Estratégias de Racionamento: Uma Generalização

EDUARDO M. MODIANO

Introdução

A discussão sobre estratégias alternativas de racionamento tomou novo impulso logo após o primeiro choque no mercado internacional do petróleo, ocorrido em 1973. No período subseqüente, os países importadores de petróleo, de uma forma ou de outra, recorreram ao racionamento como medida de restrição ao consumo de derivados. Em alguns casos o racionamento consistiu primordialmente em um controle quantitativo direto sobre o consumo. Os motivos que justificaram o racionamento via quantidades, já bem conhecidos na literatura econômica, incluem seu aspecto redistributivo e o controle da taxa de inflação. Países tais como Itália, Inglaterra e Japão, em nome da eficiência econômica, preferiram promover o racionamento primordialmente através dos preços. Neste sentido, o aumento do preço internacional foi repassado rapidamente aos preços domésticos da energia. Qualquer que tenha sido a opção final, o dilema de racionar via preços ou quantidades representou em alguns momentos cruciais da década dos 70 o foco principal de debate entre os responsáveis pela formulação da política econômica. Dada a instabilidade do mercado internacional do petróleo, esta discussão poderá voltar a ocupar lugar de destaque em situações de desequilíbrio ao decorrer da década dos 80.

Weitzman (1974, 1977) introduziu a discussão sobre o racionamento via preços ou quantidades sob condições de incerteza, do ponto de vista das decisões de produção. Arida (1981) analisa a eficácia relativa das duas estratégias quanto ao consumo, mais especificamente no caso de choques de oferta em mercadorias de consumo final de difícil substituição. No modelo de Arida, uma função de perda específica procura quantificar o dilema entre o racionamento excessivo, que favorece as gerações futuras e o racionamento moderado, que favorece a população existente. Conclui o autor em favor do racionamento via quantidades. Porém,

---

O autor pertence à PUC/RJ.

ao considerar a arrecadação tributária como meta secundária de politica, este resultado reverte-se em favor de uma estratégia de preços.

Este trabalho pretende avaliar os resultados de Arida num contexto internacional mais condizente com a busca de uma eqüidade distributiva entre gerações. O dilema de racionar via preços ou quantidades no caso de uma mercadoria importada não pode ser dissociado do dilema do presente *vs.* futuro. Neste sentido, na seção 1 as estratégias de racionamento alternativas são analisadas através de uma função de perda genérica, o que permite estender o argumento principal de Arida. A seguir, a seção 2 considera a arrecadação tributária como meta secundária de política. Demonstra-se então a importância das preferências intertemporais e do grau de aversão ao risco da sociedade ou dos articuladores da política econômica, na determinação do esquema de racionamento ótimo.

1 O Modelo Básico

Nesta seção temos como objetivo analisar a sensibilidade dos resultados obtidos por Arida a especificações alternativas da função de perdas. A função quadrática postulada pelo autor é apenas uma possível representação formal do dilema básico da política econômica, entre a redução da dívida externa e a promoção do bem-estar da população existente. Além disso, a simetria imposta às perdas de bem-estar no presente e no futuro elimina todo e qualquer critério de preferência intertemporal da sociedade e/ou dos articuladores da política econômica. É desnecessário enfatizar a importância de incorporarmos à análise normativa do problema de racionamento a questão da eqüidade distributiva entre gerações, que deve nortear uma estratégia de endividamento externo no médio prazo.

Consideremos, como faz Arida, que a regulamentação estatal adequada da economia resulte da minimização dos desvios da quantidade efetiva de consumo q da mercadoria M, cujo consumo se deseja reduzir, em face da quantidade ótima q^*, ou seja[1]:

$$L = h\,[q^* - q]^k_+ + (1-h)\,[q - q^*]^k_+$$

$$\text{com } k \geqq 1,$$
$$0 \leqq h \leqq 1.$$

A função de perda especificada acima reflete de forma mais genérica o dilema básico da política econômica. Quando $q^* > q$ o segundo termo da expressão se anula e o racionamento excessivo implica perda de bem-estar da população existente. Para $q > q^*$, apenas o segundo termo da função de perda é operante, e o endividamento excessivo compromete o bem-estar das gerações futuras. Os coeficientes positivos h e $1 - h$ representam respectivamente os pesos atribuídos a perdas de bem-estar no presente e no futuro decorrentes de uma estratégia de racionamento inadequada. Os erros de política econômica ocorrerão a custos marginais crescentes, constantes ou decrescentes, dependendo da hipótese de um valor para o parâmetro k superior, igual ou inferior à unidade, respectivamente. O problema de controle proposto por Arida é apenas um caso especial, com preferências intertemporais neutras ($h = 0{,}5$) e custos marginais lineares ($k = 2$), simultaneamente.

Sob condições de incerteza, o confronto entre estratégias alternativas de racionamento é possível através da minimização do valor esperado de L, ou seja:

$$MIN \quad E\{L\} = h\int_0^{\infty} (q^* - q)^k\, dF_{q^*-q} + (1-h)\int_{-\infty}^{0} (q-q^*)^k dF_{q^*-q} \qquad (1)$$

(1) Utilizaremos a notação $[x - y]^k_+$ para denotarmos a função que assume o valor nulo para $x \leqq y$ e $(x - y)^k$ para $x > y$.

onde F_{q^*-q} é a função de distribuição de probabilidade da variável aleatória q^*-q.

Para simplificar a solução do problema (1), é necessário definir as funções complementares não-negativas de grau k:

$$ {}^{\lambda}\psi^{k}_{y}(x) = \int_{-\infty}^{x} (x-y)^k dF_y \geqq 0 \qquad (2.a)$$

e

$$ {}^{r}\psi^{k}_{y}(x) = \int_{x}^{\infty} (y-x)^k dF_y \geqq 0 \qquad (2.b)$$

onde F_y é a função de distribuição de probabilidade da variável aleatória padronizada y. Observa-se que as funções complementares de grau zero coincidem respectivamente com a função de distribuição de probabilidade e seu complemento, ou seja, ${}^{\lambda}\psi^{0}_{y}(x) = F_y(x)$ e ${}^{r}\psi^{0}_{y}(x) = 1 - F_y(x)$. Algumas propriedades destas funções, relevantes para desenvolvimentos posteriores, encontram-se listadas sob a forma de proposições no Apêndice.

Admitindo que o valor preciso do consumo ótimo seja desconhecido pelos responsáveis pela política econômica, as incertezas com relação a q^* podem ser representadas por:

$$ q^* = \overline{q} + \eta \qquad (3)$$

onde η é uma variável aleatória com $E\{\eta\} = 0$ e variância σ^2_η

A utilização ótima do racionamento via quantidades *(RQ)* consiste em prefixar o consumo efetivo de M em um nível $\hat{q}$, que minimize o valor esperado de L. No esquema de *RQ*, o problema (1) é equivalente a:

$$ \underset{\{q\}}{MIN}\ E\{L\} = h\int_{q}^{\infty} (q^*-q)^k dF_{q^*} + (1-h)\int_{-\infty}^{q} (q-q^*)^k dF_{q^*} \qquad (4)$$

onde F_{q^*} é a função de distribuição de probabilidade da variável aleatória q^*, cujo valor esperado é $\overline{q}$ e a variância é σ^2_η A transformação de variáveis $q^* = \sigma_\eta\, y + \overline{q}$ e a definição das funções complementares de grau k (2.a) e (2.b) permitem reescrever (4) como:

$$ \underset{\{x\}}{MIN}\ E\{L\} = \sigma^k_\eta \left[h\ {}^{r}\psi^{k}_{y}(x) + (1-h)\ {}^{\lambda}\psi^{k}_{y}(x)\right] \qquad (5)$$

onde $x = (q - \overline{q})/\sigma_\eta$ Pela Proposição 1 do Apêndice, a solução ótima do problema (5), denominada $\hat{x}$, deve satisfazer à condição:

$$ \frac{{}^{\lambda}\psi_y^{k-1}(\hat{x})}{{}^{r}\psi_y^{k-1}(\hat{x})} = \frac{h}{1-h} \qquad (6.a)$$

ou, de forma equivalente,

$$ \hat{\Gamma}(x) \equiv \frac{{}^{\lambda}\psi_y^{k-1}(\hat{x})}{{}^{\lambda}\psi_y^{k-1}(\hat{x}) + {}^{r}\psi_y^{k-1}(\hat{x})} = h \qquad (6.b)$$

Por conseguinte, a utilização ótima do *RQ* consiste em fixar o consumo efetivo em:

$$\hat{q} = \sigma_{\eta} \hat{x} + \bar{q} \quad (7)$$

Supondo que a função de densidade de probabilidade da variável aleatória η, que representa as incertezas com relação a q^*, é simétrica, a relação (7) permite-nos derivar um resultado, ainda que intermediário, distinto do de Arida, quanto à magnitude do racionamento ótimo. Se um maior peso é atribuído a perdas de bem-estar da população existente *vis-à-vis* as gerações futuras ($h > 0{,}5$), o valor ótimo ex-ante de *RQ* do ponto de vista da política econômica, $\hat{q}$, tenderá a exceder o valor esperado $\bar{q}$. Os responsáveis pela condução da política econômica reduzem desta forma o risco de um racionamento excessivo. Formalmente, isto ocorre porque, pela Proposição 2 do Apêndice, $h > 0{,}5$ implicará $\hat{x} > 0$ e portanto $\hat{q} > q$.

Ao contrário, se a economia já se encontra em nível de endividamento que ameaça o bem-estar das gerações futuras ($h < 0{,}5$), o valor ótimo para *RQ* deverá ser prefixado em um nível inferior ao valor esperado. Neste caso, a aversão ao risco de um racionamento moderado por parte dos articuladores da política econômica manifesta-se através de uma redução do volume prefixado. Somento moderado por parte dos articuladores são neutras ($h = 0{,}5$) e, portanto, os riscos de um racionamento excessivamente severo ou insuficientemente restritivo são igualmente avaliados, é que o valor ótimo *ex-ante* do consumo efetivo deverá coincidir com o valor esperado.

Com relação a mudanças na estrutura das preferências intertemporais da sociedade podemos demonstrar que:

$$\frac{d\hat{x}}{dh} = \frac{\overset{r}{\psi_y}{}^{k-1}(\hat{x}) + \overset{\lambda}{\psi_y}{}^{k-1}(\hat{x})}{(k-1)\left[h\,\overset{\lambda}{\psi_y}{}^{k-2}(\hat{x}) + (1-h)\,\overset{r}{\psi_y}{}^{k-2}(\hat{x})\right]}$$

Assim, à medida que se intensifica a preferência pelo bem-estar da população existente, maior deverá ser o nível de consumo prefixado em *RQ* se as perdas se dão a custos marginais crescentes ($k > 1$).

No caso do racionamento via preços *(RP)*, supomos que a demanda agregada por *M* seja caracterizada por:

$$q = \alpha - \beta p + \varepsilon \quad (8)$$

onde ε é uma variável aleatória normal com $E\{\varepsilon\} = 0$ e variância σ^2_{ε}. Racionar o consumo via preços consiste em anunciar um preço $\hat{p}$ tal que a demanda induzida em (8) minimize o valor esperado de L. Neste caso, o problema (1) é equivalente a:

$$\underset{\{p\}}{MIN}\; E\{L\} = h \int_0^{\infty} (q^* - q)^k dF_{q^*-q} + (1-h) \int_{-\infty}^{0} (q - q^*) dF_{q^*-q} \quad (9)$$

com $\quad q = \alpha - \beta p + \varepsilon$

A transformação de variáveis $q^* - q = \sigma_{\varepsilon-\eta}\, y + (\bar{q} - \alpha + \beta p)$ onde $\sigma_{\varepsilon-\eta}$ é o desvio padrão da variável aleatória $\varepsilon - \eta$, e as definições (2.a) e (2.b) permitem a reformulação de (9) como

$$\underset{\{x\}}{MIN}\; E\{L\} = \sigma^k_{\varepsilon-\eta} \left[h\, \overset{r}{\psi_y}{}^{k}(x) + (1-h)\, \overset{\lambda}{\psi^k_y}(x)\right] \quad (10)$$

A menos de uma constante, os problemas (5) e (10) são idênticos. Portanto, a solução ótima de (10) é também determinada pela condição de primeira ordem (6). A utilização ótima de *RP* consiste, então, em anunciar o preço

$$\hat{p} = \frac{1}{\beta}\left(\alpha - \bar{q} - \sigma_{\varepsilon-\eta}\,\hat{x}\right) \tag{11}$$

O impacto das preferências intertemporais sobre o preço da mercadoria em *RP* é simétrico à prefixação do consumo em *RQ*. Quanto maior o peso atribuído à perda de bem-estar da população existente *vis-à-vis* as gerações futuras, menor deverá ser o preço prefixado pelos responsáveis pela política econômica.

Após a substituição de (11) em (8), o valor esperado do consumo em *RP* é dado por:

$$E_{RP}\{q\} = \bar{q} + \sigma_{\varepsilon-\eta}\,\hat{x} \tag{12}$$

As expressões (7) e (12) permitem relacionar o valor esperado do consumo em *RP* ao consumo prefixado em *RQ*, ou seja:

$$E_{RP}\{q\} = \hat{q} + \left(\sigma_{\varepsilon-\eta} - \sigma_{\eta}\right)\hat{x} \tag{13}$$

Sob as hipóteses de preferência pelo bem-estar no presente e erros não-correlacionados ($h>0{,}5$ e $\sigma_{\varepsilon-\eta} > \sigma_{\eta}$), o *RP* gera uma expectativa de consumo superior ao volume prefixado em *RQ*. A incerteza adicional, relativa à realização da demanda ao preço anunciado, forçaria os articuladores da política econômica a reduzirem ainda mais o risco de um racionamento excessivo.

O resultado acima, se mal interpretado, poderia sugerir argumentos em favor do *RP*. No entanto, o valor esperado do consumo não é o critério advogado para a análise de estratégias alternativas de racionamento, mas o valor esperado da função de perda *L*. No modelo de Arida esta questão não se coloca, pois a neutralidade das preferências intertemporais ($h=0{,}5$) é tal que $E_{RP}\{q\} = \bar{q} = \hat{q}$.

A análise comparativa da eficácia das duas estratégias de racionamento resulta, então, do confronto entre o valor esperado da função de perda *L* sob os dois regimes, quando utilizamos de maneira ótima, ou seja:

$$E_{RQ}\{L\} = \sigma^{k}_{\eta}\left[h\;{}^{r}\psi^{k}_{y}(\hat{x}) + (1-h)\;{}^{\lambda}\psi^{k}_{y}(\hat{x})\right]$$

$$E_{RP}\{L\} = \sigma^{k}_{\varepsilon-\eta}\left[h\;{}^{r}\psi^{k}_{y}(\hat{x}) + (1-h)\;{}^{\lambda}\psi^{k}_{y}(\hat{x})\right]$$

Conclui-se, portanto, que, prevalecendo as hipóteses de Arida de erros não-correlacionados ($\sigma^2_{\varepsilon-\eta} = \sigma^2_{\varepsilon} + \sigma^2_{\eta}$) e o conhecimento imperfeito da demanda por parte dos responsáveis pela política econômica ($\sigma^2_{\varepsilon} > 0$), o racionamento via quantidades é mais atrativo que o racionamento via preços. Este resultado, cuja base intuitiva é a maior precisão decorrente do controle direto da política econômica sobre o consumo em *RQ* mostra que é forte a existência de preferências intertemporais (não-neutras) e especificações alternativas da função de perda.

2. Arrecadação Tributária

Nesta seção analisamos o impacto das preferências intertemporais sobre a arrecadação tributária, como meta secundária de política econômica. Tal como em Arida, se uma estratégia de racionamento é apontada como superior em termos da meta secundária, esta é implementada em seu nível ótima de utilização determinado por (7) e (13) para o *RQ* e o *RP*, respectivamente. Aceitando a superioridade do regime de cupons *vis-à-vis* o regime de quotas para o racionamento via quantidades, restringiremos a análise à apreciação da eficácia do racionamento via preços e via quantidades sob a forma de cupons.

A título de simplificação, denotaremos a solução de (6) por $\Gamma^{-1}(h)$. Assumindo que as perdas tenham custos marginais crescentes$(k > 1)$, Γ^{-1} é uma função crescente de (h) com $\Gamma^{-1}(0,5) = 0, \Gamma^{-1}(1) = +\infty$ e $\Gamma^{-1}(0) = -\infty$.

Suponhamos que o custo de obtenção da mercadoria *M* seja representado por Θ. Neste caso, em *RP* o imposto ou subsídio unitário será dado por $\hat{p} - \Theta$. A arrecadação tributária é, no entanto, desconhecida *a priori* devido à incerteza quanto à demanda a esse nível de preço. Tomando a arrecadação tributária esperada *T* como o critério de avaliação das estratégias de racionamento segundo a meta secundária, teremos para o *RP* que

$$T_{RP}(h) = [\hat{p}(h) - \Theta] \; E_{RP}\{q(h)\}$$

Substituindo $E_{RP}\{q\}$ pelo valor esperado do consumo efetivo, derivado em (12), quando o *RP* é utilizado de forma ótima, teremos:

$$T_{RP}(h) = [\hat{p}(h) - \Theta] \; [(\bar{q} + \sigma_{\varepsilon-\eta} \Gamma^{-1}(h)] \tag{14.a}$$

ou ainda, utilizando a expressão alternativa (13),

$$T_{RP}(h) = [\hat{p}(h) - \Theta] \; [\hat{q}(h) + (\sigma_{\varepsilon-\eta} - \sigma_{\eta}) \Gamma^{-1}(h)] \tag{14.b}$$

As variações na arrecadação tributária esperada, quando se modificam as preferências intertemporais da sociedade, são dadas por:

$$\frac{dT_{RP}(h)}{dh} = [2\beta\hat{p} - \alpha - \Theta\beta] \; \frac{\sigma_{\varepsilon-\eta}}{\beta} \; \frac{d\Gamma^{-1}}{dh} \tag{15}$$

Sendo os dois últimos termos positivos por hipótese, o valor esperado da arrecadação tributária em *RP* aumenta com *h* quando o preço prefixado é suficientemente alto ou devido a (11), que estabelece uma relação inversa entre $\hat{p}$ e *h*, quando *h* é suficientemente baixo. Isto ocorre porque, com o aumento do peso atribuído às perdas de bem-estar da geração presente, os responsáveis pela política econômica tenderão a reduzir o preço anunciado visando diminuir o risco de um racionamento excessivo. A redução do preço anunciado resultará simultaneamente em incrementos à receita e aos custos de produção esperados, na margem equivalente a $2\beta\hat{p} - \alpha$ e $\Theta\beta$ respectivamente. Para que a arrecadação tributária se expanda é necessário que a receita marginal esperada seja superior ao custo marginal esperado, o que ocorre quando $\hat{p} > \alpha/2\beta - \Theta/2$.

A introdução de um esquema de cupons, como mecanismo de implementação do racionamento via quantidades, reduz o poder de controle direto da política econômica sobre o consumo de *M*. Isto porque se o custo do cupom *v*, que proporciona o direito ao consumo unitário da mercadoria, for exageradamente alto, alguns consumidores na margem tenderão a não retirar seus cupons. A realização da demanda agregada especificada por (8) poderá ser inferior à utilização ótima do *RQ* determinada em (7). Por outro lado, se o custo do cupom for exageradamente baixo, o excesso de demanda somente poderá refletir-se sob a forma de ágio no mercado paralelo, uma vez que o consumo efetivo não pode exceder o volume total de cupons $\hat{q}$. No esquema de cupons, o consumo efetivo com *RQ* é dado, então, por:

$$q = min\left\{\alpha - \beta v + \varepsilon, \hat{q}\right\}$$

A probabilidade de que o consumo global seja inferior à utilização ótima do *RQ* é:

$$1 - z = Prob\left\{\alpha - \beta v + \varepsilon \leq \hat{q})\right\} =$$

$$= \Phi\left(\frac{\hat{q} - \alpha + \beta v}{\sigma_{\varepsilon}}\right)$$

onde Φ é a função de distribuição de probabilidade da variável normal padronizada. Supondo, como faz Arida, que os responsáveis pela política econômica fixem $1 - z$ em função do risco de não satisfazer a meta principal, no qual estão dispostos a incorrer:

$$\hat{v}(z) = \frac{\alpha - \hat{q}}{\beta} + \frac{\sigma_{\varepsilon}}{\beta}\Phi^{-1}(1 - z) \qquad (16.a)$$

A hipótese de aversão ao risco implica um valor para z no intervalo entre 0,5 e 1.

Substituindo o nível de utilização ótima do *RQ* por sua expressão (7) em (16.a), teremos, equivalentemente:

$$\hat{v}(h, z) = \frac{\alpha - \bar{q}}{\beta} - \frac{\sigma_{\eta}}{\beta}\Gamma^{-1}(h) + \frac{\sigma_{\varepsilon}}{\beta}\Phi^{-1}(1 - z) \qquad (16.b)$$

Conclui-se que, quanto mais intensa a aversão ao risco de não satisfazer a meta principal, menor será $1-z$ e, portanto, menor o custo a ser fixado para o cupom. Também, quanto maior o peso atribuído a perdas de bem-estar da geração presente h, menor deverá ser $\hat{v}$. Nos casos limites, em que $z=1$ ou $h=1$, teremos $\hat{v}[h, z] = -\infty$, ou seja, que o cumprimento da meta principal só pode ser garantido mediante um custo para o cupom infinitamente negativo.

É possível relacionar o custo do cupom em *RQ* com o preço anunciado em *RP* ao subtrairmos (11) de (16.b), ou seja:

$$\hat{v}(h, z) - \hat{p}(h) = \left(\frac{\sigma_{\varepsilon-\eta} - \sigma_{\eta}}{\beta}\right)\Gamma^{-1}(h) + \frac{\sigma_{\varepsilon}}{\beta}\Phi^{-1}(1 - z) \qquad (17)$$

Quando os responsáveis pela política econômica demonstram neutralidade quanto ao risco de não satisfazer a meta principal $(z=0,5)$ e quanto às preferências intertemporais $(h=0,5)$, o custo do cupom em *RQ* coincide com o preço anunciado em *RP*. Uma vez que o último termo em (17) é não-positivo no caso de aversão ao risco $(0,5 \leq z \leq 1)$, que o primeiro termo é não-negativo no caso de preferência pelo bem-estar da população existente $(0,5 \leq h \leq 1)$ e que os erros são não-correlacionados ($\sigma_{\varepsilon-\eta} > \sigma_{\eta}$), o valor do cupom em *RQ* poderá exceder o preço anunciado em *RP* se

$$h > \Gamma \left(\frac{\sigma_{\varepsilon}}{\sigma_{\eta} - \sigma_{\varepsilon-\eta}} \Phi^{-1} (1-z) \right)$$

Para a mais fácil compreensão deste resultado, suponhamos que os responsáveis pela política econômica demonstrem pequena aversão ao risco de não satisfazer a meta principal ($z \cong 0{,}5$) e preferência intertemporal pelo bem-estar da geração presente ($h > 0{,}5$). Neste caso, o segundo termo se anula enquanto o primeiro termo é positivo em (17) e, portanto, $\hat{v} > \hat{p}$. Isto ocorre porque a incerteza quanto ao consumo efetivo em *RQ* sob a forma de cupons é inferior à incerteza quanto à realização da demanda em *RP*, devido ao limite máximo imposto no primeiro caso pela disponibilidade de cupons $\hat{q}$. Portanto, para o mesmo risco de um racionamento excessivo, ao qual se se atribui um custo maior *vis-à-vis* o racionamento moderado uma vez que $h > 0{,}5$, o valor do cupom em *RQ* deverá ser superior ao preço anunciado em *RP*. A preferência intertemporal pelo bem-estar da população existente ($h > 0{,}5$) estabelece um prêmio para o cupom em *RQ*.

De forma simétrica, quando os responsáveis pela política econômica demonstram preferência intertemporal pelo bem-estar das gerações futuras ($h < 0{,}5$), o valor do cupom requer um desconto em relação ao preço anunciado em *RP*.

Suponhamos agora que as preferências intertemporais são aproximadamente neutras ($h \cong 0{,}5$) e aversão estrita ao risco de não satisfazer a meta principal ($z > 0{,}5$). Neste caso, o primeiro termo é nulo, enquanto o segundo termo é negativo em (17) e $\hat{v} < \hat{p}$.

Este resultado decorre do fato de que os articuladores da política econômica, avessos ao risco de que o consumo se efetive a um nível excessivamente baixo em relação ao consumo ótimo estabelecido pela meta principal, tenderão a reduzir o valor do cupom de modo a estimular uma maior demanda. A aversão ao risco de não satisfazer a meta principal induz um desconto no valor do cupom. Na região selecionada ($0{,}5 < h \leqq 1$ e $0{,}5 < z \leqq 1$), o valor do cupom é então determinado pela conjunção de duas forças que atuam em sentidos opostos. O cupom em *RQ* terá um valor superior, igual ou inferior ao preço anunciado em *RP*, dependendo da intensidade relativa das preferências intertemporais pelo bem-estar da geração existente e do grau de aversão ao risco de não satisfazer a meta principal.

O resultado obtido por Arida de que $\hat{v} \leqq \hat{p}$ para todo *z*, no intervalo que caracteriza a aversão ao risco, só se verifica no caso de neutralidade ou preferência intertemporal pelo bem-estar das gerações futuras ($h \leqq 0{,}5$).

O consumo esperado em *RQ* no esquema de cupons é dado por:

$$E_{RQ}\{q\} = \hat{q}z + \int_{-\infty}^{\hat{q}-\alpha+\beta\hat{v}} (\alpha - \beta\hat{v} + \varepsilon) dF_{\varepsilon} \qquad (18)$$

onde F_{ε} é a função de distribuição de probabilidade da variável aleatória normal ε com $E\{\varepsilon\} = 0$ e variância σ^2_{ε} Utilizando a definição (2.a), podemos expressar (18) como:

$$E_{RQ}\{q\} = \hat{q} + A\,(h, z) \qquad (19)$$

onde

$$A(h,z) = \frac{\lambda}{\sigma_\varepsilon}\,\psi^1_y\left(\frac{\hat{q}-\alpha+\beta\hat{v}}{\sigma_\varepsilon}\right)$$

e y representa a variável aleatória normal padronizada. O resultado (16.a) e a Proposição 2 do Apêndice permitem verificar que

$A(h,z) \leqq 0$ e através de (19) que $E_{RQ}\{q\} \leqq \hat{q}$. Demonstra-se, ainda, para o consumo efetivo esperado, que:

$$\frac{\delta E_{RQ}\{q\}}{\delta h} = z\,\frac{\delta \hat{q}}{\delta z}$$

e,

$$\frac{\delta E_{RQ}\{q\}}{\delta z} = \beta\,(1-z)\,\frac{\delta \hat{v}}{\delta z}$$

Sendo $\delta\hat{q}/\delta h > 0$ e $\delta\hat{v}/\delta z < 0$, o consumo esperado em RQ sob o regime de cupons aumenta com o parâmetro de preferência intertemporal h e com a probabilidade z.

A arrecadação tributária esperada em RQ sob o formato de cupons é, então:

$$T_{RQ}(h,z) = [\hat{v}(h,z) - \Theta]\; E_{RQ}\{q(h,z)\}$$

onde o custo do cupom é dado por (16) e o consumo esperado pela expressão (19). O impacto de variações nos parâmetros de preferência intertemporal e aversão ao risco são determinados por:

$$\frac{\delta T_{RQ}(h,z)}{\delta h} = -\,[\,E_{RQ}\{q\} - (\hat{v}-\Theta)\,\beta z]\;\frac{1}{\beta}\,\frac{\delta \hat{q}}{\delta h} \qquad (20)$$

e,

$$\frac{\delta T_{RQ}(h,z)}{\delta z} = [E_{RQ}\{q\} - (\hat{v}-\Theta)\,\beta(1-z)]\;\frac{\delta \hat{v}}{\delta z} \qquad (21)$$

Observa-se que no caso de um subsídio em RQ, $\hat{v} \leqq \Theta$ e $T_{RQ}(h,z) \leqq 0$, a despesa com subsídios esperada aumenta quando se intensifica a preferência pelo bem-estar da população existente (um aumento em h) e a aversão ao risco (um aumento em z).

Em termos da meta secundária de política, as estratégias de racionamento podem ser comparadas pelo diferencial de arrecadação tributária esperada:

$$\triangle = T_{RP} - T_{RQ} = (\hat{p}-\Theta)E_{RP}\{q\} - (\hat{v}-\Theta)E_{RQ}\{q\}$$

Substituindo pelas expressões de consumo esperado em RP e RQ, (13) e (19), respectivamente, obtemos:

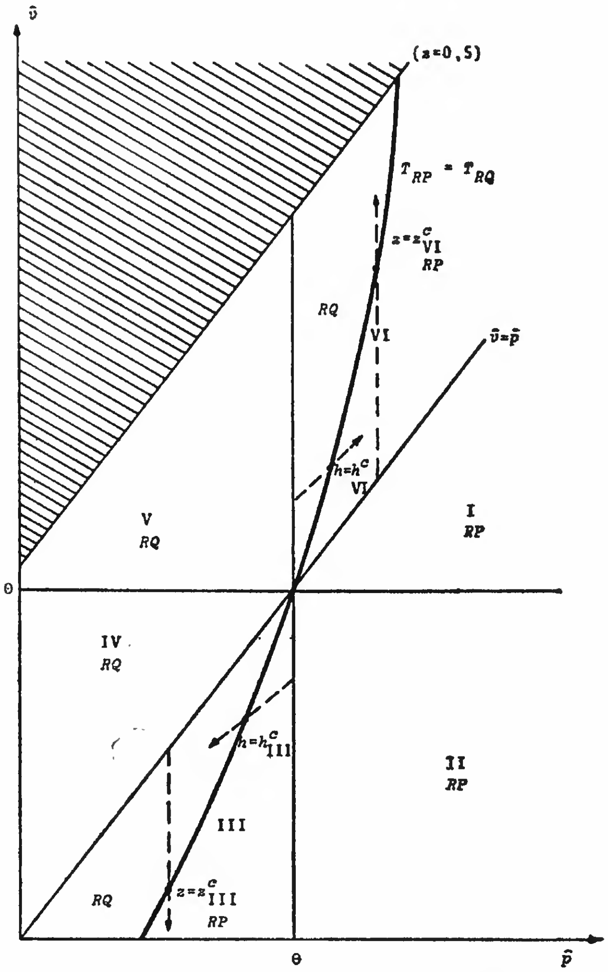
$$\triangle\,(h,z) = [\hat{p}(h) - \hat{v}(h,z)]\;\hat{q}(h) + [\hat{p}[h] - \Theta]\;B\,(h) - [\hat{v}(h,z) - \Theta]\;A\,(h,z)$$

onde

$$B(h) = [\sigma_{\varepsilon-\eta} - \sigma_\eta]\;\Gamma^{-1}(h)$$

é uma função não-negativa de h para $\sigma_{\varepsilon-\eta} \geqq \sigma_\eta$ e $h \geqq 0{,}5$.

A figura a seguir identifica seis regiões possíveis para os valores assumidos pelo valor



do cupom em *RQ* e o preço anunciado em *RP*, no caso de preferências intertemporais pelo bem-estar da geração existente. Ao longo da reta de 45.º encontram-se os pontos para os quais as combinações de *h* e *z* geram um custo para cupom em *RQ* idêntico ao preço anunciado em *RP*, ou seja $\hat{v}=\hat{p}$. Pontos acima desta reta são tais que $\hat{v}>\hat{p}$ e para pontos abaixo, $\hat{v}<\hat{p}$. A reta $z = 0{,}5$ delimita o conjunto factível para um dado $h>0{,}5$ e $\sigma_{\varepsilon-\eta} > \sigma_{\eta}$ Pela equação (17), pontos na região hachurada corresponderiam a $z<0{,}5$, o que é incompatível com a hipótese de aversão ao risco sobre o comportamento dos responsáveis pela política econômica. Observa-se que quando as preferências intertemporais são neutras $(h = 0{,}5)$ as regiões IV, V e VI desaparecem e o conjunto factível resume-se às regiões I, II e III, identificadas por Arida, em que $\hat{v} \leq \hat{p}$.

Na região I, $\hat{p} \geq \Theta$, $\hat{v} \geq \Theta$ e $\hat{p} \geq \hat{v}$ e, portanto, $\Delta \geq 0$, indicando que o *RP* é uma estratégia superior. Para a região IV, simétrica à região I, $\hat{p} \leq \Theta$, $\hat{v} \leq \Theta$ e $\hat{p} \leq \hat{v}$, e o *RQ* sob a forma de cupons maximiza a arrecadação tributária esperada.

A região II implica subsídios apenas no caso do racionamento via quantidades, uma vez que $\hat{v} \leq \Theta \leq \hat{p}$. Assumindo que a incerteza com relação à demanda σ_{ε} é suficientemente pequena, de tal forma que $E_{RQ} \{q\} \geq 0$ para os parâmetros *z* e *h* estipulados pelos responsáveis pela política econômica, $\Delta \geq 0$. A estratégia de racionar via preços deverá ser selecionada. Sob as mesmas condições, na região V, que implica subsídio apenas para o *RP*, uma vez que $\hat{p} \leq \Theta \leq \hat{v}$, o racionamento via quantidades através de cupons é preferível, pois $\Delta \leq 0$.

Resta-nos, então, examinar as regiões III e VI. Na região III, o custo de obtenção da mercadoria *M* é suficientemente alto, de tal forma que ambas as estratégias de racionamento requerem um subsídio do Governo $(\hat{v} \leq \Theta$ e $\hat{p} \leq \Theta)$. Porém, ao contrário da região IV, o valor do cupom negociável é inferior ao preço anunciado em *RP* $(\hat{v} \leq \hat{p})$. Consideremos a fronteira entre as regiões III e IV, ao longo da qual $\hat{v} = \hat{p} < \Theta$. Neste caso,

$$\Delta\ (h,z) = [\hat{v}\ (h,z) - \Theta]$$

$$[B\ (h) - A(h,z)] < 0$$

e o racionamento via quantidades gera uma despesa com subsídios inferior. À medida que *z* aumenta, esta situação eventualmente se reverte, pois o valor do cupom reduz-se e aumentando a despesa esperada com subsídios em *RQ* sem alteração em *RP*. Para $z > z^c_{III}$, conforme demonstra a figura, o *RP* torna-se estratégia preferida em termos da meta secundária de política.

Em termos das preferências intertemporais, o diferencial de arrecadação tributária varia segundo

$$\frac{\delta\Delta\,(h,z)}{\delta h} = \frac{dT_{RP}(h)}{dh} - \frac{\delta T_{RQ}(h,z)}{\delta h}$$

Utilizando os resultados (15) e (20) obtemos que:

$$\frac{\delta\Delta(h,z)}{\delta h} = [\sigma_{\varepsilon-\eta}\,(\hat{p}-\Theta- \frac{E_{RP}\{q\}}{\beta}) + \sigma_{\eta}\,(\frac{E_{RQ}\{q\}}{\beta} - (\hat{v}-\Theta)z)]\,\frac{d\Gamma^{-1}}{dh}$$

Substituindo pelas expressões para $\hat{p}$ e $\hat{v}$ derivadas em (11) e (16), respectivamente, teremos:

$$\frac{\delta\Delta(h,z)}{\delta h} = [(\frac{\sigma_{\eta}}{\beta}\,E_{RQ}\{q\} - \frac{\sigma_{\varepsilon-\eta}}{\beta}\,E_{RP}\{q\}) + \frac{\alpha-\bar{q}-\Theta}{\beta}\,(\sigma_{\varepsilon-\eta} - \sigma_{\eta} z) - \sigma_{\varepsilon}\,\sigma_{\eta}\,z\Phi^{-1}(1-z) - \frac{\Gamma^{-1}(h)}{\beta}\,(\sigma^2_{\varepsilon-\eta} - \sigma^2_{\eta})]\,\frac{d\Gamma^{-1}}{dh}$$

Sob a hipótese de erros não-correlacionados $\sigma_{\varepsilon-\eta} > \sigma_{\eta}$ e dado que $E_{RP}\{q\} \geqq \hat{q} \geqq E_{RQ}\{q\}$ por (13) e (19), o primeiro termo da expressão é negativo para qualquer que sejam os valores z e h no intervalo entre 0,5 e 1. Portanto, para h e $1-z$ suficientemente altos, $\delta\Delta/\delta h<0$, ou seja, um aumento em h favorece o racionamento via quantidades.

Por outro lado, ao longo da fronteira entre as regiões II e III, onde $\hat{p} = \Theta$ e $\hat{v} < \hat{p}$,

$$\Delta\ (h,z) = [\hat{p}\ (h) - \Theta)\ E_{RQ}\{q\} < 0$$

e a estratégia de racionar via preços é preferida do ponto de vista da arrecadação tributária. Sucessivos aumentos em h eventualmente atingem o nível h^c_{III} a partir do qual o racionamento via quantidades sob a forma de cupons é a estratégia indicada. Isto porque quanto mais intensas as preferências pelo bem-estar da população existente menor deverá ser o preço anunciado em *RP vis-à-vis* o custo do cupom em *RQ* devido à maior incerteza quanto à demanda induzida via preços. Conseqüentemente, maior será o subsídio necessário em *RP*. De forma análoga, quanto menor a aversão ao risco dos responsáveis pela política econômica de não satisfazer o nível ótimo de consumo em *RQ*, maior deverá ser o custo do cupom, implicando subsídio menor, quando comparado com o *RP*.

A região VI, caracterizada por $\hat{p} \geqq \Theta$, $\hat{v} \geqq \Theta$ e $\hat{v} \geqq \hat{p}$, comporta-se de forma simétrica à região III. Ao longo da fronteira entre as regiões VI e I na qual $\hat{v} = \hat{p} > \Theta$

$$\triangle (h,z) = [\hat{p}(h) - \Theta] [B(h) - A(h,z)] > 0$$

e o *RP* gera uma expectativa de arrecadação tributária superior ao *RQ*. À medida que *z* se reduz, tanto o valor do cupom quanto a arrecadação tributária em *RQ* aumentam segundo (16) e (21). Para valores de *z* inferiores a z^c_{VI}, na figura, racionar via quantidades constitui a estratégia preferida do ponto de vista da meta secundária de política.

Para a fronteira entre as regiões V e VI, ao longo da qual $\hat{v} > \hat{p} = \Theta$ e

$$\triangle (h,z) = - [\hat{v}(h,z) - \Theta] [\hat{q}(h) + A(h,z)] < 0$$

o *RQ* é preferível do ponto de vista da arrecadação tributária. Tendo sido demonstrado que para baixos valores de *z* e para altos valores de *h*, $\delta\triangle/\delta h < 0$, uma redução no parâmetro de preferência intertemporal, além de aumentar o custo do cupom e o preço anunciado em *RP*, favorece o racionamento via preços. Para valores de *h* inferiores a h^c_{VI}, a estratégia de preços maximiza a arrecadação tributária esperada.

Conclusões

Na seção 1 foi proposto um modelo básico análogo ao de Arida, para a avaliação de esquemas alternativos de restrição ao consumo de uma mercadoria importada. Demonstrou-se, do ponto de vista da perda esperada decorrente de desvios do consumo em relação ao consumo ótimo, que a superioridade do racionamento via quantidades independe do formato da função de perda e da preferência intertemporal da sociedade. O controle quantitativo direto sobre o consumo efetivo gera uma expectativa de perda inferior à estratégia de racionar via preços, devido à incerteza adicional quanto à realização da demanda neste último esquema. Em ambos os casos, verificou-se que o nível ótimo do racionamento tenderá a ser mais severo quanto maior o peso atribuído às perdas transferidas para as gerações futuras via, por exemplo, o endividamento externo.

A arrecadação tributária esperada como meta secundária de política foi objeto de análise na seção 2. Quando o racionamento via quantidades é implantado sob a forma de cupons, não é mais factível um controle direto do consumo, apenas do consumo máximo. De forma análoga ao preço anunciado no racionamento via preços, o valor do cupom está inversamente relacionado com o parâmetro de preferência intertemporal pelo bem-estar da população existente. À medida que o consumo efetivo possa ser relaxado, em benefício da geração presente, deverá ser atribuído ao cupom um valor menor. Além disso, como em Arida, o valor do cupom está inversamente relacionado com o grau de aversão ao risco de não satisfazer à meta principal, ou seja, o nível ótimo de utilização do racionamento via quantidades.

Em termos da arrecadação tributária esperada, uma maior intensidade da preferência intertemporal pelo presente favorece o racionamento via quantidades. Isto porque, a redução do risco de um racionamento excessivo, que gera uma perda de bem-estar da população existente, requer tanto um valor para o cupom, no esquema de quantidades, quanto um preço anunciado no racionamento via preços inferiores. No entanto, o preço anunciado sofre uma redução de maiores proporções, pois a incerteza quanto ao consumo efetivo no racionamento via quantidades sob a foma de cupons é menor, devido ao truncamento da distribuição de probabilidade do consumo em *RQ* no limite máximo dado pelo nível ótimo de utilização desta estratégia. Além disso, demonstrou-se que um menor grau de aversão ao risco favorece o esquema de quantidades, pois deverão ser maiores tanto o valor a ser fixado para o cupom quanto a arrecadação tributária esperada. Concluiu-se que a estratégia ótima de racionamento do ponto de vista da arrecadação tributária não pode ser estabelecida a *priori*, dependendo da conjunção de dois fatores: a aversão ao risco e a preferência intertemporal da sociedade e/ou dos responsáveis pela política econômica.

Cabe ressaltar que os resultados obtidos, que advogam em favor do racionamento via quantidades ainda mais fortemente que as conclusões de Arida, devem ser utilizados com cautela. Estes resultados referem-se essencialmente a uma análise de estática comparativa. Numa análise dinâmica, é razoável admitir que o que se denominou consumo "ótimo" seja não mais um parâmetro estrutural mas uma variável endógena, que dependa da renda permanente, da dívida externa acumulada, da tendência ao preço da mercadoria etc. É também plausível que a médio e longo prazos o Governo tenha uma preocupação maior com a alocação de recursos. Neste caso, considerações sobre a eficiência alocativa tenderão a favorecer a estratégia de racionar via preços. Conjectura-se, então, que a estratégia de racionamento ótima deva-se constituir, em realidade, de uma combinação de quantidades para o presente e preços para o futuro.

Apêndice

PROPOSIÇÃO 1

As derivadas das funções complementares (2.a) e (2.b) podem ser determinadas por:

$$\frac{d\,\overset{\lambda}{\psi}{}^{k}_{y}}{dx} = k\,\overset{\lambda}{\psi}{}_{y}^{k-1}$$

$$\frac{d\,\overset{r}{\psi}{}_{y}^{k}}{dx} = -\,k\,\overset{r}{\psi}{}_{y}^{k-1}$$

PROPOSIÇÃO 2

No caso de uma variável aleatória com função de densidade de probabilidade simétrica,

$$\overset{\lambda}{\psi}{}^{k}_{y}(x) \gtreqless \overset{r}{\psi}{}^{k}_{y}(x) \quad \text{se e somente}$$

$$\text{se } x \gtreqless 0$$

Referências Bibliográficas

ARIDA, P. Estratégias de racionamento. *Estudos Econômicos, 12* (1): 31-49, abril 1982.

WEITZMAN, M. Prices vs. quantities. *Review of Economic Studies,* October, 1974.

WEITZMAN, M. Is the price system or rationing more effective in getting a commodity to those who need it most. *The Bell Journal of Economics, 8* (2): 517-24, Autumn 1977.