

Elasticidades de Engel Para Dispêndios Familiares no Município de São Paulo

JOSÉ W. ROSSI*

Introdução

As elasticidades de Engel foram aqui estimadas, utilizando-se uma nova metodologia, desenvolvida por Kakwani (1977a, 1977b e 1978) a qual faz uso extensivo da chamada curva de concentração para os dispêndios nos itens do orçamento familiar. Em linhas gerais, o método de Kakwani consiste na estimação tanto da curva de concentração para os dispêndios com dado item do orçamento familiar, como da curva de concentração para o conjunto de todos os itens desse orçamento. As elasticidades são então obtidas a partir dos parâmetros das funções dessas curvas.

O autor pertence à COPPE/UFRJ.

- Este trabalho faz parte de pesquisa financiada pelo Programa Nacional de Pesquisa Econômica (PNPE). Agradeço os comentários e sugestões de um parecerista anônimo do Conselho Editorial desta revista, muitos dos quais foram aqui incorporados.

De acordo com Kakwani (1978), esse novo método, quando aplicado a dados relativos à Indonésia, produz melhores resultados que os dos métodos tradicionais de estimação. Tal superioridade foi medida no contexto dos dois aspectos seguintes: precisão do ajustamento e critério da adição (*adding up*). A comparação neste estudo será, entretanto, entre o desempenho do método de Kakwani e o da técnica de estimação Box-Cox, sendo utilizado, para isso, não só os dois aspectos propostos por Kakwani, mas ainda um terceiro que denominamos, aqui, de propriedade de consistência.

Na seção 1 apresentamos uma breve exposição da metodologia de Kakwani, para, na seção 2, aplicá-la a dados de orçamentos familiares no Município de São Paulo, relativos ao ano de 1972. Na seção 3 comparamos os resultados obtidos pelo método de Kakwani com aqueles da técnica Box-Cox. Finalmente, a última seção apresenta algumas considerações de ordem geral.

1 Metodologia

Se chamarmos x a variável renda, $F(x)$ as percentagens acumuladas das famílias com renda até o nível x , sendo essas famílias classificadas das mais pobres para as mais ricas, e $F_i(x)$ as correspondentes percentagens acumuladas das rendas recebidas por tais famílias, então é bem sabido que, da relação entre $F(x)$ e $F_i(x)$ tem-se a chamada curva de Lorenz para a distribuição das rendas, da qual se deriva o índice de Gini, G , (que mede o grau da concentração existente naquela distribuição) como um menos duas vezes a área sob a curva. Naturalmente, se x representar os dispêndios totais, em vez da renda, tem-se então a curva de Lorenz para a distribuição desses dispêndios, cujo índice de Gini será, aqui, denotado de C .

Defina-se agora $v_i(x)$ como a função de Engel para o bem i , com $F_i[v_i(x)]$ representando as percentagens acumuladas dos dispêndios com esse bem, para as famílias com renda (ou dispêndio total) até o nível x . A chamada curva de concentração para os dispêndios com o bem i será, então, obtida da relação entre $v_i(x)$ e $F_i[v_i(x)]$, sendo o seu índice de concentração dado por um menos duas vezes a área sob essa curva, a que denominaremos, aqui de $C_i^{(1)}$.

Conforme foi notado por Kakwani (1977a), a curva de concentração para o produto i estará acima (abaixo) da curva de Lorenz para a distribuição de x se a elasticidade (elasticidade-dispêndio ou elasticidade-renda, conforme x seja definido como dispêndio ou renda) do produto i , $\varepsilon_i(x)$, for menor (maior) que a unidade para todo $x^{(2)}$. Desta forma, quan-

to maior for a diferença absoluta $\varepsilon_i(x) - 1$, para todo x , tanto maior será a área entre a curva de concentração do dispêndio em i e a curva de Lorenz para $x^{(3)}$. Nestas circunstâncias, a área entre essas duas curvas poderá ser utilizada como um índice geral da elasticidade do produto em estudo. Mais precisamente, o índice de elasticidade para o bem i seria definido como:

$$E_i = C_i - C \text{ (ou } G) \quad (1)$$

onde, como já se mencionou, C é o índice de Gini da curva de Lorenz para a distribuição dos dispêndios totais (G é o índice de Gini para a distribuição das rendas) e C_i é o índice de concentração para a curva de concentração dos dispêndios no bem $i^{(4)}$. Portanto, se E_i for maior (menor) que zero, o bem i será considerado elástico (inelástico), em média.

Esses índices de concentração e índices de elasticidade têm algumas propriedades atrativas que merecem ser ressaltadas aqui. Por exemplo, se um grupo g de dispêndios for a soma de k itens, de acordo com Kakwani (1977a), temos:

$$C_g = \sum_{i=1}^k Y_i C_i \quad (2)$$

onde Y_i seria a participação dos dispêndios no item i relativamente aos dispêndios totais do grupo g ; C_i e C_g são, naturalmente, os índices de concentração dos dispêndios no item i e no grupo g , respectivamente. Após considerar-se o resultado (1) nesta relação temos:

$$E_g = \sum_{i=1}^k Y_i E_i \quad (3)$$

(1) Ressalte-se aqui que "(...) a curva de concentração para $g(x)$ não é a mesma coisa que a curva de Lorenz para $g(x)$. Ambas só serão idênticas se $g(x)$ for estritamente monotônica e possuir derivada contínua $g'(x) > 0$, para todo x " (Cf. KAKWANI, 1977a, p. 721).

(2) Para uma prova formal deste resultado, ver KAKWANI (1977a) ou ROSSI (1982a).

(3) Para detalhes ver KAKWANI (1977b, p. 4).

(4) O índice C_i poderia ser diferente nas duas versões, índice de concentração-renda ou índice de concentração-dispêndio, conforme será analisado adiante.

mostrando, portanto, ser o índice de elasticidade (no conceito dispêndio ou renda) do grupo g uma média ponderada dos índices de elasticidade (no conceito dispêndio ou renda) dos vários itens que compõem o grupo g .

De maneira análoga, pode ser também demonstrado (e.g., Kakwani, 1977a) que:

$$C = \sum_{i=1}^n \delta_i C_i \tag{4}$$

onde δ_i seria a participação dos dispêndios do item i no conjunto de todos os dispêndios, e n é o número de itens existentes; naturalmente C poderia ser substituído por G nesta relação se C_i fosse definido no conceito renda, em vez de conceito dispêndio, mas neste caso haveria que se incluir o item poupança na relação dos itens do orçamento. Com a substituição de (1) na relação em (4) temos então:

$$\sum_{i=1}^n \delta_i E_i = 0 \tag{5}$$

Isto é, a média ponderada dos índices de elasticidades deverá ser nula.

Note-se que, até aqui, não se adotou qualquer forma funcional para a curva de Lorenz a ser ajustada aos dados de dispêndio⁽⁵⁾. De qualquer modo, Kakwani e Podder (1976) propõem uma forma funcional, com base num sistema de novas coordenadas no diagrama de Lorenz, que poderá ser útil no cálculo dos índices de elasticidade e, já que uma forma funcional será exigida para o cálculo das elasticidades propriamente ditas, então cabe apresentá-la aqui de uma vez. Com efeito, seja a função para a curva de Lorenz dada por:

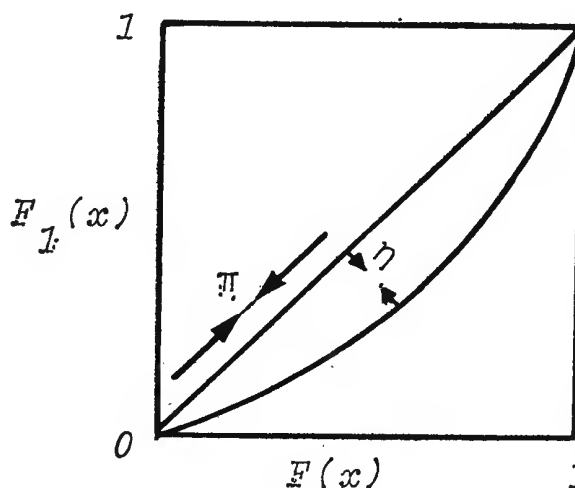
(5) Nem haveria a necessidade para tal, já que os índices de concentração podem ser calculados sem a definição da forma funcional da curva de Lorenz.

$$\eta = a \pi^{\alpha} (\sqrt{2} - \pi)^{\beta} \text{ para } a > 0, \alpha > 0 \text{ e } \beta > 0 \tag{6}$$

onde

$$\eta = [F(x) - F_1(x)] / \sqrt{2} e \pi = [F(x) + F_1(x)] / \sqrt{2} e \text{ cuja re-}$$

presentação gráfica é mostrada abaixo:



Desta função obtém-se, para o índice de Gini,

$$C = 2 a (\sqrt{2})^{1+\alpha+\beta} B(1+\alpha; 1+\beta) \tag{7}$$

onde B representa a distribuição Beta.

Naturalmente a mesma forma funcional em (6) poderá ser utilizada para descrever a curva de concentração dos dispêndios em um dado bem l , isto é:

$$\eta_i = a_i \pi^{\alpha_i} (\sqrt{2} - \pi)^{\beta_i} \tag{8}$$

onde η_i e π_i são obtidos após substituir

$F_1(x)$ por $F_1(v_i(x))$ em (6).

Com essas considerações, se representarmos as funções em (6) e (8) por $\eta = g(\pi)$ e $\eta_i = g_i(\pi_i)$, respectivamente, temos então

que a elasticidade de Engel para o bem i seria⁽⁶⁾:

$$\xi_i = \frac{\partial v_i}{\partial X_i} \frac{X_i}{v_i} = \frac{g_i''(1 + g')^2(1 - g')}{g''(1 + g')^2(1 - g')} \quad (9)$$

onde g' e g'' significam derivadas primeira e segunda respectivamente.

2. Aplicação

NATUREZA DOS DADOS

Os dados utilizados neste estudo provêm da Pesquisa de Orçamentos Familiares (POF), realizada pelo Instituto de Pesquisas Econômicas (IPE) da Universidade de São Paulo, no período de agosto de 1971 a julho de 1972. Esses dados resumem as características principais dos dispêndios familiares de 2.380 unidades de consumo no Município de São Paulo, sendo as informações organizadas em 13 classes de renda familiar mensal, as quais, além de fornecerem as rendas totais em cada uma dessas classes, fornecem ainda os dispêndios totais nas mesmas, bem como a distribuição desses dispêndios entre cerca de 29 itens do orçamento familiar⁽⁷⁾.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Índices de Elasticidade

A tabela 1 apresenta os parâmetros estimados das funções (6) e (8), bem como os índices de concentração para os dispêndios com os vários itens do orçamento familiar, além dos correspondentes índices de elas-

ticidade-dispêndio e índices de elasticidade-renda. Observe-se que os ajustamentos de Mínimos Quadrados Ordinários foram, em geral, muito bons, com o coeficiente de determinação (R^2) quase sempre acima de 0,990.

Iniciando-se a análise com os índices de elasticidade-dispêndios, os resultados obtidos indicam claramente que os itens de alimentação são, com exceção apenas do item alimentação fora de casa, todos inelásticos, já que apresentam índices de elasticidades negativos; particularmente inelásticos são os itens tubérculos, panificados, e, ovos e leite. Já os itens que não os de alimentação são, na sua maioria, elásticos (i. é., apresentam índices de elasticidade positivos), com as maiores elasticidades-dispêndio cabendo aos itens recreação, educação e veículo próprio; dentro dessa classe, apenas os dispêndios em transporte público são significativamente inelásticos.

Como os dados do IPE, além das informações sobre os dispêndios totais nas várias faixas de renda, fornecem ainda as rendas totais nessas mesmas faixas, podemos, então, estimar também os índices de elasticidade-renda para os itens do dispêndio familiar; os resultados obtidos encontram-se na última coluna da tabela 1.

Das discussões da seção anterior, podemos estabelecer a seguinte relação entre as duas classes de índice de elasticidade da tabela 1: o índice de elasticidade-renda para o item de dispêndio é igual ao índice de elasticidade-dispêndio daquele item somado ao índice de elasticidade dos dispêndios totais com relação à renda. Na verdade, se os dispêndios totais dos indivíduos representarem uma transformação monotônica das suas rendas, essa relação seria, então, uma identidade contábil (i. é., válida por definição), pois, nessas circunstâncias, as curvas de concentração para os dispêndios nos itens do orçamento familiar seriam idênticas usando-se tanto as rendas quanto os dispêndios totais como variável para a ordenação das fa-

(6) Para detalhes sobre a derivação desta fórmula bem como considerações em torno da sua implementação, ver, por exemplo, ROS-SI (1982b).

(7) Para maiores detalhes, ver KISTERN et alii (1973).

T A B E L A 1

ESTIMATIVAS DAS FUNÇÕES DE LORENZ E DOS ÍNDICES DE CONCENTRAÇÃO E DE ELASTICIDADE PARA ITENS DE
DISPÊNDIO FAMILIAR NO MUNICÍPIO DE SÃO PAULO - DADOS DO IPE-USP 1972

I t e m s	α	α	β	R^2	Índice de Concentra- ção (C_i)	Índice de Elasti- cidade (E_i)	
						Dispêndio	Renda
1. Total Alimentação	0,2160	0,8446	0,8803	0,999	0,2332	-0,1575	-0,2360
1.1. Alimentação no Domicílio	0,1944	0,8364	0,8984	0,999	0,2092	-0,1815	-0,2600
Tubérculos	0,1487	0,8024	0,8898	0,991	0,1633	-0,2274	-0,3059
Verduras e Legumes	0,2558	0,8815	0,9593	0,998	0,2610	-0,1297	-0,2082
Frutas	0,2674	0,8766	0,8816	0,999	0,2859	-0,1068	-0,1853
Carne e Peixe	0,2649	0,8605	0,9351	0,998	0,2763	-0,1144	-0,1929
Ovos e Leite	0,1724	0,8011	0,9400	0,998	0,1852	-0,2055	-0,2840
Panificados	0,1013	0,7590	1,0687	0,956	0,1056	-0,2851	-0,3638
Produtos Industrializados	0,2111	0,8543	0,9034	0,999	0,2120	-0,1787	-0,2572
1.2. Alimentação Fora de Casa	0,4137	0,8902	0,9199	0,999	0,4281	0,0374	-0,0411
Média ponderada	-	-	-	-	0,2328	-0,1579	-0,2364
2. Vestuário	0,4759	0,9219	0,8850	0,999	0,4929	0,1022	-0,0237
3. Habitação (a)	0,3496	0,9121	0,8336	0,999	0,3738	-0,0169	-0,0954
4. Saúde, Higiene e Beleza	0,4631	0,9608	0,9332	0,999	0,4598	0,0691	0,0094
5. Educação	0,6719	1,0275	1,1282	0,999	0,5877	0,1970	0,1185
6. Recreação e Cultura	0,7333	1,0620	1,0322	0,999	0,6801	0,2894	-0,2109
7. Fumo e Bebidas	0,2786	0,8676	0,8969	0,998	0,2950	-0,0957	0,1742
8. Total Transportes	0,5471	0,9797	1,0494	0,999	0,5241	0,1334	0,0549
8.1. Veículo Próprio	0,7894	1,0386	1,1922	0,999	0,6676	0,2769	0,1984
8.2. Transporte Público	0,1556	0,7370	1,1479	0,916	0,1595	-0,2312	-0,3097
9. Outras Despesas (b)	0,5607	1,0095	0,9907	0,999	0,5283	0,1376	0,0591
Média ponderada	-	-	-	-	0,3901	0,0006	-
Despesas correntes totais	0,3758	0,9258	0,8754	0,999	0,3907	0	-0,0785
Rendas totais	0,4583	0,9382	0,8961	0,999	0,4692	-	0

Notas: (a) Inclui manutenção, aluguel, artigos de limpeza, cama, mesa e banho.

(b) Inclui serviços pessoais, outras despesas pessoais e despesas de natal.

mílias; isto é, as curvas de concentração-renda e concentração-dispêndio seriam conceitos equivalentes e, conseqüentemente, seriam idênticos os seus respectivos índices de concentração C_i ⁽⁸⁾. Como, entretanto, nos dados deste estudo apesar de termos apenas a ordenação das famílias pelos níveis da renda sabe-se que tal ordenação difere daquela que existiria para os níveis dos dispêndios totais (há uma ligeira redução nos dispêndios médios totais entre a nona e a décima classes de renda, talvez por alguma incorreção no registro das informações), então os C_i devem diferir nos conceitos elasticidade-renda e elasticidade-dispêndio. Não há, de qualquer modo, como calcularmos as verdadeiras elasticidades-dispêndio, pois os dados são hierarquizados apenas pelas rendas, não pelos dispêndios totais. Assim sendo, as elasticidades-dispêndio da tabela 1 seriam de fato pseudo elasticidades-dispêndio⁽⁹⁾, mas as elasticidades-renda são corretamente produzidas.

(8) A consideração deste resultado em (1) produziria a identidade contábil referida.

(9) Para se adotar a mesma denominação proposta por PYATT, CHEN & FEI (198), mas no contexto de problemas de distribuição de renda.

Como é sabido, se as famílias forem ordenadas pelos níveis dos seus dispêndios totais, então o índice de concentração para esses dispêndios terá valor máximo. Com efeito, considerando-se que a ordenação das rendas difere aqui daquela dos dispêndios totais, segue-se então que o índice de concentração-renda dos dispêndios totais será menor que o índice de concentração-dispêndio desses mesmos dispêndios⁽¹⁰⁾. Portanto, se os índices de concentração-dispêndio para os dispêndios nos itens, C_i , forem afetados aqui na mesma intensidade e direção que o índice de concentração-dispêndio dos dispêndios totais, C , então os E_i mostrados na tabela 1 seriam os índices de elasticidade-dispêndio apropriados. Este é, entretanto, um ponto que não tem como ser verificado empiricamente. O que se pode afirmar aqui é, apenas, que o verdadeiro índice de concentração-dispêndio dos dispêndios totais deverá ser um pouco maior que o apresentado na tabela 1, mas certamente não tão elevado quanto o índice de *concentração das rendas* (dado na última linha da tabela), pois é sabido que as rendas são mais con-

(10) Sobre este ponto ver PYATT, CHEN & FEI (1980) ou ROSSI (1982a).

ELASTICIDADES DE ENGEL

centradas que os dispêndios (afinal, os ricos poupam relativamente mais que os pobres), o que, aliás, é confirmado pelo valor negativo para o índice da elasticidade-renda dos dispêndios totais da tabela 1. Por isso mesmo, os índices de elasticidade-renda são sempre menores que os índices de elasticidade-dispêndio na tabela 1.

A tabela 1 mostra finalmente a propriedade de decomposição do índice de concentração e do índice de elasticidade discutida na seção anterior (equações (4) e (5)). Note-se que a média ponderada dos índices de concentração dos nove grandes itens do orçamento (i.é., 0,3901) reproduz efetivamente o valor do índice de concentração dos dispêndios totais calculado diretamente dos dados dos dispêndios. Conforme se depreende ainda das discussões anteriores, essa propriedade de decomposição tem como corolário que a média ponderada dos índices de elasticidade dos grandes itens do dispêndio deve ser nula; resultado que é também confirmado na tabela 1.

As Elasticidades Estimadas

Como o índice de elasticidade de um bem indica meramente o quanto o valor da sua elasticidade se afasta da unidade como uma média das elasticidades ao longo de toda a extensão da distribuição dos dispêndios, o seu emprego tem utilidade limitada, pois poderá haver variação apreciável no valor das elasticidades nas diversas faixas de renda. Naturalmente, o conhecimento das elasticidades nas várias faixas de renda é de interesse primordial. Assim sendo, calculamos, com base nos parâmetros da tabela 1 e com o uso da expressão em (9), os valores de tais elasticidades para as 13 faixas de renda em que se distribuem os dados; os valores estimados encontram-se na tabela 2.

Note-se, da tabela 2, que com exceção do item alimentação fora de casa, todos os itens de alimentação são inelásticos nas várias faixas de renda, com as elasticidades decrescendo, em geral, com o avanço da

renda familiar. Dentro desse grupo, particularmente inelásticos são os dispêndios em panificados, item que chega mesmo a apresentar características de bem inferior na classe de renda mais elevada. Quanto aos outros itens, que não os de alimentação, as elasticidades maiores que um são a regra; as exceções aqui ficam com os itens fumo e bebidas, e transporte público, este último chegando mesmo a assumir características de bem inferior nas duas últimas faixas de renda. Corroborando ainda os resultados obtidos quando do uso dos índices de elasticidade na seção anterior, temos também aqui que os itens recreação, educação, e veículo próprio são os mais elásticos.

Resalte-se neste estágio que, se por um lado a maioria das elasticidades aqui estimadas podem ser consideradas como tendo valores dentro do esperado, por outro lado, há pelo menos três ocorrências onde este certamente não é o caso. Note-se, por exemplo, que a elasticidade negativa para educação na última faixa de renda não faz sentido ali, pois dificilmente se aceitaria que tal item pudesse vir a assumir características de bem inferior. Aliás, a própria elasticidade significativamente positiva para esse item na penúltima faixa de renda parece depor contra aquela elasticidade negativa. Também, fora de contexto, estão as elasticidades negativas para veículo próprio, na primeira e última faixas de renda⁽¹¹⁾; note-se que, enquanto para a última faixa de renda a situação é aqui semelhante à observada para o item educação (i.é., a uma elasticidade significativamente positiva segue-se uma elasticidade fortemente negativa), para o caso da primeira faixa de renda tem-se a situação inversa: a uma elasticidade negativa segue-se uma elasticidade exageradamente

(11) Curiosamente, problemas semelhantes com as elasticidades desses mesmo dois itens foram observadas em estudos anteriores, deste autor, mas com dados de orçamentos familiares (tanto do Rio de Janeiro como de São Paulo), coletados pelo IBGE. Ver respectivamente ROSSI (1982b) e ROSSI (1982a).

T A B E L A 2
ELASTICIDADES DOS ITENS DE DISPÊNDIO FAMILIAR COM RESPEITO AO DISPÊNDIO TOTAL PARA O MUNICÍPIO DE SÃO PAULO
DADOS DO IPE-USP, 1972

I t e m s	Classe da renda familiar mensal em números de salários mínimos - elasticidades, avaliadas no ponto do dispêndio <i>per capita</i> da classe													Ponto que Médio Total
	Até 1	>1 a 2	>2 a 6	>6 a 8	>8 a 10	>10 a 12	>12 a 14	>14 a 16	>16 a 18	>18 a 20	>20 a 22	>22 a 33	33	
1. Total Alimentação	0,95	0,76	0,65	0,61	0,60	0,56	0,54	0,51	0,51	0,52	0,51	0,46	0,45	0,59
1.1. Alimentação no Domicílio	0,89	0,71	0,60	0,55	0,54	0,50	0,47	0,43	0,43	0,44	0,43	0,36	0,33	0,53
Tubérculos	0,80	0,60	0,47	0,42	0,40	0,37	0,34	0,32	0,31	0,32	0,31	0,27	0,26	0,40
Verduras e Legumes	0,93	0,84	0,79	0,74	0,72	0,66	0,61	0,54	0,54	0,57	0,54	0,36	0,23	0,72
Frutas	0,98	0,84	0,78	0,75	0,74	0,71	0,69	0,67	0,66	0,67	0,66	0,61	0,59	0,74
Carne Peixe	1,17	0,94	0,82	0,76	0,74	0,69	0,64	0,59	0,58	0,61	0,58	0,44	0,54	0,74
Ovos e Leite	1,01	0,73	0,57	0,49	0,47	0,41	0,37	0,32	0,32	0,34	0,32	0,22	0,17	0,46
Panificados	0,74	0,52	0,37	0,27	0,24	0,18	0,13	0,09	0,09	0,11	0,09	0,003	-0,04	0,24
Produtos Industrializados	0,86	0,72	0,64	0,60	0,59	0,55	0,51	0,48	0,47	0,49	0,47	0,39	0,35	0,58
1.2. Alimentação Fora de Casa	2,19	1,52	1,21	1,13	1,11	1,09	1,08	1,06	1,05	1,06	1,05	0,97	0,87	1,11
Média ponderada	0,91	0,75	0,64	0,61	0,60	0,57	0,54	0,51	0,50	0,53	0,53	0,48	0,44	0,59
2. Vestuário	2,01	1,56	1,30	1,22	1,21	1,21	1,22	1,23	1,23	1,22	1,23	1,28	1,27	1,21
3. Habitação	1,00	0,94	0,91	0,92	0,92	0,93	0,93	0,94	0,95	0,94	0,95	1,00	1,05	0,92
4. Saúde, Higiene e Beleza	-0,98	1,18	1,23	1,22	1,22	1,22	1,22	1,22	1,22	1,22	1,22	1,18	1,06	1,22
5. Educação	0,73	2,27	2,06	1,82	1,79	1,78	1,81	1,84	1,85	1,83	1,85	1,25	-0,65	1,79
6. Recreação Cultura	3,31	3,73	2,30	1,86	1,80	1,74	1,75	1,79	1,80	1,77	1,80	2,05	2,28	1,79
7. Fumo e Bebidas	1,15	0,94	0,83	0,78	0,77	0,74	0,71	0,68	0,67	0,69	0,67	0,59	0,55	0,77
8. Total Transportes	1,33	1,67	1,59	1,50	1,49	1,47	1,46	1,44	1,43	1,45	1,43	1,02	0,17	1,48
8.1. Veículo Próprio	-1,17	11,71	2,93	2,17	2,09	2,04	2,10	2,21	2,23	2,17	2,23	1,64	-1,64	2,07
8.2. Transporte Público	1,56	0,94	0,60	0,42	0,37	0,24	0,16	0,08	0,0	0,11	0,07	-0,07	-0,11	0,35
9. Outras Despesas	0,54	1,23	1,48	1,45	1,44	1,45	1,47	1,49	1,49	1,48	1,49	1,47	1,15	1,44
Média ponderada	0,992	0,968	0,963	0,984	0,996	1,005	1,068	1,043	1,065	1,074	1,086	1,067	0,949	1,023

positiva. Com relação a esses resultados para veículo próprio, parece indiscutível a existência de um forte viés negativo para a elasticidade estimada na primeira faixa de renda, que, aliás, deve ter ocasionado, como que num esforço de correção de rota, um forte viés positivo na elasticidade estimada para a segunda faixa de renda. (As verdadeiras elasticidades nessas faixas estariam, provavelmente, em torno de uma média dos valores aqui estimados, já que elevadas elasticidades, para os dispêndios com aquele item nas primeiras faixas de renda, estariam inteiramente de acordo com a realidade observada, pois é por demais conhecido o papel do automóvel como símbolo de *status* social entre os brasileiros de baixa renda). De qualquer modo, as razões para as elasticidades negativas não parecem, em geral, muito claras. Sabe-se apenas que elas estariam freqüentemente associadas a trechos da curva de concentração com curvatura inversa à usual⁽¹²⁾.

Como observações finais sobre os resultados da tabela 2, verifica-se que as propriedades de decomposição discutidas na seção 1 no contexto dos índices de elasticidade, parecem se estender para as próprias elasticidades, o que está, aliás, de acordo com a expectativa, pois ambas as classes são estimadas com base nos mesmos parâmetros. Note-se, por exemplo, que a média ponderada das elasticidades-dispêndio dos itens alimentação no domicílio e alimentação fora do domicílio reproduz, aproximadamente, a elasticidade-dispêndio para alimentação como um todo⁽¹³⁾. O critério da adição (*adding up*), entretanto, parece ser apenas aproximadamente satisfeito, já que, em muitos dos casos, a média ponderada das elasticidades dos grandes itens do orçamento familiar difere um pouco da unidade. Aliás o desem-

(12) Para algumas considerações sobre esta questão, ver ROSSI (1982a) e ROSSI (1982b).

(13) A média ponderada das elasticidades de todos os itens de alimentação não fora considerada aqui, em vista de alguma dificuldade com os dados relativos aos dispêndios em cereais; a sua curva de concentração intercepta a linha da perfeita igualdade no diagrama de Lorenz, tornando então precário o ajustamento da função em (8).

penho dessas elasticidades, quanto à condição da adição (*adding up*) é bem menos satisfatório, aqui, do que aquele encontrado por Kakwani (1978) com os dados de orçamento familiar relativos à Indonésia a que já nos referimos.

Assim como no caso dos índices de elasticidade da seção anterior, podemos estimar também (a partir dos dados do IPE) as elasticidades-renda dos dispêndios nos vários itens. Essas elasticidades só serão, entretanto, apresentadas e discutidas na próxima seção, onde comparamos o desempenho das elasticidades estimadas pelo método de Kakwani com aquelas obtidas pela técnica Box-Cox.

3. Comparação com Outros Métodos

Uma questão que se coloca naturalmente neste estágio é saber se o desempenho do método de Kakwani seria superior ao de outros métodos de estimação disponíveis. Após recorrer a dados de orçamentos familiares, relativos à Indonésia, Kakwani (1978) propõe-se a responder a tal questão comparando o desempenho do método por ele sugerido com aquele dos métodos tradicionais (i.é., métodos que consistem no ajustamento estatístico de funções de Engel convencionais, tais como: linear, semi-log, log-log, hiperbólica etc.). Kakwani considerou como critério de comparação do desempenho desses métodos os dois aspectos seguintes: a condição da adição (*adding up*) e a soma ponderada (os pesos seriam as participações relativas dos dispêndios dos itens no orçamento total) dos resíduos quadráticos do ajustamento estatístico da função. Por esse critério, Kakwani conclui serem melhores os resultados do método de estimação por ele proposto⁽¹⁴⁾.

Neste estudo, entretanto, a comparação será efetuada entre o desempenho do méto-

do Kakwani e aquele obtido pela técnica Box-Cox⁽¹⁵⁾. Esse parece ser um procedimento mais interessante, pois além de ser o teste, como veremos, mais exigente, temos ainda que, no processo de estimação pelo método Box-Cox, obtêm-se facilmente as informações necessárias para testar se as funções de Engel tradicionais seriam estatisticamente aceitáveis como formas funcionais a serem adotadas para o problema — isto porque as formas tradicionais se constituem, simplesmente, em casos especiais da transformação Box-Cox, como se verá na discussão a seguir.

No método Box-Cox, são os próprios dados observados que, por assim dizer, se encarregarão de determinar qual a melhor forma funcional a ser ajustada ao problema. Em linhas gerais, é o seguinte o procedimento utilizado na estimação. Seja o modelo dado por:

$$\frac{Y^\lambda - 1}{\lambda} = a + b \left(\frac{X^\mu - 1}{\mu} \right) + u \quad (10)$$

onde Y e X são os dispêndios no item e dispêndios totais respectivamente; λ e μ seriam os parâmetros de transformação das variáveis, com u sendo o erro estocástico da regressão. Se u tem distribuição normal, então pode ser demonstrado (e.g., Prado, 1978) que a função de máxima verossimilhança será dada à parte uma constante, por (estamos considerando a forma logarítmica da função de verossimilhança):

$$L(\lambda, \mu) = - \frac{n}{2} \text{Log } \sigma^2(\lambda, \mu) + (\lambda - 1) \sum_{i=1}^n \text{Log } Y_i \quad (11)$$

(14) Comparação semelhante fora efetuada por este autor (cf. ROSSI, 1982b) com dados relativos a dispêndios familiares no Rio de Janeiro, mas sem que se tenha constatado uma clara superioridade de um método de estimação sobre o outro.

(15) Em estudo anterior este autor (cf. ROSSI, 1982a) compara o desempenho desses dois métodos utilizando dados do ENDEF relativos à cidade de São Paulo. Os resultados obtidos se assemelham aos aqui encontrados.

onde $\sigma^2(\lambda, \mu)$ é a variância do erro da regressão em (10), sendo n o número de observações utilizadas na estimação. A estimação de λ , μ , a e b seria obtida após considerarem-se combinações sucessivas de λ e μ em (10) e estimar a e b pelo método dos Mínimos Quadrados Ordinários. A combinação desses parâmetros, que maximizasse a função em (11), produziria os estimadores de máxima verossimilhança. A aplicação deste procedimento aos dados produziu os resultados obtidos na tabela 3⁽¹⁶⁾. Para se obter a elasticidade de Y com relação a X , basta calcular:

$$\varepsilon = b \left(\frac{X^\mu}{Y^\lambda} \right); \quad (12)$$

os valores dessas elasticidades, calculados com base nos parâmetros da tabela 3, serão discutidos adiante.

Da relação em (10), verifica-se facilmente que, se $\lambda = 1$ e $\mu = 1$, temos então a função linear, podendo ainda ser demonstrado (e.g., Kmenta, 1971, p. 467) que quando λ e μ tendem ambos para zero, a relação tenderá para a forma log-log. Assim sendo, se $\lambda = 1$ e $\mu = 0$, temos a forma da função semi-log, e, se $\lambda = 1$ e $\mu = -1$, ou $\lambda = 0$ e $\mu = -1$, tem-se, respectivamente, as formas hiperbólica e log-inversa. Essas foram, aliás, as cinco formas funcionais para a curva de Engel

(16) A técnica Box-Cox já havia sido utilizada anteriormente por Medeiros (1978) para estimar as elasticidades-dispêndio para os itens alimentação no domicílio e educação, com base também em dados da pesquisa POF. Naquele estudo, entretanto, fora adotada a restrição $\lambda = \mu$. De qualquer modo, as elasticidades aqui estimadas referem-se apenas à alimentação como um todo (i.é., inclui alimentação fora do domicílio), e, em segundo lugar, porque as elasticidades relativas ao item educação foram aqui avaliadas no ponto do dispêndio per capita da classe de renda, contra a avaliação no ponto do dispêndio médio familiar da classe, no caso do estudo de Medeiros.

consideradas no estudo clássico de Prais e Houthakker (1955) e que, portanto, são simplesmente casos especiais da transformação Box-Cox. A significância estatística dessas formas funcionais poderá ser testada com base nos valores da função de verossimilhança por elas assumidas, sendo esses valores facilmente obtidos no próprio processo da estimação Box-Cox. Em síntese, o procedimento utilizado é o seguinte: considere-se inicialmente o valor da função de máxima verossimilhança para o ajustamento efetuado sem que haja qualquer restrição quanto aos valores dos parâmetros de transformação, λ e μ . Denominemos esse valor da função de verossimilhança irrestrita. Chame-se, por outro lado, de verossimilhança restrita o valor daquela função quando são impostas as restrições para λ e μ . Nestas circunstâncias, se a forma funcional representada pela imposição dos valores λ e μ não for estatisticamente restritiva, então ter-se-á que o valor de "menos duas vezes o logaritmo da razão da verossimilhança restrita com a verossimilhança irrestrita" será assintoticamente distribuído como uma variável aleatória qui-quadrada, com os graus de liberdade iguais ao número de restrições impostas (aqui duas restrições, uma para λ e outra para μ)⁽¹⁷⁾. A adoção desse procedimento permitiu obter os resultados apresentados na tabela 4. Conforme se pode notar, as formas tradicionais para a curva de Engel são rejeitadas para a grande maioria dos itens de dispêndio; a forma linear, por exemplo, é rejeitada em todos os casos. As exceções a essas regras, são: a.) forma hiperbólica, para os itens panificados e transporte público; b.) função semi-log, para os itens verduras e legumes, a panificados; c.) forma log-log, nos casos tubérculos, verduras e legumes (no conceito renda apenas), frutas, panificados, vestuário (no conceito dispêndio apenas), saúde, educação, recreação (no conceito dispêndio apenas), outras despesas, e dispêndio total; e, finalmente, d.) forma log-inversa, nos itens ovos e leite (no

(17) Para maiores detalhes sobre este ponto, ver MADDALA (1976, p. 33-34).

T A B E L A 3

AJUSTAMENTO DA FUNÇÃO $\frac{y^\lambda - 1}{\lambda} = a + b \cdot \left(\frac{x^\mu - 1}{\mu} \right)$, AOS DADOS DO IPE-SÃO PAULO, 1972

	Conceitos para X: Dispêndio (D) Renda (R)	λ	μ	a	b	R ²	DW
1. Total Alimentação	D	-0,4	-0,6	- 2,227(- 22,3)	2,696(43,5)	0,994	2,37
	R	-1,0	-0,6	0,759(205,4)	0,143(62,8)	0,997	2,67
Tubérculos	D	-2,0	-1,2	-24,673(- 30,6)	30,189(31,1)	0,988	1,98
	R	-1,0	-0,4	- 1,372(- 12,4)	0,916(18,8)	0,967	1,71
Verduras e Legumes	D	-0,4	-0,6	-12,535(- 20,3)	8,656(22,7)	0,977	2,12
	R	0,0	-0,2	- 3,403(-10,2)	1,590(16,8)	0,959	2,00
Frutas	D	0,0	-0,2	- 5,440(- 12,3)	2,259(17,8)	0,963	2,45
	R	-0,2	-0,2	- 2,233(- 11,5)	1,167(21,3)	0,974	2,56
Carne e Peixe	D	-0,4	-0,8	-23,461(- 30,5)	20,395(32,8)	0,989	2,72
	R	-0,2	-0,4	- 4,786(- 15,7)	3,125(23,3)	0,978	2,56
Ovos e Leite	D	-0,2	-1,0	-75,718(- 17,8)	77,774(18,3)	0,965	2,89
	R	-0,8	-0,8	- 6,997(- 21,8)	6,484(25,0)	0,981	2,85
Panificados	D	-2,0	-1,4	- 7,699(- 7,7)	11,468(8,2)	0,848	1,93
	R	-2,0	-1,0	- 0,528(- 3,9)	1,020(7,6)	0,824	1,96
Produtos Industrializados	D	-0,4	-0,6	- 5,028(-23,8)	4,269(32,6)	0,989	2,07
	R	-1,3	-0,7	0,291(30,1)	0,333(48,5)	0,995	2,38
Alimentação Fora de Casa	D	0,6	0,2	-12,138(- 14,8)	1,645(23,8)	0,979	1,94
	R	0,4	0,0	-10,929(- 18,6)	2,538(27,0)	0,984	2,20
7. Vestuário	D	0,6	0,2	- 2,225(-2,9)	0,090(22,8)	0,977	1,07
	R	-0,6	-1,0	-60,957(-47,4)	62,544(48,5)	0,995	1,34
3. Habitação	D	-1,0	-1,0	- 3,266(-49,6)	4,264(64,6)	0,997	1,78
	R	-1,0	-0,6	0,358(30,7)	0,387(53,7)	0,996	1,48
4. Saúde	D	-0,4	-0,4	- 5,693(-19,8)	3,340(26,3)	0,983	2,05
	R	-0,2	-0,1	- 1,591(-8,4)	0,891(21,7)	0,975	2,08
5. Educação	D	0,2	0,0	-12,295(-10,3)	2,746(13,8)	0,940	1,75
	R	0,2	0,0	- 9,066(-9,1)	2,120(13,4)	0,937	1,60
6. Recreação e Cultura	D	-0,2	-1,0	-396,768(-24,7)	400,010(24,8)	0,981	2,19
	R	-0,4	-1,0	-238,784(-45,6)	240,969(45,8)	0,994	2,53
7. Fumo e Bebidas	D	-1,0	-1,2	- 39,742(-40,4)	48,865(41,3)	0,993	2,37
	R	-2,0	-1,4	- 7,171(-84,4)	10,738(90,3)	0,998	2,05
8. Total Transporte	D	-0,4	-1,0	-115,915(-64,1)	118,133(65,1)	0,997	1,86
	R	-0,6	-0,8	21,867(-50,3)	18,798(53,5)	0,996	1,81
Veículo Próprio	D	0,0	-1,0	-845,800(-61,6)	851,205(61,8)	0,997	2,04
	R	0,0	-0,6	-122,403(-45,2)	77,158(46,1)	0,994	1,91
Transporte Público	D	0,4	-1,0	-289,118(-8,4)	293,973(8,5)	0,857	1,62
	R	-0,2	-1,0	- 66,384(-12,0)	68,442(12,3)	0,926	1,69
9. Outras Despesas	D	0,4	0,6	- 1,375(-3,2)	0,129(20,3)	0,972	2,33
	R	0,4	0,6	0,149(0,3)	0,086(17,1)	0,960	2,23
Dispêndio total	R	-0,4	-0,2	1,355(92,3)	0,256(61,7)	0,997	1,57

Nota: Números entre parênteses são valores de t.

TABELA 4

RESULTADOS DO TESTE QUI-QUADRADO PARA FORMAS FUNCIONAIS, DADO POR $-2 \log \lambda$, ONDE $\lambda = A$
RAZÃO DA VEROSSIMILHANÇA RESTRITA COM A VEROSSIMILHANÇA IRRESTRITA NO AJUSTAMENTO BOX-COX

$$\frac{Y^\lambda - 1}{\lambda} = a + b \left(\frac{X^\mu - 1}{\mu} \right) \quad - \quad \text{SÃO PAULO, 1972}$$

Itens	Conceitos para X: Dispêndio (D) Renda (R)	Valores calculados para $-2 \log \lambda$ nas várias formas funcionais				
		Linear $\lambda=1, \mu=1$	Semi-Log $\lambda=1, \mu=0$	Hiperbólica $\lambda=1, \mu=-1$	Log-Log $\lambda=0, \mu=0$	Log-inversa $\lambda=0, \mu=-1$
1. Total Alimentação	D	33,2	11,9	40,6	15,2	27,1
	R	43,0	22,0	50,7	14,4	42,7
Tubérculos	D	25,1	11,2	23,6	11,4	15,4
	R	22,0	6,6	22,7	4,6	17,5
Verduras e Legumes	D	24,6	7,9	23,1	9,5	13,1
	R	23,6	5,7	24,4	3,8	19,1
Frutas	D	14,2	17,8	34,0	3,8	20,3
	R	20,7	13,5	35,0	2,2	22,7
Carne e Peixe	D	28,1	9,8	30,9	16,6	15,4
	R	25,9	8,4	30,3	7,8	21,9
Ovos e Leite	D	23,8	6,1	10,2	15,4	0,9
	R	29,2	7,2	19,8	15,2	11,5
Panificados	D	13,5	7,2	4,5	6,1	2,5
	R	13,0	5,8	4,4	5,4	2,4
Produtos Industrializados	D	30,2	7,5	31,8	35,8	20,2
	R	36,8	13,4	40,5	11,1	33,6
Alimentação Fora de Casa	D	11,1	25,3	41,0	28,0	12,3
	R	21,9	30,3	47,0	26,3	19,9
2. Vestuário	D	17,4	41,8	50,5	5,8	15,5
	R	16,8	47,5	56,7	6,8	28,7
3. Habitação	D	16,3	50,8	62,1	9,0	41,6
	R	14,9	47,8	59,7	10,2	43,7
4. Saúde	D	18,8	32,4	43,6	3,8	24,0
	R	15,8	31,1	43,8	1,3	29,0
5. Educação	D	12,6	17,4	14,9	3,0	12,1
	R	13,8	17,8	32,1	1,9	20,1
6. Recreação e Cultura	D	34,2	51,2	57,9	5,8	12,3
	R	36,0	88,5	95,6	8,8	27,8
7. Fumo e Bebidas	D	19,4	17,8	35,2	19,6	18,0
	R	29,9	22,2	41,0	11,1	31,0
8. Total Transportes	D	39,0	44,5	58,1	23,6	32,2
	R	35,6	37,2	50,9	12,8	33,9
Veículo Próprio	D	49,9	57,8	69,1	50,2	0
	R	48,0	52,7	64,3	39,8	17,1
Transporte Público	D	17,7	9,5	1,8	15,5	0,9
	R	21,8	11,8	6,2	45,2	0,6
9. Outras Despesas	D	11,6	37,7	47,5	5,2	26,4
	R	6,3	34,9	45,3	5,5	28,8
Dispêndio total	R	19,1	53,4	67,8	3,8	53,1

Nota: Valor Crítico da Qui-Quadrada: $X^2_{54,2} = 5,99$

conceito dispêndio apenas), panificados, veículo próprio (no conceito dispêndio apenas) e transporte público. É interessante notar-se ainda que, em panificados, apenas a forma linear poderá ser rejeitada estatisticamente, quando a variável X é considerada no seu conceito renda.

Após essas considerações, apresentamos, nas tabelas 5 e 6, as elasticidades obtidas a partir dos parâmetros da melhor forma funcional estimada pela técnica Box-Cox, onde X representa, alternativamente, o dispêndio familiar médio total na classe de renda e a renda média familiar no bem dentro da classe. As correspondentes elasticidades-dispêndio e elasticidades-renda são colocadas lado a lado com as elasticidades obtidas pelo método de Kakwani para melhor comparação. Note-se que, para os itens de alimentação, os resultados obtidos pelos dois métodos de estimação são em geral bastante semelhantes. As discrepâncias maiores, neste particular, ocorrem na primeira faixa de renda para o item tubérculos, e nas duas primeiras faixas de renda para o item alimentação fora de casa. Já para os itens que não os de alimentação, apesar da grande semelhança de resultados para a maioria dos casos, há também diferenças apreciáveis em alguns deles, merecendo destaque, aqui, as diferenças registradas para os itens: a.) educação — na primeira e última faixas de renda; b.) recreação — nas três últimas faixas; e c.) veículo próprio — nas três primeiras e duas últimas faixas. Essas diferenças provavelmente ocorrem devido à imprecisão no cálculo dessas respectivas elasticidades no método de Kakwani, pois as dificuldades com algumas delas já foram apontadas na seção anterior. Assim, as elasticidades de Box-Cox servem, aqui, até mesmo para confirmar a inadequabilidade de alguns dos resultados obtidos no método de Kakwani.

Objetivando uma comparação mais sistemática do desempenho dos dois métodos de estimação, apresentamos, na tabela 5, os resultados quanto ao teste da adição (*adding up*), o qual mostra ambos os métodos com

desempenho apenas razoável. Já a tabela 7 exhibe o desempenho desses métodos quanto ao critério da soma ponderada dos resíduos quadráticos, fornecendo, inclusive, os detalhes dos valores previstos num e noutro método, nas várias faixas de renda. Parece ser também inconclusivo o teste por este critério, pois dos dezenove casos considerados, o método de Kakwani é claramente superior em apenas seis deles, havendo ainda cerca de oito casos onde a diferença entre os dois métodos é pouco significativa.

Como último critério de comparação, consideramos o desempenho dos dois métodos quanto à condição que denominamos aqui de consistência. Conforme ressaltado por Desai (1976, p. 81), a seguinte relação entre as elasticidade-renda e elasticidade-dispêndio deve prevalecer: elasticidade-renda para o item de dispêndio = elasticidade-dispêndio para aquele item \times elasticidade-renda dos dispêndios com todos os itens; este último seria obviamente a elasticidade dos dispêndios totais com relação à renda⁽¹⁸⁾. Na tabela 8, apresentamos os resultados desse teste, utilizando, para isso, apenas os grandes itens de dispêndio; os dados entre parênteses são reproduzidos na tabela 6 e representam, portanto, as elasticidades-renda obtidas diretamente dos dados observados, enquanto os demais valores são obtidos multiplicando-se as elasticidades-dispêndio da tabela 5 pelas elasticidades-renda dos dispêndios totais, fornecidas nas duas últimas linhas da tabela 6. Por este critério, é agora claramente superior o desempenho do método de Kakwani; em apenas dois casos tem-se alguma dificuldade com o desempenho desse método, precisamente em educação e recreação, ambos na primeira faixa de renda.

(18) Esta condição é perfeitamente satisfeita no modelo log-log: seja $\text{Log } D_i = \alpha + \beta \text{ log } X_i$, onde D_i e X_i são o dispêndio total e renda total, respectivamente; considere-se, em seguida, $\text{Log } y_{ij} = \alpha' + \beta' \text{ Log } D_i$ onde y_{ij} é o dispêndio no item j . Com a substituição da primeira na segunda destas equações, temos: $\epsilon y_{ij} x_i = \epsilon D_i x_i$.

ELASTICIDADES-DISPÊNDIO AVALIADAS NO PONTO DO DISPÊNDIO PER CAPITA DA CLASSE DE RENDA, SÃO PAULO, 1972

Kakwani (K) Box-Cox (BC)	Classes de Renda (a)										Ponto-Médio			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		11	12	13
1. Total Alimentação	K 0,95	0,76	0,65	0,61	0,60	0,56	0,54	0,51	0,51	0,52	0,51	0,46	0,45	0,59
Tubérculos	BC 0,85	0,80	0,68	0,59	0,56	0,52	0,46	0,45	0,45	0,46	0,43	0,37	0,32	0,54
Verduras e Legumes	K 0,80	0,60	0,47	0,42	0,40	0,37	0,34	0,32	0,31	0,32	0,31	0,27	0,26	0,40
Frutas	BC 0,54	0,48	0,46	0,41	0,36	0,35	0,27	0,27	0,24	0,23	0,21	0,17	0,16	0,32
Carne e Peixe	K 0,92	0,84	0,79	0,74	0,72	0,66	0,61	0,54	0,54	0,57	0,53	0,36	0,23	0,72
Ovos e Leite	BC 0,95	0,83	0,76	0,67	0,64	0,58	0,53	0,54	0,52	0,52	0,53	0,43	0,35	0,61
Panificados	K 0,98	0,84	0,78	0,75	0,74	0,71	0,69	0,67	0,66	0,68	0,66	0,61	0,59	0,74
Produtos Industrializados	BC 1,17	0,94	0,82	0,76	0,74	0,69	0,64	0,59	0,58	0,64	0,63	0,58	0,34	0,74
Alimentação Fora de Casa	K 1,23	1,07	0,91	0,75	0,69	0,63	0,54	0,50	0,53	0,53	0,48	0,49	0,30	0,67
Vestuário	BC 1,01	0,73	0,57	0,49	0,47	0,41	0,37	0,32	0,32	0,33	0,32	0,22	0,17	0,46
Habituação	K 1,16	0,93	0,61	0,42	0,39	0,31	0,25	0,22	0,22	0,24	0,21	0,15	0,10	0,36
Saúde	BC 0,48	0,52	0,37	0,27	0,24	0,18	0,13	0,09	0,09	0,11	0,09	0,03	0,04	0,24
Educação	K 0,86	0,56	0,28	0,19	0,18	0,13	0,10	0,12	0,11	0,06	0,06	0,04	0,03	0,15
Recreação e Cultura	BC 0,81	0,76	0,64	0,60	0,59	0,55	0,51	0,48	0,47	0,49	0,47	0,34	0,29	0,50
Fumo e Behidas	K 2,19	1,52	1,21	1,13	1,11	1,09	1,08	1,06	1,05	1,06	1,05	0,97	0,87	1,11
Total Transporte	BC 5,98	2,23	1,52	1,26	1,19	1,02	1,07	0,95	1,02	0,82	0,90	0,75	0,73	1,22
Veículo Próprio	K 2,01	1,56	1,30	1,22	1,21	1,21	1,22	1,23	1,23	1,22	1,23	1,28	1,27	1,21
Transporte Público	BC 2,10	1,54	1,34	1,21	1,25	1,38	1,32	1,58	1,46	1,56	1,44	1,35	1,32	1,27
Outras Despesas	K 1,00	0,94	0,91	0,92	0,92	0,93	0,93	0,94	0,95	0,94	0,95	1,00	1,05	0,92
Média ponderada	BC 0,97	0,91	0,95	0,86	0,91	0,94	0,85	0,97	0,86	0,80	0,79	0,85	0,95	0,91
8. Total Transporte	K 0,98	1,18	1,23	1,22	1,22	1,22	1,22	1,22	1,22	1,22	1,22	1,18	1,06	1,22
Veículo Próprio	BC 1,14	1,11	1,18	1,27	1,20	1,20	1,25	1,42	1,42	1,34	1,55	1,25	1,37	1,26
Transporte Público	K 0,73	2,27	2,06	1,82	1,79	1,78	1,81	1,84	1,85	1,83	1,85	1,25	-0,65	1,79
Outras Despesas	BC 2,51	2,58	2,03	1,80	1,62	1,50	1,36	1,30	1,42	1,26	1,27	1,24	1,16	1,60
9. Outras Despesas	K 3,30	3,73	2,30	1,86	1,80	1,74	1,75	1,79	1,80	1,77	1,80	2,05	2,28	1,79
Média ponderada	BC 3,56	3,42	2,78	2,23	2,07	1,74	1,61	1,22	1,49	1,49	1,28	1,08	0,86	2,16
Nota: (a) As mesmas da tabela 2.	K 1,15	0,94	0,83	0,78	0,77	0,74	0,71	0,68	0,67	0,69	0,67	0,59	0,55	0,77
	BC 1,06	1,07	0,91	0,87	0,77	0,71	0,69	0,62	0,44	0,59	0,54	0,41	0,36	0,70
	K 1,33	1,67	1,52	1,50	1,49	1,47	1,46	1,44	1,43	1,45	1,43	1,02	0,17	1,48
	BC 2,09	1,96	1,67	1,44	1,39	1,29	1,15	1,09	1,07	1,05	1,04	0,89	0,60	1,38
	K -1,17	11,71	2,93	2,17	2,09	2,04	2,10	2,21	2,23	2,17	2,23	1,64	-1,64	2,07
	BC 9,83	7,26	4,50	3,01	2,66	2,09	1,75	1,48	1,45	1,57	1,45	0,96	0,67	2,60
	K 1,56	0,94	0,60	0,42	0,37	0,24	0,16	0,08	0,07	0,11	0,07	-0,07	-0,11	0,35
	BC 2,21	1,31	0,66	0,39	0,26	0,21	0,17	0,17	0,19	0,20	0,18	0,14	0,08	0,36
	K 0,54	1,23	1,48	1,45	1,44	1,45	1,47	1,49	1,49	1,48	1,49	1,47	1,15	1,44
	BC 1,02	1,42	1,27	1,27	1,31	1,39	1,22	1,48	1,47	1,35	1,33	1,34	1,44	1,27
	K 0,99	0,97	0,96	0,98	1,00	1,01	1,07	1,04	1,07	1,07	1,09	1,07	0,95	1,02
	BC 1,03	1,02	0,99	0,97	0,97	0,97	0,95	0,98	0,97	0,95	0,98	0,91	0,93	1,00

T A B E L A 6

ELASTICIDADES-RENTA AVALIADAS NO PONTO DA RENDA PER CAPITA DA CLASSE, SÃO PAULO, 1972

Kakwani (K) Box-Cox(BC)	Classes de Renda (a)													Ponto Médio
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
1. Total Alimentação	0,77	0,59	0,53	0,51	0,50	0,48	0,45	0,43	0,42	0,42	0,41	0,37	0,37	0,50
K	0,54	0,42	0,48	0,46	0,43	0,41	0,39	0,42	0,42	0,39	0,36	0,36	0,30	0,40
BC	0,67	0,47	0,39	0,35	0,34	0,31	0,29	0,26	0,26	0,25	0,25	0,22	0,22	0,33
K	0,34	0,31	0,31	0,31	0,29	0,29	0,27	0,28	0,30	0,24	0,23	0,23	0,23	0,27
BC	0,70	0,64	0,64	0,62	0,60	0,56	0,52	0,46	0,44	0,43	0,41	0,30	0,18	0,60
K	0,76	0,65	0,63	0,63	0,62	0,60	0,58	0,56	0,55	0,54	0,54	0,50	0,34	0,47
BC	0,64	0,64	0,58	0,56	0,55	0,53	0,53	0,53	0,53	0,54	0,50	0,50	0,47	0,54
K	0,85	0,74	0,64	0,64	0,62	0,58	0,54	0,49	0,48	0,47	0,46	0,36	0,27	0,61
BC	0,87	0,74	0,64	0,56	0,52	0,50	0,46	0,44	0,44	0,42	0,40	0,37	0,31	0,51
K	0,86	0,58	0,47	0,41	0,39	0,34	0,31	0,27	0,26	0,26	0,25	0,19	0,14	0,38
BC	0,67	0,60	0,44	0,33	0,33	0,28	0,24	0,23	0,21	0,22	0,18	0,16	0,11	0,28
K	0,63	0,41	0,30	0,23	0,20	0,15	0,12	0,08	0,07	0,06	0,06	0,01	-0,03	0,19
BC	0,35	0,23	0,19	0,14	0,13	0,10	0,09	0,10	0,09	0,04	0,05	0,04	0,03	0,09
K	0,68	0,56	0,53	0,51	0,49	0,46	0,43	0,40	0,39	0,38	0,38	0,32	0,29	0,49
BC	0,52	0,41	0,44	0,42	0,39	0,41	0,37	0,38	0,40	0,35	0,34	0,31	0,26	0,36
K	2,07	1,21	0,99	0,95	0,94	0,92	0,90	0,88	0,87	0,87	0,86	0,80	0,71	0,93
BC	3,31	1,65	1,24	1,00	0,95	0,83	0,84	0,75	0,78	0,72	0,72	0,61	0,57	0,96
2. Vestuário	1,74	1,22	1,06	1,03	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,03	1,04	1,05	1,02
K	1,52	1,52	1,33	1,25	1,12	0,95	0,95	0,74	0,76	0,63	0,72	0,73	0,59	1,06
BC	0,74	0,72	0,75	0,77	0,78	0,78	0,78	0,78	0,79	0,79	0,79	0,81	0,88	0,78
K	0,64	0,63	0,67	0,67	0,71	0,81	0,79	0,94	0,81	0,68	0,72	0,93	1,08	0,71
BC	0,62	0,89	1,01	1,03	1,03	1,03	1,03	1,02	1,01	1,01	1,01	0,97	0,86	1,03
K	0,76	0,75	0,85	0,97	0,93	0,97	1,05	1,22	1,17	1,10	1,31	1,15	1,31	0,95
BC	-0,13	1,67	1,68	1,53	1,51	1,50	1,52	1,53	1,53	1,53	1,52	1,09	-0,65	1,50
K	1,94	1,99	1,57	1,39	1,25	1,16	1,05	1,00	1,10	0,97	0,98	0,95	0,90	1,23
BC	0,52	2,97	1,89	1,56	1,51	1,47	1,46	1,49	1,50	1,50	1,52	1,65	1,91	1,49
K	2,30	2,24	2,00	1,77	1,60	1,44	1,46	0,97	1,40	1,16	0,96	1,06	0,82	1,75
BC	0,93	0,73	0,67	0,66	0,65	0,62	0,60	0,57	0,55	0,55	0,54	0,48	0,45	0,64
K	0,70	0,67	0,62	0,75	0,62	0,65	0,73	0,65	0,32	0,45	0,43	0,39	0,35	0,49
BC	0,77	1,26	1,30	1,26	1,25	1,24	1,23	1,20	1,18	1,18	1,15	0,86	0,06	1,25
K	1,31	1,20	1,15	1,15	1,12	1,18	1,11	1,12	1,06	0,97	0,97	1,05	0,64	1,10
BC	2,17	14,03	2,40	1,82	1,74	1,72	1,75	1,83	1,86	1,97	1,90	1,47	-1,38	1,73
K	6,46	4,64	3,14	2,34	2,10	1,80	1,62	1,42	1,37	1,35	1,31	1,34	0,76	2,03
BC	1,51	0,76	0,49	0,35	0,29	0,20	0,14	0,07	0,05	0,04	0,03	-0,05	-0,10	0,27
K	1,30	0,89	0,51	0,35	0,27	0,22	0,18	0,15	0,14	0,13	0,13	0,08	0,05	0,25
BC	0,15	0,89	1,21	1,22	1,22	1,22	1,23	1,24	1,24	1,24	1,24	1,24	1,24	0,89
K	0,56	0,90	0,94	0,94	1,01	1,07	0,95	1,18	1,21	1,18	1,14	1,13	1,33	1,00
BC	0,72	0,76	0,82	0,84	0,84	0,84	0,84	0,83	0,83	0,83	0,83	0,81	0,83	0,84
K	0,67	0,68	0,72	0,76	0,77	0,81	0,84	0,86	0,86	0,84	0,84	0,92	0,96	0,77

Nota: (a) As mesmas da tabela 2

TABELA 7

COMPARAÇÃO ENTRE OS DISPÊNDIOS PER CAPITA OBSERVADOS E OS DISPÊNDIOS PER CAPITA ESTIMADOS PELOS MÉTODOS BOX-COX E KAKWANI, DADOS DO IPE-USP, 1972

Itens	Observados(O)		Soma ponderada dos resíduos quadráticos												
	Kakwani (K)	Box-Cox. (BC)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1. Total Alimentação	K	44,97	60,20	85,20	104,99	111,37	133,82	130,92	156,58	164,99	155,43	147,49	187,74	212,03	0
	BC	39,95	57,96	85,22	107,66	117,88	133,62	145,38	159,42	164,04	155,66	169,07	195,81	237,38	45,83
Tubérculos	K	44,93	60,12	83,52	105,31	114,16	127,69	137,82	150,04	154,09	155,52	158,53	182,31	216,82	11,08
	BC	1,94	2,20	2,85	3,46	3,88	3,88	3,88	4,33	4,84	5,84	5,85	4,44	5,35	0
Verduras e Legumes	K	1,90	2,19	2,87	3,45	3,67	3,98	4,20	4,46	4,53	4,56	4,61	5,04	5,65	0,05
	BC	1,92	2,30	2,83	3,28	3,45	3,71	3,90	4,12	4,20	4,22	4,28	4,70	5,32	0,05
Frutas	K	3,24	3,64	5,86	7,90	8,44	9,56	9,75	13,21	14,01	11,14	13,40	14,33	15,02	0,45
	BC	2,82	3,80	5,79	7,91	8,83	10,25	11,30	12,52	12,90	13,04	13,31	15,22	17,20	0,41
Carne e Peixe	K	2,64	4,16	6,17	7,90	8,62	9,68	10,56	11,86	12,21	12,04	12,21	14,14	17,09	0,63
	BC	3,04	5,19	6,52	8,74	9,74	11,97	12,22	15,13	15,64	17,99	18,18	22,67	25,13	0,42
Ovos e Leite	K	2,97	4,38	6,64	9,06	10,13	11,85	13,20	14,87	15,44	15,64	16,06	19,51	23,89	0,42
	BC	3,25	4,60	6,83	9,06	10,13	11,53	12,72	14,21	14,72	14,90	15,29	18,52	23,89	0,42
Panificados	K	6,04	8,61	15,04	20,75	23,22	27,09	30,00	33,45	34,56	34,95	35,76	41,73	49,14	3,25
	BC	6,22	9,70	15,28	20,46	22,54	25,67	27,98	30,73	31,64	31,95	32,62	37,80	45,10	1,94
Produtos Industrializados	K	5,49	7,17	10,51	14,95	16,58	18,01	20,75	22,57	22,57	23,04	24,04	28,89	34,70	2,55
	BC	5,51	7,25	10,62	14,95	16,63	18,17	21,27	22,18	22,18	22,42	23,59	28,89	34,70	1,83
Alimentação Fora de Casa	K	3,70	5,22	7,28	9,00	9,66	10,62	11,27	11,63	11,16	11,32	11,49	13,29	15,16	0,15
	BC	4,63	6,18	8,62	10,62	11,16	12,27	12,55	13,57	13,57	13,57	14,49	17,13	19,68	0,22
2. Vestuário	K	4,51	5,32	6,17	7,07	7,34	7,67	7,86	8,02	8,06	8,02	8,00	8,19	8,11	0,14
	BC	4,51	5,32	6,17	7,07	7,34	7,67	7,86	8,02	8,06	8,02	8,00	8,19	8,11	0,14
3. Habitação	K	12,60	17,04	21,92	28,04	28,74	35,52	35,38	41,04	45,63	40,37	40,04	45,61	53,28	0
	BC	11,07	15,56	20,12	25,54	26,30	32,56	32,25	38,25	41,75	42,87	44,03	50,28	58,91	5,56
4. Saúde	K	17,59	26,02	41,90	60,83	69,85	85,29	98,29	115,00	122,10	124,39	129,31	174,57	271,05	28,62
	BC	19,54	27,76	42,64	63,65	67,66	81,45	93,26	109,84	115,52	117,72	122,46	168,16	278,43	23,67
5. Educação	K	5,93	7,47	14,02	22,94	24,75	31,45	41,75	62,94	62,94	54,97	54,97	76,13	136,24	0
	BC	4,90	8,51	14,55	22,94	26,66	34,29	41,30	51,57	55,68	57,17	60,44	89,85	145,12	26,27
6. Recreação e Cultura	K	1,56	1,39	4,44	8,29	14,07	20,49	33,52	41,91	27,17	49,79	47,32	54,19	73,02	0
	BC	0,89	1,39	4,44	8,29	14,07	20,49	33,52	41,91	27,17	49,79	47,32	54,19	73,02	0
7. Fumo e Bebida	K	0,27	1,01	3,91	9,74	11,91	17,46	28,14	17,20	50,48	33,42	23,73	78,89	184,96	0
	BC	0,27	1,01	3,91	9,74	11,91	17,46	28,14	17,20	50,48	33,42	23,73	78,89	184,96	0
8. Total Transporte	K	4,26	6,65	10,04	15,58	16,09	19,63	23,66	25,97	19,11	23,04	25,71	28,74	39,15	0
	BC	4,26	6,65	10,04	15,58	16,09	19,63	23,66	25,97	19,11	23,04	25,71	28,74	39,15	0
Veículo Próprio	K	2,91	5,27	11,67	21,86	27,37	37,67	44,36	55,12	59,01	60,42	65,47	90,84	141,40	34,74
	BC	2,81	5,65	12,60	22,44	27,50	36,52	44,36	55,12	59,01	60,42	65,47	90,84	141,40	64,77
Transporte Público	K	0,24	0,17	3,20	11,02	16,80	22,04	34,88	49,28	32,92	51,96	57,03	114,31	96,66	12,39
	BC	0,24	0,17	3,20	11,02	16,80	22,04	34,88	49,28	32,92	51,96	57,03	114,31	96,66	12,39
Outras Despesas	K	0,01	0,21	2,61	9,97	14,77	24,21	35,34	45,28	50,13	51,60	55,50	85,82	136,82	73,42
	BC	0,01	0,21	2,61	9,97	14,77	24,21	35,34	45,28	50,13	51,60	55,50	85,82	136,82	73,42
Total das Despesas	K	86,62	117,30	189,18	282,90	317,34	407,40	485,20	576,88	586,85	542,50	588,10	887,21	1267,97	304,70
	BC	74,83	123,58	188,64	283,51	329,55	409,21	476,75	567,91	567,91	511,84	568,07	869,19	1335,44	818,60

Nota: (a) As mesmas da tabela 2.

TABELA 8
 TESTE PARA A CONDIÇÃO ELASTICIDADE-RENDA ELASTICIDADE-DISPÊNDIO X ELASTICIDADE DO DISPÊNDIO TOTAL COM RELAÇÃO À
 RENDA (VALORES ENTRE PARÊNTESES SÃO AS ELASTICIDADES-RENDA OBTIDAS DIRETAMENTE DOS DADOS) SÃO PAULO, 1972

Kakwani (γ) Box-Cox (BC)		Classe de Renda (α)													Ponto Médio
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
1. Alimentação	K	0,68(0,77)	0,58(0,59)	0,53(0,53)	0,51(0,51)	0,51(0,50)	0,47(0,48)	0,45(0,45)	0,42(0,43)	0,42(0,42)	0,43(0,42)	0,42(0,41)	0,37(0,37)	0,37(0,37)	0,50(0,50)
	BC	0,57(0,54)	0,54(0,52)	0,49(0,48)	0,45(0,46)	0,43(0,43)	0,42(0,45)	0,39(0,39)	0,39(0,42)	0,39(0,42)	0,38(0,39)	0,36(0,36)	0,34(0,36)	0,30(0,30)	0,42(0,40)
2. Vestuário	K	1,44(1,74)	1,19(1,22)	1,06(1,06)	1,03(1,03)	1,02(1,02)	1,02(1,02)	1,02(1,02)	1,02(1,02)	1,02(1,02)	1,01(1,02)	1,02(1,03)	1,04(1,04)	1,06(1,05)	1,02(1,02)
	BC	1,40(1,52)	1,05(1,52)	0,97(1,33)	0,92(1,25)	0,96(1,12)	1,12(0,95)	1,11(0,95)	1,36(0,74)	1,26(0,76)	1,29(0,65)	1,21(0,72)	1,24(0,73)	1,27(0,59)	0,98(1,06)
3. Habitação	K	0,72(0,74)	0,72(0,72)	0,74(0,75)	0,77(0,77)	0,78(0,78)	0,78(0,78)	0,78(0,78)	0,78(0,78)	0,79(0,79)	0,78(0,79)	0,78(0,79)	0,81(0,81)	0,87(0,88)	0,78(0,78)
	BC	0,65(0,64)	0,67(0,63)	0,68(0,67)	0,65(0,67)	0,70(0,71)	0,76(0,81)	0,71(0,79)	0,83(0,94)	0,74(0,81)	0,66(0,68)	0,66(0,72)	0,78(0,93)	0,91(1,08)	0,70(0,71)
4. Saúde	K	0,70(0,62)	0,90(0,89)	1,01(1,01)	1,03(1,03)	1,03(1,03)	1,03(1,03)	1,02(1,03)	1,01(1,02)	1,01(1,01)	1,01(1,01)	1,01(1,01)	0,96(0,97)	0,88(0,86)	1,63(1,03)
	BC	0,76(0,76)	0,75(0,75)	0,85(0,85)	0,97(0,97)	0,92(0,93)	0,97(0,97)	1,05(1,05)	1,22(1,22)	1,18(1,17)	1,11(1,10)	1,30(1,31)	1,15(1,15)	1,32(1,31)	0,97(0,95)
5. Educação	K	0,52(-0,13)	1,73(1,67)	1,68(1,68)	1,53(1,53)	1,51(1,51)	1,50(1,50)	1,52(1,52)	1,53(1,53)	1,53(1,53)	1,52(1,53)	1,53(1,52)	1,02(1,09)	-0,54(-0,65)	1,51(1,50)
	BC	1,68(1,94)	1,75(1,99)	1,46(1,57)	1,37(1,39)	1,25(1,25)	1,22(1,16)	1,14(1,05)	1,12(1,00)	1,22(1,10)	1,05(0,97)	1,07(0,98)	1,14(0,95)	1,11(0,90)	1,23(1,23)
6. Recreação e Cultura	K	2,38(0,52)	2,85(2,97)	1,88(1,89)	1,56(1,56)	1,52(1,51)	1,47(1,47)	1,47(1,46)	1,49(1,49)	1,48(1,50)	1,47(1,50)	1,49(1,52)	1,67(1,65)	1,90(1,91)	1,51(1,49)
	BC	2,39(2,30)	2,33(2,24)	2,00(2,00)	1,69(1,77)	1,59(1,60)	1,41(1,44)	1,35(1,46)	1,05(0,97)	1,28(1,40)	1,24(1,16)	1,08(0,96)	0,99(1,06)	0,83(0,82)	1,66(1,75)
7. Fumo e Bebidas	K	0,83(0,93)	0,72(0,73)	0,68(0,67)	0,66(0,66)	0,65(0,65)	0,62(0,62)	0,60(0,60)	0,57(0,57)	0,56(0,55)	0,57(0,55)	0,55(0,54)	0,48(0,48)	0,46(0,45)	0,65(0,64)
	BC	0,71(0,70)	0,73(0,67)	0,66(0,62)	0,66(0,75)	0,60(0,62)	0,58(0,65)	0,58(0,73)	0,53(0,65)	0,58(0,32)	0,49(0,45)	0,45(0,43)	0,38(0,39)	0,35(0,35)	0,64(0,49)
8. Total	K	0,96(0,77)	1,28(1,26)	1,30(1,30)	1,26(1,26)	1,26(1,25)	1,24(1,24)	1,23(1,23)	1,20(1,20)	1,19(1,18)	1,20(1,18)	1,18(1,15)	0,83(0,86)	1,14(0,06)	1,25(1,25)
	BC	1,40(1,31)	1,33(1,20)	1,20(1,15)	1,10(1,15)	1,07(1,12)	1,04(1,18)	0,97(1,11)	0,94(1,12)	0,92(1,06)	0,87(0,91)	0,87(0,97)	0,82(1,05)	0,58(0,65)	1,06(1,10)
9. Outras despesas	K	0,39(0,15)	0,94(0,89)	1,21(1,21)	1,22(1,22)	1,22(1,22)	1,22(1,22)	1,23(1,23)	1,24(1,24)	1,24(1,24)	1,23(1,24)	1,23(1,24)	1,20(1,20)	0,96(0,89)	1,22(1,22)
	BC	0,68(0,56)	0,97(0,90)	0,96(0,94)	0,97(0,94)	1,01(1,01)	1,13(1,07)	1,02(0,95)	1,27(1,18)	1,26(1,21)	1,12(1,18)	1,12(1,14)	1,25(1,13)	1,38(1,33)	0,98(1,00)

Nota: (α) As mesmas da tabela 2.

O resultado superior das elasticidades de Kakwani, quanto à condição de consistência, não deve, aliás, surpreender, já que representa uma simples extensão de uma condição semelhante existente entre o índice de elasticidade-renda e o índice de elasticidade-dispêndio, discutida na seção anterior. Conforme foi ressaltado na ocasião, existe uma relação exata entre aqueles índices de elasticidade; mais precisamente, o índice de elasticidade-renda é igual ao índice de elasticidade-dispêndio somado ao índice de elasticidade-renda dos dispêndios totais. Como as elasticidades-renda e elasticidades-dispêndio, no método de Kakwani, são obtidas a partir dos mesmos parâmetros utilizados no cálculo dos respectivos índice de elasticidade-renda e índice de elasticidade-dispêndio, e, considerando-se ainda que o índice de elasticidade tem o valor zero como ponto referencial e a elasticidade o valor um como tal ponto de referência, então, na relação entre os índices, há que se somar o índice de elasticidade-renda dos dispêndios totais enquanto, na relação entre as elasticidades propriamente ditas, temos de multiplicar a elasticidade-renda dos dispêndios totais (pois, na soma, o zero desempenha papel semelhante ao da unidade na multiplicação). Assim, o preenchimento da condição de consistência para

as elasticidades de Kakwani seria uma consequência natural do preenchimento de uma condição semelhante que, como vimos, prevalece entre os índices de elasticidade.

Considerações Finais

Conforme já foi ressaltado, um dos atrativos da metodologia de Kakwani seria a possibilidade de obter-se um índice geral para o grau de elasticidade dos dispêndios sem que se especifique a forma funcional da curva de Engel. Além disso, a nova metodologia permite, como enfatizado por Kakwani (1978), trajetórias diversas e não monotônicas para as elasticidades, fato, aliás, que a distingue dos métodos tradicionais de estimação.

Foi visto, ainda, que, se por um lado não podemos, com os dados deste estudo, concluir por um desempenho superior do método de Kakwani (comparativamente à técnica Box-Cox), quanto aos critérios da adição (*adding up*) e soma ponderada dos resíduos quadráticos, por outro lado, o seu desempenho é claramente superior quanto à condição de consistência na relação entre as elasticidade-renda e elasticidade-dispêndio.

Essas qualidades por si só já parecem suficientes para sugerir ser o método de Kakwani, pelo menos, uma importante adição às técnicas de estimação das elasticidades de Engel. Assim, a possibilidade de obter-se estimativas mais precisas quando as próprias formas funcionais das curvas de con-

centração, no contexto das novas coordenadas η e π , forem determinadas pela técnica Box-Cox (como sugere, aliás, o trabalho recente de Blaylock e Smallwood (1982) com dados de orçamentos familiares americanos) só poderia contribuir para aumentar a importância da nova técnica.

Referências Bibliográficas

- BLAYLOCK, J.R. & SMALLWOOD, D.M. Engel analysis with Lorenz and concentration curves. *American Journal of Agricultural Economics*, 64(1): 134-9, Feb. 1982.
- BOX, G.E. & COX, D.R. An analysis of transformation. *Journal of the Royal Statistical Society, B*, 26(2): 211-52, Apr. 1964.
- DESAI., M. *Applied Econometrics*. McGraw Hill, 1976.
- KAKWANI, N.C. Application of Lorenz curves in economic analysis. *Econometrica*, 45(3): 719-27, Apr. 1977a.
- On the estimation of Engel elasticities from grouped observation with application to Indonesian data. *Journal of Econometrics*, 6: 1-19, 1977b.
- A new method of estimating Engel elasticities. *Journal of Econometrics*, 8: 103-10, 1978.
- *Income inequality and poverty*. A World Bank Publication, 1980.
- KAKWANI, N.C. & PODDER, N. Efficient estimation of the Lorenz curve and associated inequality measures from grouped observations. *Econometrica*, 44(1): 137-48, Jan. 1976.
- KIRSTEN, J.T. *et alii*. *Orçamentos Familiares na Cidade de São Paulo — 1971-72*, IPE/USP, 1972.
- KMENTA, J. *Elements of econometrics*. MacMillan Co., 1971.
- MADDALA, G.S. *Econometrics*. McGraw-Hill, 1977.
- MEDEIROS, J.A. Curvas de Engel e transformação de Box-Cox: uma aplicação aos dispêndios em alimentação e educação na Cidade de São Paulo. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, 8(3): 795-828, dez 1978.
- PRADO, E.F.S. Demanda de Moeda no Brasil: o problema da forma funcional. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, 8 (3): 781-94, dez. 1978.
- PRAIS, S.J. & HOUTHAKKER, H.S. *The analysis of family budgets*. Cambridge University Press, 1955.
- PYATT, G.; CHEN, C. & FEI, J. The distribution income by factor components. *Quarterly Journal of Economics*, 95 (3): 451-73, Nov. 1980.
- ROSSI, J.W. *Índices de desigualdade de renda e medidas de concentração industrial: aplicação a casos brasileiros*. Zahar Editores, 1982a.
- Elasticidades de Engel para dispêndios familiares na Cidade do Rio de Janeiro. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, 12 (2): 579-606, ago. 1982b.