média da j -ésima região;
- m_j = renda média dos pobres na j -ésima região;
- H_j = proporção da população pobre na j -ésima região;
- q_j = número de pobres na j -ésima região;
- n_j = população da j -ésima região;
- f_j = proporção da população na j -ésima região.

Segue-se que (Kakwani, 1980, p. 329):

$$H = \sum_{j=1}^k f_j H_j \quad (21)$$

$$m = \frac{1}{H} \sum_{j=1}^k f_j H_j m_j \quad (22)$$

Definido dessa maneira, o índice de pobreza H da população total é igual à média aritmética ponderada da proporção dos pobres em cada região, sendo os pesos proporcionais à população de cada região. De

(9) Veja-se, também, Yetzhaki (1980).

maneira semelhante, a renda média dos pobres da população total é uma média ponderada das rendas médias dos pobres em cada região, onde os pesos são dados pela percentagem da população pobre de cada região em relação ao total da população. Substituindo (21) e (22) em (15), resulta:

$$I^* = \frac{1}{m^*} \sum_{j=1}^k m_j^* f_j I_j^* \quad (23)$$

onde

$$I_j^* = H_j \frac{z - m_j}{m_j^*}$$

Portanto, o índice de pobreza I^* da população total de S é igual a uma média ponderada dos índices I_j^* de cada região, onde os pesos são proporcionais à participação da renda em cada região em relação à renda total da comunidade.

A derivação da expressão (23) resulta num índice de pobreza de grande aplicabilidade. Por exemplo, se a população total é dividida em diferentes grupos de acordo com características sócio-econômicas e demográficas, o índice I^* capturaria essa desagregação quantificando a influência de cada característica em questão na pobreza total. A maior restrição que se pode fazer ao índice de defasagem de renda I^* é que seu uso implica não considerar a desigualdade de renda entre os pobres em $S(z)$. E essa falha, como já vimos, foi um dos condicionantes que levaram Sen a propor um índice no qual, além dos outros fatores, a desigualdade de renda entre os pobres fosse levada em conta.

Outra variante, ainda inspirada no índice original de Sen, é agora proposta como uma tentativa de aproveitar a desagregação regional sugerida por Kakwani e, ao mesmo tempo, manter a estrutura básica de P , onde a desigualdade de rendas entre os pobres é captada. Para tanto, valemo-nos da suposição, aparentemente muito restritiva,

de que a desigualdade de rendas dos pobres de toda a comunidade pode ser vista como uma *proxy* para a desigualdade de rendas entre os pobres em cada região ou grupo. A necessidade dessa suposição repousa no fato de o índice P de Sen não ser decomponível (por região, ou grupo, exatamente porque o índice de Gini é um dos elementos de P . Isto é, não é possível achar um índice G de Gini que seja uma média ponderada de índices G_j de Gini regionais).

Pode-se, contudo, invocar uma razoável quantidade de evidência empírica como suporte para aquela suposição, se esse procedimento não for violentador de metodologias científicas mais rigorosas. Verifica-se na literatura, por exemplo, que o coeficiente de Gini entre os pobres é apenas ligeiramente diferente entre grupos ou regiões⁽¹⁰⁾. Se a justificativa empírica é aceita como uma primeira aproximação à realidade, então a derivação que se segue pode ser de grande valia para captar a contribuição de cada grupo para a pobreza agregada.

Substituindo (21) e (22) em (14), e fazendo as necessárias manipulações, o índice P pode ser reescrito como:

$$P = \sum_{j=1}^k f_j P_j \quad (24)$$

(10) Prado (1981) fornece evidência dessa assertiva para a região nordestina do Brasil, e Anand (1977) é a referência para a Malásia e Bhatti (1974) para a Índia. Romão (1982a) calculou os seguintes coeficientes de Gini, entre os pobres, para sete regiões (IBGE-ENDEF) brasileiras: Rio (0,278), São Paulo (0,275), Sul (0,250), M. Gerais & E. Santo (0,277), Nordeste (0,265), Distrito Federal (0,286), Norte & Centro-Oeste (0,258) e, finalmente, Brasil (0,270). Fishlow (1980) e Dutta (1978) mostram que o índice de Gini das populações pobres do Brasil e Índia, respectivamente, não sofreram variações de monta em termos temporais, o que dá uma idéia de estabilidade do índice para aquele segmento populacional nos dois países.

onde P_j , o índice de pobreza da j -ésima região, é dado por:

$$P_j = H_j \{I_j + (1 - I_j)G\} \quad (25)$$

e

$$I_j = \frac{z - m_j}{z} \quad (26)$$

Visto desse prisma, o índice agregado de pobreza de S é igual a uma média ponderada de índices regionais de pobreza, onde os pesos são dados pela proporção da população de cada região. Saliente-se, mais uma vez, que o coeficiente de Gini explicitado em (24) é único para todas as regiões e, ainda, que a linha de pobreza z é a mesma para cada região. Isso posto, a desagregação apresentada em (24) é de fácil apreensão interpretativa e pode ser exercitada empiricamente numa enorme gama de fenômenos sócio-econômicos.

Ainda na esperança de que a hipótese imbuída na derivação de (24) não distorça a realidade, podemos aplicar o mesmo raciocínio para decompor regionalmente o índice M , de Sen-Anand. Dessa forma está-se permitindo, em termos regionais, que o índice agregado de pobreza reflita também mudanças na renda das pessoas situadas acima do nível z de subsistência. Verifica-se que, para valores de q bastante grandes, a expressão do índices M , dada em (16), pode ser simplificada para:

$$M = \frac{H}{m^*} [z - m(1 - G)] \quad (27)$$

Portanto, se substituirmos (21) e (22) em (27) obteremos:

$$M = \frac{1}{m^*} \sum_{j=1}^k f_j m_j^* M_j \quad (28)$$

onde M_j é a medida de pobreza de cada região j e cuja expressão analítica é dada por:

$$M_j = \frac{H_j}{m_j^*} [z - m_j (1 - G)] \quad (29)$$

O índice agregado M é agora interpretado como uma média ponderada de índices regionais de pobreza M_j , em que os pesos são dados pela participação na renda de cada região em relação à renda total de S . É fácil de se verificar que se não há desigualdade de renda na população pobre, intragrupos, então G é nulo e M_j é igual ao índice I_j^* , derivado por Kakwani e apresentado aqui na equação (23).

5. Dados Agrupados

Um outro ponto importante sobre o índice de Sen é que a medida foi construída para utilização de dados individuais, conforme fica claro por uma simples inspeção à equação (9). Ademais, a estrutura dos pesos proposta no axioma R refere-se à posição do *indivíduo* na ordenação de rendas em $S(z)$, o que, aliás, forneceu a base teórica para o aparecimento do índice de Gini para dados individuais na derivação de P . De fato, a axiomatização denominada de Ordenação de Privação Relativa nada mais é do que uma maneira engenhosa de considerar a distribuição individual de rendas da população carente no índice de pobreza. Para a mensuração daquela desigualdade de rendas o coeficiente de Gini apareceu naturalmente em P , por uma série de propriedades de que ele é possuidor, para captar a noção de privação relativa. Por exemplo, o coeficiente de Gini dado pela formulação (10) é primeiramente uma medida de *desigualdade relativa*, posto que é a razão entre uma medida de dispersão — a média das diferenças — e a média. Depois, o diferencial de renda entre quaisquer pares de rendas na distribuição é levado em conta no cômputo do índice de Gini, o que nem sempre é feito por outras medidas. Assim, dada uma transferência de renda entre y_i e y_k , o índice de Gini refletiria essa modificação na estrutura distributiva de rendas, dado pelo vetor y , por duas razões: o diferencial de rendas $\overline{y_i} - y_k$ modificar-se-ia; o diferencial

de renda entre cada um dos valores y_i e y_k e todos os outros níveis de renda da distribuição também sofreria mudanças.

A aplicação das fórmulas (9) ou (14), portanto, depende da disponibilidade de dados individuais de renda (ou outro atributo pertinente), os quais normalmente são de difícil acesso. Na ausência daquela informação o pesquisador pode naturalmente lançar mão dos dados agrupados por intervalos de renda que são mais comuns e via de regra publicados, e se perguntar de que maneira essas estatísticas poderiam ser aproveitadas para calcular o índice de pobreza de Sen.

Suponhamos novamente que as rendas individuais do vetor $y = (y_1, y_2, \dots, y_N)$ sejam ordenadas crescentemente, isto é, $y_1 < y_2 < \dots < y_N$. Suponhamos ainda que esses N níveis de renda sejam agrupados em, digamos, r intervalos de renda, $(y_1$ a $y_2)$, $(y_2$ a $y_3)$, ..., $(y_r$ a $y_r + 1)$.

A frequência relativa de qualquer classe de renda é dada por $f_j = N_j/N$, onde N_j é o número de receptores de renda do j -ésimo intervalo de classe ($j = 1, 2, \dots, r$) e $N = N_1 + N_2 + \dots + N_r$ é a população total. A frequência cumulativa de indivíduos receptores até e inclusive o j -ésimo intervalo de renda é dada por:

$$F_j = \sum_{t=1}^j f_t$$

Representemos a renda média do j -ésimo intervalo de classe por $\bar{y}_j$ quer dizer,

$$\bar{y}_j = \frac{\sum_{i=1}^{N_j} y_{ji}}{N_j}$$

onde y_{ji} é o nível de renda do i -ésimo indivíduo no j -ésimo estrato. Uma vez que os indivíduos estão ordenados do mais pobre

ao mais rico, a posição do indivíduo com renda y_{ji} é dada por:

$$\sum_{t=1}^j N_t - N_j + i$$

Então, de acordo com (9), temos:

$$P = \frac{2}{(q+1)Nz} \sum_{j=1}^{r^*} \sum_{i=1}^{N_j} (z - y_{ji}) \left(q - \sum_{t=1}^j N_t + N_j - i + 1 \right) \quad (30)$$

onde $r^* < r$ refere-se ao número de intervalos de classe abaixo de z . Se, agora, não considerarmos a desigualdade de renda dentro dos estratos, temos $y_{ji} = \bar{y}_j$ e podemos reescrever (30) como:

$$P = \frac{2}{(q+1)Nz} \sum_{j=1}^{r^*} (z - \bar{y}_j) \left(N_j q - N_j \sum_{t=1}^j N_t + N_j^2 - \sum_{i=1}^{N_j} i + N_j \right) \quad (31)$$

Notemos, de passagem, que o termo $z - \bar{y}_j$ é agora interpretado como a defasagem de renda do j -ésimo estrato, ficando claro, portanto, que estamos perdendo informações sobre as insuficiências individuais de renda em relação à linha de pobreza z .

Como $\sum_{i=1}^{N_j} i = \frac{1}{2} N_j (N_j + 1)$, segue-se

que:

$$P = \frac{2}{(q+1)Nz} \sum_{j=1}^{r^*} N_j (z - \bar{y}_j) \left(q - \sum_{t=1}^j N_t + \frac{1}{2} N_j + \frac{1}{2} \right) \quad (32)$$

A expressão (32) pode ser também re-escrita da seguinte forma⁽¹¹⁾:

$$P = \frac{2}{z(H + \frac{1}{N})} \sum_{j=1}^{r^*} f_j (z - \bar{y}_j)$$

$$(H - F_j + \frac{1}{2} f_j + \frac{1}{2N}) \quad (33)$$

Em qualquer uma das expressões (32) ou (33), contudo, P reduz-se ao produto HI , quando todos os pobres têm a mesma renda, e portanto os intervalos de classes abaixo de z deixam de ter significância, ficando todos os pobres englobados num só estrato ($r^* = 1$).

A perda de informações individuais de renda acarreta uma *subestimação* do índice P , visto que as defasagens de renda dentro de cada classe são totalmente desprezadas. Como o esquema ponderativo de Sen agracia com pesos mais altos aquelas rendas mais baixas, segue-se que o agrupamento necessariamente causa um viés para baixo na medida agregada P . A alternativa mais direta de se usar (14), ao invés de (33), esbarra, como já mencionamos antes, num problema de construção teórica. Contudo, se este impedimento for considerado desprezível, o pesquisador pode utilizar as fórmulas convencionais para o cálculo do coeficiente de Gini (entre os elementos de $S(z)$) para dados agrupados:

$$G^* = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{r^*} \sum_{j=1}^{r^*} f_i f_j |\bar{y}_i - \bar{y}_j| \quad (34)$$

(11) A equação (33) foi proposta por Bhatti (1974, p. 300). O autor, contudo, apenas apresentou a expressão, não dando qualquer conteúdo indicativo de como ela poderia ter sido derivada e de como poderia ser interpretada.

ou, simplesmente,

$$G^* = 1 - \sum_{j=1}^{r^*} f_j (y^*_j + y^*_{j-1}) \quad (35)$$

em que G^* é o índice Gini de concentração de rendas entre os pobres para dados agrupados e onde y^*_j é a renda acumulada dos j primeiros estratos, como proporção da renda total dos pobres:

$$y^*_j = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^j f_t m_t$$

É claro que (34), ou (35), como já foi amplamente mostrado na literatura, não levam em conta as desigualdades intraclases e, destarte, referem-se apenas ao limite inferior da amplitude total através da qual o "verdadeiro" Gini pode variar (ver, por exemplo, Gastwirth, 1972). Assim, igualmente, está-se subestimando P ao inserir-se G^* em (14).

Outra alternativa, todavia mais trabalhosa, é aplicar os métodos tradicionais de interpolação, como, por exemplo, ajustar uma função contínua diferenciável, digamos, um polinômio do terceiro grau, ou uma curva de Pareto, para cada intervalo de renda e obter a função densidade correspondente. Isso posto, pode-se usar outra estimativa para o Gini, na qual as desigualdades intra e interclasses afloram explicitamente:

$$G^* = \sum_{j=1}^{r^*} \hat{y}_j f_j G_j + \frac{1}{2m} \sum_{j=1}^{r^*} f_i f_j |\bar{y}_i - \bar{y}_j| \quad (36)$$

$\hat{y}_j$ é a renda relativa de cada classe em relação à renda total dos pobres e G_j é o índice de Gini relativo à desigualdade dentro do j -ésimo estrato obtido por método interpolativo. O uso de (36) em (14) daria, obviamente, resultados superiores ao do caso anterior.

Conclusão

No processo de mensuração da pobreza, mais especificamente no exercício agregativo daquela mensuração, o índice de Sen desempenha papel ímpar na literatura especializada. Sua popularidade crescente jaz não apenas no arcabouço teórico em que a medida foi desenvolvida, mas, também, na sua aplicabilidade, onde se sobressai o fato de que o requisito de dados não é grande. A julgar pelos desenvolvimentos recentes,

inspirados pelo índice de Sen, de medidas alternativas de mensuração da pobreza, pode-se vislumbrar um futuro promissor para o aperfeiçoamento dos exercícios de agregação e identificação da pobreza. Espera-se, contudo, que essa provável avalanche de estudos possa estimular uma reorientação de estratégias dentro da sociedade. A busca de caminhos para enfrentar o angustiante problema da pobreza requer novas atitudes, novos enfoques, mudanças no perfil distributivo e na estrutura da sociedade.

Referências Bibliográficas

- AHLWALIA, M. S. Rural poverty and agricultural performance in India. *Journal of Development Studies*, 14 (3): 298-323, 1978.
- ALTIMIR, O. *La dimensión de la pobreza en América Latina*. Santiago, Cepal, 1979.
- ANAND, S. Aspects of poverty in Malaysia. *Review of Income and Wealth*, 23 (1): 1-16, 1977.
- BHATTY, I. Z. Inequality and poverty in India. In: SRINIVASAN, I. N. & BARDHAN. ed. *Poverty and income distribution in India*. Calcuta, Statistical Publishing Society, 1974.
- BLACKORBY, C. & DONALDSON, D. Ethical indices for the measurement of poverty. *Econometrica*, 48: 1053-64, 1980.
- COSTA, R. A. *Distribuição da renda pessoal no Brasil em 1970*. Rio de Janeiro, FIBGE, 1977.
- DREWNOWSKI, J. Poverty: its meaning and measurement. *Development and change*, 8: 183-208, 1977.
- DUTTA, B. On the measurement of poverty in India. *Indian Economic Review*, 13 (1): 23-32, 1978.
- FIELDS, G. S. *Poverty, inequality, and development*. Cambridge, University Press, 1980.
- FISHLOW, A. Who benefits from economic development?: comment. *American Economic Review*, 70: 250-56, 1980.
- GASTWIRTH, J. L. The estimation of the Lorenz curve and the Gini index. *Review of Economics and Statistics*, 54: 306-16, 1972.
- HAMADA, K. & TAKAYAMA, N. Censored income distributions and the measurement poverty. *Bulletin de Institut International de Statistique*, 47 (1): 617-32, 1978.
- KAKWANI, N. C. *Income inequality and poverty — methods of estimation and policy applications*. Oxford University Press, 1980.
- Note on a new measure of poverty. *Econometrica*, 49(2): 525-27, 525-27, 1981.
- KENDALL, M. & STUART, A. *The advanced theory of statistics*. 4th edition, McMillan, 1977. v. 1.
- KRELLE, W. & SHERROCKS, A. F. ed. *Personal income distribution*. North Holland, 1978.

POBREZA

- LANGONI, C. G. *Distribuição de renda e desenvolvimento econômico do Brasil*. Expressão e Cultura, 1973.
- ORSHANSKY, M. How poverty is measured. *Monthly Labor Review*, 92: 57-41, 1969.
- PRADO, E. F. S. Crescimento econômico, pobreza e distribuição de renda em países subdesenvolvidos. *Estudos Econômicos*, 11 (1): 83-91, 1981.
- RAWLS, J. *A theory of justice*. Harvard University Press, 1971.
- REIN, M. Problems in the definition and measurement of poverty. In: TOWNSEND, P. ed. *The concept of poverty*, Heinemann, 1970.
- ROMÃO, M. E. C. Income distribution and poverty in Brazil. Ph. D. dissertation unpublished, 1981.
- Issues in the concept of poverty. Texto para Discussão n.º 114, Departamento de Economia, Universidade Federal de Pernambuco, 1982.
- Pobreza e desigualdades regionais de despesas familiares no Brasil. Texto para Discussão n.º 118, Departamento de Economia, Universidade Federal de Pernambuco, 1982a.
- SEN, A. K. *On economic inequality*. Oxford University Press, 1973.
- Poverty, inequality and unemployment — some conceptual issues in measurement. *Economic and Political Weekly*, Special Number: 1457-64, 1973a.
- Poverty: an ordinal approach to measurement. *Econometrica*, 44 (2): 219-31, 1976.
- Three notes on the concept of poverty. ILO Working Paper, WEP 2-23/WP 65, 1978.
- Ethical measurement of inequality: some difficulties. In: KRELLE, W. & SHERROCKS, A. F. ed. *Personal income distribution*. North Holland, 1978a.
- Issues in the measurement of poverty. *Scandinavian Journal of Economics*, 81 (2): 285-307, 1979.
- SRINIVASAN, T. N. & BARDHAN, P. K. ed. *Poverty and income distribution in India*. Calcuta, Statistical Publishing Society, 1974.
- Poverty: some measurement problems. *World Bank Reprint Series*, 77, 1977.
- SZAL, R. J. Poverty: measurement and analysis. ILO Working Paper, WEP 2-23/WO 60, 1977.
- TAKAYAMA, N. Poverty, income inequality, and their measures: professor Sen's axiomatic approach reconsidered. *Econometrica* 47 (3): 749-59, 1979.
- THON, D. On measuring poverty. *Review of Income and Wealth*, 25 (4): 429-39, 1979.
- TOWNSEND, P. ed. *The concept of poverty*, Heinemann, 1970.
- VAN GINNEKEN, W. Some methods of poverty analysis: an application to Iranian Data, 1975-1976. *World Development*, 8: 639-46, 1980.
- VAN PRAAG, B. M. S.; GOEDHART, T. & KAPTEYN, A. The poverty line: a pilot survey in Europe. University of Southern California, 1979. mimeo

WEDDERBURN, D. *Poverty, inequality and class structure*. Cambridge University Press, 1974.

WILES, P. *Distribution of income: East and West*. North Holland 1974.

YETZHAKI, S. On an extension of the Gini inequality index. The Maurice Falk Institute for Economic Research in Israel, Discussion Paper n.º 8013, Jerusalem, 1980.