

# FLUTUAÇÕES ENDÓGENAS E A DINÂMICA KALECKIANA

Joanílio Rodolpho Teixeira  
Carla Grasso(\*)

## Resumo

O objetivo deste trabalho é retomar o modelo de ciclo econômico de Kalecki, apresentado na *Teoria da Dinâmica Econômica*, a fim de superar algumas de suas limitações através do desenvolvimento de formulação analítica alternativa, que permite tanto a identificação dos fatores motivadores das flutuações endógenas, como a interpretação do mecanismo do ciclo econômico.

## Palavras-chave

ciclo de negócios, dinâmica, flutuações endógenas

## Abstract

This paper focuses on surmounting some the limitations of Kalecki's theory of business cycle, presented in *Theory of Economic Dynamics*, by developing an alternative analytical construct which allows the identification of the factors which engender the endogenous fluctuations, as well as the interpretation of the mechanism of business cycle.

## Key words

business cycle, dynamics, endogenous fluctuations



---

*Os autores são professores do Departamento de Economia da Universidade de Brasília.*

(\*) Agradecemos aos dois pareceristas pela sugestões que melhoraram a qualidade do ensaio. Uma versão preliminar do mesmo foi publicada nos Anais do Encontro de 1990 da SBE Sociedade Brasileira de Econometria.

## Introdução

Entre as formulações teóricas voltadas para a explicação do ciclo econômico, destaca-se a teoria desenvolvida por Kalecki, que abordou o tema em sucessivos modelos, visando o seu aperfeiçoamento. A versão contida na *Teoria da Dinâmica Econômica*, (KALECKI, 1954, parte quinta) é mais completa que as demais, embora sujeita a limitações que impossibilitam a explicação do significado econômico das flutuações, assim como ocorre com a maioria dos modelos de ciclo.

As questões básicas que os referidos modelos devem responder podem, em linhas gerais, ser colocadas da seguinte maneira: i) de que forma os movimentos são gerados, ou seja, utilizando a denominação empregada por Samuelson (1945, cap. XI), se a origem dos movimentos cíclicos recorrentes é endógena ao sistema (ciclo autogerador) ou exógena; ii) quais são os fatores responsáveis pela geração e manutenção das flutuações; e iii) como opera o mecanismo do ciclo econômico.

É justamente na resposta a essas questões que reside a limitação da versão de 1954 do modelo de ciclo econômico de Kalecki, visto que a única resposta obtida diz respeito ao caráter endógeno das flutuações. De fato, ele se limitou a desenvolver analiticamente o modelo de ciclo e, na explicação do mecanismo do ciclo econômico, a reproduzir as características das equações funcionais resultantes.

A possibilidade de fornecer resposta adequada às questões acima constitui a motivação básica para retomar o modelo de 1954. A nosso ver, submetendo a forma analítica do modelo a um adequado tratamento matemático é possível explicitar e esclarecer uma série de resultados não intuitivos, bem como o conteúdo econômico da construção teórica.

Autores como Possas e Baltar<sup>(1)</sup> exploraram importantes aspectos relativos à versão de 1954 da teoria do ciclo econômico de Kalecki, embora a resposta às indagações básicas permaneça obscura e algumas impropriedades estejam presentes no tratamento matemático empregado, conforme procurar-se-á demonstrar. Autores como Jobim (1984), Sawyer (1985) e Feiwel (1975) apresentaram as diversas versões do modelo de ciclo de Kalecki,

---

(1) Veja-se em POSSAS (1987), POSSAS & BALTAR (1983) e POSSAS & BALTAR (1981).

embora sem acrescentar contribuições relativas ao grau de explicação do modelo.<sup>(2)</sup>

Isto posto, o objetivo deste artigo é retomar o modelo de 1954 da teoria dos ciclos de Kalecki, a fim de elaborar uma construção analítica que permita explicitar as características das flutuações cíclicas como desdobramento natural da dimensão dinâmica da demanda efetiva embutida no modelo. O emprego do instrumental matemático, nesse caso, é imprescindível, dada a natureza e complexidade da análise da dinâmica cíclica. Entretanto, é igualmente necessária especial atenção para que a elucidação do significado econômico do problema a que se propõe resolver seja sempre o objetivo final da formalização analítica, sem o que pouco ou nenhum avanço é obtido relativamente à proposição original.

Antes de prosseguir a análise e reformulação analítica do modelo, é importante determinar claramente o escopo da teoria abordada. A construção teórica não objetiva a explicação da dinâmica global de uma economia capitalista, mas sim demonstrar as condições sob as quais o sistema incorpora flutuações cíclicas endógenas. Logo, a tendência de crescimento a longo prazo é abstraída da construção teórica com a finalidade de propiciar as condições adequadas à análise dos ciclos, isolando o modelo da interferência de fatores exógenos. Conseqüentemente, tomar como dadas as características da estrutura econômica, ou seja, supor constantes os parâmetros estruturais do sistema, permite demonstrar que essa estrutura está sujeita à dinâmica cíclica.

Ressalte-se que, repetindo o procedimento de Kalecki (1954), nesse trabalho destacamos a necessidade de discutir e fazer uma conexão integral entre tendência e ciclo. No entanto, o próprio Kalecki, em seu último artigo publicado, manifestou restrições a esse procedimento, numa passagem bastante conhecida e comentada em Feiwel (1977). De certo modo, assumir que o estoque de capital é fixo no longo prazo implica supor que nenhuma expansão sustentada é possível, sendo eventualmente revertida. O ponto, naturalmente, não é saber se existem ciclos ou não, mas se o modelo nos dá uma explicação adequada deles.

---

(2) Veja-se em JOBIM (1984, cap. IV); SAWYER (1985, cap. 3); e FEIWEL (1975, cap. V, VI e IX).

É também cabível lembrar que o modelo de ciclos de Kalecki, em todas as suas versões, está baseado na dualidade do investimento. Em nosso trabalho acentuamos a crucialidade deste aspecto para a visão kaleckiana de ciclo. No entanto, a dualidade em si não é causa suficiente para ciclos, como no caso em que o investimento cresce à taxa garantida, no sentido de Harrod. A ocorrência de um padrão cíclico torna mais provável se houver uma defasagem entre os efeitos do investimento sobre lucros e sobre capacidade produtiva - como o próprio Kalecki propôs na versão da década de 30, mas eliminou nas versões entre 1943 e 1954.

À pergunta de porque o mecanismo é cíclico, já que existe a possibilidade de uma trajetória não-cíclica do investimento no modelo, Kalecki responde pela imposição do caso cíclico. No apêndice justificamos formalmente tal procedimento, mas essa é uma área que merece ser melhor explorada. Seria interessante, em novos trabalhos, que se explorasse as causas do comportamento cíclico contrapondo Kalecki e Harrod, ou utilizando o esquema de Samuelson no exame da interação entre o multiplicador e acelerador.

## 1. O Modelo de Ciclo de Kalecki - Versão de 1954

Inserido na vertente da teoria dinâmica pós-keynesiana, o modelo de ciclo econômico de Kalecki apóia-se na hipótese básica de que são as flutuações do investimento, enquanto variável fundamental no contexto da determinação da demanda efetiva, as forças que geram o padrão de flutuações cíclicas na renda e emprego.

Na teoria acerca dos determinantes do investimento, Kalecki adota a hipótese de que os empresários assumem um comportamento convencional com relação às decisões que envolvem expectativas incertas, ou seja, que os empresários antecipam o futuro como prolongamento do presente e do passado próximo<sup>(3)</sup>. A equação representativa das decisões de investir em capital fixo, expressa na forma linear é:

---

(3) Esse tipo de tratamento também é atribuído por Keynes ao comportamento empresarial nas decisões de investir em face de expectativas incertas. Ver KEYNES (1936, cap. 12).

$$D_t = a S_t + b (\Delta P_t / \Delta t) - c (\Delta K_t / \Delta t) + d \quad (1)$$

Segundo essa equação, as decisões de investir, em determinado período,  $t$ , são função crescente da poupança bruta total,  $S$ , da variação nos lucros brutos por unidade de tempo,  $\Delta P_t / \Delta t$ , de fatores relativamente autônomos em face da demanda efetiva,  $d$ ; e função decrescente da variação do estoque de capital fixo por unidade de tempo,  $\Delta K_t / \Delta t$ . Nesse caso, os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  representam o grau de sensibilidade dos empresários, em suas decisões de ampliação da capacidade produtiva, relativamente à poupança bruta total, à variação dos lucros e à variação do estoque de capital fixo, respectivamente.

Quanto a essa formulação, alguns aspectos que irão desempenhar papel importante na determinação do mecanismo do ciclo econômico merecem ser levantados.

Em primeiro lugar, Kalecki adota a poupança bruta agregada como *proxy* da acumulação bruta de capital pelas firmas a partir dos lucros correntes. Essa acumulação é variável relevante na formação das decisões dos empresários porque compõe um fundo próprio que as empresas podem empregar para financiar novas inversões, estabelece os limites do acesso ao mercado financeiro e, também, afeta o grau de risco envolvido no investimento a ser efetuado.<sup>(4)</sup> Portanto, o termo  $a S_t$  da equação (1) visa captar o grau de acesso das firmas ao mercado de capitais e o risco crescente da expansão das atividades frente a um mercado limitado. Logo, o valor do parâmetro  $a$  depende da relação entre a poupança interna e externa às empresas, sendo mais elevado quanto maior for a acumulação das empresas relativamente à acumulação externa às mesmas. Por outro lado, o princípio do risco crescente, envolvido no envidamento e na expansão das atividades, tende a reduzir o valor de  $a$ . A conjugação dessas forças torna indeterminado o valor do parâmetro  $a$ .

O caráter dual do investimento, ou seja, o papel contraditório que o mesmo exerce quando, de um lado, ao criar demanda efetiva eleva a taxa de lucros e o nível de utilização da capacidade (efeito demanda) e, por outro lado, ao ser incorporado ao estoque de capital cria nova capacidade produ-  
ti-

---

(4) A esse respeito, ver KALECKI (1954, cap. 8).

va (efeito capacidade produtiva) e nova lacuna entre a produção efetiva e a potencial, além de reduzir a taxa de lucros, é também incorporado no modelo.

A equação representativa das decisões de investir capta esses efeitos através dos termos " $b (\Delta P_t / \Delta t)$ " e " $c (\Delta K_t / \Delta t)$ " e, indiretamente, através de " $a S_t$ ". O impacto da demanda efetiva gerada pelo investimento reflete sobre a variação dos lucros e sobre a própria poupança, visto ser a mesma inteiramente determinada pelo investimento. Já o efeito capacidade produtiva do investimento determina a variação do estoque de capital.

É importante salientar que o efeito dual do investimento não é necessariamente simétrico, visto que os empresários tendem a reagir mais lentamente às variações no estoque de capital, o que significa que o parâmetro  $c$  é positivo, mas tende a assumir valores reduzidos comparativamente a  $a$  e  $b$ . Já o termo independente  $d$  incorpora, entre outros, os efeitos das inovações, progresso tecnológico, expansão dos mercados e outras variáveis autônomas.

Denominando de  $F$  o investimento em capital fixo, Kalecki adota a hipótese de que as decisões de investir do período  $t$  irão se materializar em produção e renda e em ampliação do estoque de capital fixo após um retardo  $\tau$ , ou seja:

$$F_{t+\tau} = D_t \quad (2)$$

Esse retardo entre as decisões de investir e a entrega do equipamento inclui tanto o tempo de reação dos empresários às modificações nas variáveis correntes, como também o tempo médio de construção dos equipamentos. Além disso, essa hipótese implica que o "efeito demanda" do investimento, ou seja, a geração de produção e renda, e o "efeito capacidade produtiva" (ampliação do estoque de capital fixo) são coincidentes,<sup>(5)</sup> isto é:

$$\Delta K_t = F_t - d = f_t \quad (3)$$

onde  $d$  é a depreciação do equipamento, suposta constante, e  $f_t$  é a formação líquida de capital fixo.

(5) Na versão apresentada em KALECKI (1993), esse retardo era decomposto em dois subperíodos: o hiato de tempo entre as decisões de investir e a demanda gerada pelas mesmas (produção do equipamento de capital), e o hiato entre a produção e a efetiva incorporação do equipamento ao estoque de capital fixo (entrega).

Quanto ao investimento e estoques, Kalecki assume que o "princípio da aceleração" constitui uma aproximação razoável, sendo possível supor uma relação direta entre a formação de estoques,  $J$ , e a taxa de variação da produção bruta  $\Delta O_t / \Delta t$ , através de um acelerador  $e$ .

Adicionalmente, supõe um retardo  $\theta$  na reação dos empresários frente à variação da produção, ou seja:

$$J_{t+\theta} = e \left( \frac{\Delta O_t}{\Delta t} \right) \quad (4)$$

Kalecki assume, também, as hipóteses simplificadoras de que tanto as transações com o exterior como o orçamento governamental são equilibrados e que os trabalhadores não poupam. Como simplificação, adotaremos a hipótese adicional de que inexistente lapso de tempo significativo entre os lucros e o consumo dos capitalistas.

Utilizando as equações de (1) a (4) e as demais equações de comportamento formuladas por Kalecki na teoria dos lucros e da renda nacional,<sup>(6)</sup> chega-se a:

$$i_{t+\theta} = [a / (1 + c)] i_t + u (\Delta i_t / \Delta t) + g \quad (5)$$

onde:

$$u = [1 / (1 + q)] [b' + e / (1 - a)] \quad (6)$$

$$g = d' - d [1 - a / (1 + e)] \quad (7)$$

$$b' = b / (1 + c) \quad (8)$$

A equação (5) representa a formulação matemática básica da versão de 1954 da teoria dos ciclos de Kalecki.<sup>(7)</sup> É com base nessa equação funcio-

(6) Ver apêndice 1 para dedução mais explícita da equação 5.

(7) A equação resultante é:  $i_{t+\theta} = [a / (1 + c)] i_t + u (\Delta i_{t-w} / \Delta t)$ . A diferença em relação à equação (5) está em  $w$ , visto estarmos adotando a hipótese de inexistência de lapso de tempo entre o consumo dos capitalistas e os lucros auferidos, e em  $g$ , que, conforme mostraremos adiante, é suposto nulo. Ver KALECKI (1954, cap. 11).

nal que Kalecki tenta descrever o mecanismo do ciclo econômico. De fato, o autor limita-se a replicar os movimentos que estariam implícitos nas características dessa equação funcional, utilizando argumentos tais como:

*"De fato, o primeiro componente  $i_{t+\theta}$ , isto é,  $[a/(1+c)]i_t$ , é mais baixo que  $i_t$ , porque supusemos que o coeficiente  $a/(1+c)$  era menor que 1; e isso tende a reduzir  $i_{t+\theta}$  abaixo do nível de  $i_t$ . Por outro lado, o segundo componente  $u (\Delta i_{t-w} / \Delta t)$  é positivo, porque  $i$  estava crescendo antes de alcançar o nível de  $i_t$ , e isso tende a aumentar acima de  $i_{t+\theta}$ . Há, portanto, duas alternativas no caso: que os coeficientes  $a/(1+c)$  e  $u$  são tais que a elevação do investimento afinal se detém no ponto C [relativo ao auge do ciclo]; ou que a elevação continua [até o nível de plena utilização da capacidade]."* (KALECKI, 1954, p. 102-103).

Esse tipo de argumentação, que deduz os resultados apenas das características das equações, sem sequer situá-los no espaço macroeconômico abrangido pelo modelo, não possibilita a resposta adequada à completa explanação das flutuações endógenas.

A solução da equação funcional (5), admitindo-se as hipóteses de que " $\theta = \Delta t = 1$ "; que " $g = 0$ ", ou seja, que o investimento total pode permanecer estável no nível da depreciação do equipamento; e que a função temporal resultante apresenta flutuações cíclicas, o que requer que a condição " $0 < a/(1+c) < 1$ " seja satisfeita; pode ser expressa por:<sup>(8)</sup>

$$i_t = u^{1/2} [A_1 \cos.(wt) + A_2 \text{sen} (wt)] \quad (9)$$

onde

$$w = \arccos [a/(1+c) + u] / 2u^{1/2} \quad (10)$$

A função temporal (9) representa a trajetória cíclica do investimento líquido, onde  $u$  é o fator de amortização,  $A_1$  e  $A_2$  são constantes arbitrárias e

(8) Essa solução é obtida aplicando-se, na equação em que os números complexos são expressos em suas formas trigonométricas equivalentes, o teorema de De Moivre, que fornece o tratamento para potências de números complexos. A restrição é mostrada no apêndice 2.

$w$  é um ângulo em radianos. Os ciclos do investimento apresentarão flutuações de amplitude constante (flutuações regulares), crescente (flutuações explosivas) ou decrescentes (flutuações amortecidas) conforme o valor de  $u$  seja igual, superior ou inferior à unidade, respectivamente. Além disso,  $A_1$  e  $A_2$  e  $u$  determinam a amplitude dessas oscilações, e o período de cada ciclo corresponde a " $2\pi/w$ " unidades de tempo.

A derivação da função temporal do investimento permite identificar que " $0 < a/(1+c) < 1$ " é condição necessária à ocorrência de ciclos, restando analisar o significado da mesma. Essa restrição implica que a sensibilidade das decisões de investir relativamente às variáveis correntes  $S_t$  e  $f_t$ , expressa a partir de  $a$  e  $c$ , respectivamente, deve ser tal que o "efeito demanda" presente em  $S_t$  através do investimento seja atenuado pelo "efeito capacidade produtiva", fazendo com que as decisões de investir não absorvam a totalidade do primeiro efeito.

Tais resultados permitem apenas concluir que a origem dos movimentos cíclicos é endógena, e que a dualidade do investimento assume importante papel na determinação desses movimentos. Permanece, ainda, para serem respondidas duas questões fundamentais, a saber: quais os fatores responsáveis pela geração e manutenção das flutuações, e como opera o mecanismo do ciclo econômico. Cabe salientar que a primeira questão tem, como resposta parcial, a dualidade do investimento, mas os resultados da análise não permitem identificar com precisão a forma pela qual opera esse fator.

O tratamento matemático à equação funcional do investimento, apresentado nesta seção, foi também aplicado por Possas e Baltar.<sup>(9)</sup> A dificuldade em analisar a dinâmica cíclica os conduziu a conclusões equivocadas, como, por exemplo, que "*Tal movimento [das variáveis em torno de uma posição de equilíbrio estacionário] se aplica, em linhas gerais, pela ação intrinsecamente defasada dos investimento ao impulsionar a demanda efetiva e ao acrescentar capacidade produtiva, ampliando o estoque de capital*". (POSSAS & BALTAR, 1981, p. 147). Sabe-se que, na versão de 1954 do modelo de ciclo de Kalecki, é adotado o suposto de que a produção dos equipamentos (geração de demanda efetiva) é coincidente com a entrega dos mesmos (ampliação do estoque de capital), conforme mostra a equação (3). Portanto, a argumentação dos

(9) Ver POSSAS & BALTAR (1993, p. 16-23), e POSSAS (1987, p. 146-154).

mesmos para explicar o mecanismo motivador das oscilações é inconsistente com as próprias hipóteses do modelo.

Essa inconsistência foi, posteriormente, superada na análise de Possas a respeito dos determinantes do investimento, onde o autor coloca que o modelo assume a hipótese de que a produção e a entrega do equipamento de capital são coincidentes no tempo.(POSSAS, 1987, p. 125) Ele conclui que:

*"[...] tudo o que importa é a incidência [...] de influências defasadas, positivas (associadas à variação do nível de atividade) e negativas (associadas à variação da capacidade produtiva), sobre o investimento - em resumo, variações no grau de utilização da capacidade - para que ela desencadeie flutuações periódicas em torno da tendência estabelecida por seus componentes 'exógenos', seja qual for."(POSSAS, 1987, p. 158)*

Apesar dessa tentativa de identificar os elementos motivadores das flutuações periódicas, Possas não mostra de que forma esses elementos geram a dinâmica cíclica e, principalmente, como opera o mecanismo do ciclo econômico. De fato, como bem colocara Possas e Baltar:

*"A dificuldade de explicá-lo [o movimento cíclico] provém não tanto da carência de imagens verbais suficientemente acessíveis à intuição, senão da própria natureza desse movimento enquanto objeto de reflexão teórica, que requer um estilo de raciocínio intrinsecamente dinâmico para que seja adequado ao objeto em questão".(POSSAS & BALTAR, 1981, p. 148)*

Verifica-se, portanto, que a explicação do mecanismo do ciclo econômico requer a construção de uma forma analítica que permita identificar as inter-relações dinâmicas entre as variáveis básicas do modelo, especialmente aquelas diretamente vinculadas à demanda efetiva em seus diferentes estágios. Uma vez explicitadas essas inter-relações dinâmicas, torna-se possível desenvolver o raciocínio dinâmico necessário ao entendimento do mecanismo do ciclo econômico.

## 2. Reinterpretação do Modelo de Ciclo Econômico de Kalecki: Uma Exploração a partir das Inter-Relações Dinâmicas das Variáveis Endógenas

Uma das conclusões a que se pode chegar a partir da análise desenvolvida na seção precedente é que, apesar de permitir algumas conclusões interessantes, a explicação dos movimentos cíclicos, tomando como base exclusivamente a equação funcional e/ou a função temporal do investimento bruto total, não permite a identificação e análise dos fatores que geram tal padrão de evolução temporal, bem como do mecanismo do ciclo econômico. Logo, balizar a análise de mecanismo do ciclo econômico unicamente no comportamento do investimento, sem considerar as inter-relações dinâmicas entre as variáveis do modelo, inviabiliza a descrição adequada do fenômeno, e acaba engendrando o risco de se incorrer em um raciocínio puramente tautológico, ou mera descrição da trajetória temporal gerada por uma equação funcional.

Isto posto, procurar-se-á formalizar o modelo de ciclo econômico de Kalecki de forma que seja possível explorar os elementos e a dinâmica subjacentes à geração de flutuações endógenas. Partindo de sua forma estrutural e da função temporal do investimento líquido, pretende-se determinar as funções temporais das demais variáveis endógenas.

Cumprir lembrar que o modelo opera com períodos de tempo discretos, igualmente espaçados entre si e que, por hipótese, admite-se intervalo de diferença unitária, ou seja, que o comprimento do intervalo entre cada período discreto é igual a 1 ( $\Delta t = 1$ ). Além disso, como se sabe, equações em diferenças finitas admitem infinitas soluções, cada qual dependente do valor de  $t$ , entre 0 e 1, que se elege para servir como ponto de origem à contagem do tempo. O referencial aqui adotado é " $t = 0$ "

Empregando propriedades trigonométricas básicas é possível redefinir a função temporal (9) em termos de apenas uma função circular. De fato, fazendo " $A_1 = A \cos(e)$ " e " $A_2 = A \sin(e)$ ", obtém-se:

$$i_t = u^{t/2} A \cos(\omega t - e) \quad (11)$$

onde 
$$e = \arctg(A_2/A_1) \quad (12)$$

Essa transformação de (9) em (11) nada mais é do que a redefinição do número complexo implícito em (9) em termos de coordenadas cartesianas para coordenadas polares. Os parâmetros  $A$  e  $e$  são constantes arbitrárias - assim como  $A_1$  e  $A_2$  em (9) - que dependem dos valores iniciais fixados para o investimento,  $i$ , sendo que  $e$  determina a fase da oscilação cíclica - ponto de início do ciclo ou origem.

Apesar da forma funcional de (9) ser mais conveniente para a determinação das constantes arbitrárias do que a função (11), esta última apresenta a vantagem analítica de permitir rápida identificação dos períodos de tempo em que o investimento total assume valores máximos e mínimos, especialmente no que se refere aos ciclos de amplitude constante. De fato, quando o parâmetro  $u$  é unitário e " $A > 0$ ", máximo investimento requer " $\cos(wt - e) = 1$ ", o que acontece sempre que o argumento da função co-seno for nulo, ao passo que o investimento é mínimo quando o argumento é igual a  $\pi$ . Portanto, o investimento é máximo em " $t = e/w$ " e mínimo em " $t = (\pi + e)/w$ ", supondo " $A > 0$ ". Quando " $A < 0$ " invertem-se as posições.

Definindo  $t^*$  como inteiro mais próximo de  $t$ , e sabendo que  $N$  representa o conjunto dos números inteiros positivos, a equação (11) implica que, sendo  $A$  positivo, o investimento será máximo ou mínimo para valores de  $t^*$  associados a " $t = [(2n\pi + e)/w]$ " e " $t = [((2n-1)\pi + e)/w]$ ", respectivamente, sendo o raciocínio inverso quando " $A < 0$ ", dado  $n$  pertencente a  $N$ .

Como o modelo opera com tempo discreto e é composto de uma série de equações funcionais definidas para valores inteiros da variável tempo, os máximos e mínimos do investimento ocorrem em pontos discretos do tempo, sendo essa a razão de definirmos esses pontos como o inteiro mais próximo do valor de  $t$ . Para " $u \neq 1$ ", ou seja, quando a amplitude do ciclo é explosiva ou amortecida, os máximos e mínimos do investimento ocorrem para  $t^*$  associados a " $t = \{[(2n-1)\pi + e + n]/w\}$ " e " $t = [(2n\pi + e + n)/w]$ ", respectivamente, sendo " $n = \arctg[\ln(u)/2w]$ ".

Com base nas equações da forma estrutural do modelo é possível determinar as funções temporais das demais variáveis endógenas, cujas características, mantida a condição necessária à geração de ciclos, serão análogas às características da função temporal do investimento.<sup>(10)</sup>

(10) É conveniente ressaltar que as funções a serem apresentadas são derivadas tomando como base o investimento líquido total, e que, portanto, o referencial de contagem de tempo e o comprimento

Dada a hipótese adotada para a formação de estoques, a função que descreve a trajetória temporal dessa variável, obtida a partir da função temporal do investimento líquido total, pode ser representada como se segue

$$J_t = u^{t/2} Z A \cos(wt + m - e) \quad (13)$$

onde

$$Z = Xu^{-1} [1 - a/(1+c)]^{1/2} \quad (14)$$

$$X = eM \quad (15)$$

$$m = \arccos[m_n/m_d] \quad (16)$$

$$m_n = \{2u - [a/(1+c)][u+a/(1+c)]\}$$

$$m_d = \{2u[1-a/(1+c)]^{1/2}\}$$

As quatro últimas equações mostram que o padrão e o período das flutuações do investimento em estoques são idênticos aos do investimento líquido total. Essas flutuações ocorrem em torno do valor médio nulo, embora a amplitude das mesmas seja inferior à do investimento total, posto que  $Z$  é inferior à unidade. Tal parâmetro consiste no acelerador "e" ponderado pelo multiplicador do investimento  $M$  e por uma parcela que reflete a defasagem da influência do investimento líquido sobre a formação de estoques do período corrente.

Além disso, pela equação (13) nota-se que os ciclos do investimento em estoques são adiantados em relação às flutuações do investimento total em uma fração "m/w" de um período de tempo, já que sua fase é superior em  $m$  à fase dos ciclos de investimento, significando que cada ciclo desta última variável inicia "m/w" períodos depois do início do ciclo de formação de estoques. Esse adiantamento resulta da adoção do princípio do acelera-

---

de cada intervalo discreto são os mesmos definidos para a função do investimento. Conseqüentemente, todas as demais variáveis e seus respectivos retardos estão atrelados a esse mesmo padrão de referência temporal.

dor como hipótese de comportamento das decisões de formação de estoques. Conseqüentemente, a variação capta, com um período de defasagem, o perfil de evolução do produto bruto ao longo das distintas fases do ciclo.

Como aproximação razoável, pode-se dizer que, quando o produto está em determinada fase<sup>(11)</sup> de seu ciclo, sua diferença primeira estará num ponto correspondente na fase seguinte, ou seja, estará adiantada em aproximadamente uma fase do ciclo. Uma vez que o investimento em estoques responde, com retardo de um período, à diferença primeira do produto bruto, é possível concluir que os ciclos do primeiro são adiantados em um número de períodos inferior, em uma unidade, àquele correspondente a cerca de uma fase do ciclo.<sup>(12)</sup>

É interessante observar que tanto Kalecki, quando apresentou o modelo de ciclo econômico de 1954, quanto autores contemporâneos,<sup>(13)</sup> que se propuseram a analisá-los, balizaram a explicação do mecanismo do ciclo econômico na dinâmica do investimento total, quando se sabe ser o investimento em capital fixo a variável que constitui o fundamento por trás da geração desse padrão de comportamento. De fato, o próprio Kalecki, na primeira versão da teoria que desenvolveu sobre o assunto, (KALECKI, 1933, p. 29-41) focalizou a atenção nos diversos aspectos subjacentes à formação de capital fixo, abstraindo o investimento e estoques, o que lhe permitiu isolar e explicar com maior clareza as forças que geram os movimentos cíclicos.

O modelo de 1954 também permite uma análise dinâmica mais aprofundada sob a ótica da formação de capital fixo, pois a própria condição necessária à existência de ciclos no investimento total - " $a/(1+c) < 1$ " - está diretamente relacionada com uma das etapas de formação de capital, ou

---

(11) A divisão do ciclo em fases, embora arbitrária, é empregada a fim de facilitar a exposição. A caracterização aqui adotada para cada fase, diferente da apresentada por Kalecki, constitui a **expansão**, período no qual o investimento supera as necessidades de reposição, crescendo a taxas decrescentes; a **recessão**, quando o investimento bruto é ainda superior à depreciação, mas decresce a taxas crescentes; a **depressão**, quando o investimento bruto é inferior à depreciação e decresce a taxas decrescentes; e a **recuperação**, quando o investimento bruto, embora inferior à depreciação, cresce a taxas crescentes.

(12) Somente quando " $u = a/(1+c)$ ", o retardo da diferença primeira do investimento total  $e$ , portanto, do produto, é igual a 1/4 do período do ciclo. Apenas nesse caso é possível afirmar, com precisão, que os ciclos da diferença primeira dessas variáveis são adiantadas em uma fase relativamente aos ciclos do produto.

(13) Podemos citar, como exemplo, JOBIM (1984) e POSSAS (1987).

seja, as inversões em equipamento de capital enquanto decisões tomadas pelos empresários. O investimento bruto em capital fixo como função do tempo, pode ser representado como:

$$F_t = u^{t/2} H A \cos(wt - j - e) + d \quad (17)$$

onde:

$$H = \{(u-X)^2 - X^2[a/(1+c)] + X[a/(1+c)][u+a/(1+c)]\}^{1/2} u^{-1} \quad (18)$$

$$j = \arctg[j_n/j_d] \quad (19)$$

$$j_n = \{[Xa/(1+c)]\{4u - [u + a/(1+c)]^2\}^{1/2}$$

$$j_d = 2u^2 - X\{2u - [a/(1+c)][u + a/(1+c)]\}$$

Pela função (17) nota-se que tanto o padrão de amortecimento como o período dos ciclos da formação bruta de capital fixo são idênticos aos do investimento, e que também o valor médio em torno do qual ocorrem as flutuações corresponde à depreciação do estoque de capital fixo, embora a amplitude dessas oscilações represente uma proporção  $H$  da amplitude relativa aos ciclos das inversões totais. Além disso, tal função indica que os movimentos cíclicos da formação de capital fixo são atrasados em " $j/w$ " de um período de tempo relativamente ao investimento total, ou seja, a fase da oscilação, ou ponto em que ela inicia, ocorre " $j/w$ " unidades de tempo depois do início do ciclo do investimento total.

A interpretação do retardo das inversões em equipamentos,  $j$ , assim como do avanço  $m$  explícito na função temporal do investimento em estoques, requer a redefinição das funções temporais de forma que as mesmas apresentem a mesma fase que a função derivada para o investimento total. Primeiramente, a função (13), que expressa o comportamento temporal da formação de estoques, pode ser expressa como:

$$J_t = u^{(t+m/w)/2} Z' A \cos(wt + m - e) \quad (20)$$

onde

$$Z' = u^{-m/2w} Z$$

Esses resultados mostram que o investimento em estoques do período  $t$  corresponde a essa mesma variável, definida na origem determinada por  $e$ , à qual se aplica um avanço de tempo fixo " $m/w$ ". De fato, definindo-se como  $e$  a fase da função temporal do investimento em estoques, resulta  $J'_t = u^{t/2} Z' A \cos(wt - e)$ . Adiantando essa função em " $m/w$ " períodos, a resultante corresponde exatamente a (20), ou seja:  $J_t = J'_{(t + m/w)}$ , o que implica  $J'_t = J_{(t - m/w)}$ .

Adotando o mesmo procedimento para o investimento bruto em capital fixo, tem-se:

$$F_t = u^{(t-j/w)/2} H' A \cos(wt - e) + d \quad (21)$$

onde  $H' = u^{j/2w} H$

Essa função também resulta de sua redefinição em termos de uma fase idêntica à do investimento total, defasada em " $j/w$ " unidades de tempo. Desta forma, fazendo  $F'_t = u^{t/2} H' A \cos(wt - e) + d$  verifica-se que  $F_t = F'_{(t-j/w)}$ , ou  $F'_t = F_{(t+j/w)}$ .

Sendo o investimento líquido total a soma das inversões em estoques e em equipamento de capital, cujas funções temporais são definidas por (20) e (21), deduzida a depreciação, conclui-se que, dada a origem do ciclo determinada pela fase  $e$ , o investimento total do período  $t$  engloba a formação de estoques de " $t + m/w$ " e as inversões em equipamento realizadas em " $t - j/w$ ".

Neste ponto, é possível definir as primeiras inter-relações temporais entre as variáveis do modelo. Primeiramente, tendo sido o investimento total adotado como referencial para a determinação das funções temporais das demais variáveis, estas são datadas da mesma forma que o investimento, pois a variável  $t$  é a mesma em todas as funções.

As funções (20) e (21) mostram, respectivamente, que a formação de estoques e o investimento em capital fixo apresentam defasagens sistemáticas relativamente ao investimento total. Sendo o investimento total a soma da formação de capital fixo com o investimento em estoques  $e$ , sabendo-se que esta última é função da variação do produto defasado em um período, resta determinar o comportamento temporal dos fatores que explicam as

inversões em capital fixo, ou seja, as decisões de investir. Estas constituem, em última instância, o fator que determina o padrão de comportamento temporal de todas as demais variáveis do modelo, o que é uma conclusão lógica em se tratando de uma abordagem dinâmica baseada no princípio da demanda efetiva.

Considerando a equação (1), a respeito das decisões de investir dos empresários, e ainda que o modelo permite expressar todas as suas variáveis componentes em termos do investimento total, obtém-se a seguinte função temporal para  $D_t$ :

$$D_t = u^{(t+h/w)/2} N' A \cos(\omega t + h - e) + d \quad (22)$$

onde:

$$h = \arctg [h_n/h_d] \quad (23)$$

$$h_n = \{bu + [cXa/(1+c)](1-q)\{4u - [u+a/(1+c)]^2\}^{1/2}\}$$

$$h_d = (h_{d1} + h_{d2})$$

$$h_{d1} = (1-q)\{2u^2(a-c) + Xc\{2u - [a/(1+c)][u+a/(1+c)]\}\}$$

$$h_{d2} = (1-q)\{bu[u + a/(1+c)]\}$$

$N'$  representa a ponderação dos multiplicadores e parâmetros de sensibilidade pelas defasagens correspondentes do investimento líquido total.

Conforme a equação (22), " $h/w$ " constitui a defasagem sistemática entre as flutuações das decisões de investir por unidade de tempo e o investimento líquido total. Portanto, " $(j + h)/w$ " equivale ao hiato  $\tau$ , ou seja, à distância horizontal entre a curva temporal das decisões de investimento em capital fixo por unidade de tempo,  $D$ , e a curva temporal da formação bruta de capital fixo  $F$ . De fato, a partir do instante em que os empresários decidem ampliar a capacidade produtiva, a produção dos bens encomendados irá gerar demanda, via efeito multiplicador, e ampliar a capacidade produtiva  $\tau$  unidades de tempo depois, visto que, por hipótese, a produção e renda geradas pelas decisões de investir são consideradas coincidentes

com a entrega do equipamento (ampliação do estoque de capital). Assim, a produção e ampliação do estoque de equipamento do período  $t$ ,  $F_t$ , correspondem às decisões de investimento tomadas no período " $t - (h+j)/w$ ".

Essas defasagens são de fundamental importância, pois permitem determinar o mecanismo do ciclo econômico. Iniciando a análise no ponto do tempo em que o investimento em capital fixo é nulo, abstraindo o investimento em estoques, as decisões de ampliação de capacidade produtiva formadas nesse ponto  $t$  irão gerar demanda, expandindo a renda e, conseqüentemente, os lucros " $(h + j)/w$ " períodos depois, quando também ocorre a expansão da capacidade produtiva via incremento no estoque de capital. Como " $(h + j)/w > 1$ ", as decisões de investir do período corrente irão provocar mudança na taxa de lucros após o início do período de produção subsequente, o que implica que as decisões de investir do período " $t+1$ " ainda não sofrem influência do produto e ampliação da capacidade produtiva decorrentes das decisões de investir do período  $t$ . No período " $t + 2$ ", as decisões de investir em capital fixo captam as mudanças no investimento e estoque de capital gerados pelas decisões tomadas no período  $t$ , embora não sejam afetadas pelas decisões de investir de " $t + 1$ ".

Esse mecanismo continua durante a fase de expansão, produzindo um crescimento a taxas decrescentes em virtude do aspecto dual do investimento, captado nas decisões de ampliação da capacidade produtiva através dos parâmetros de sensibilidade  $a$ ,  $b$  e  $c$ . Quando a expansão do estoque de capital é suficientemente elevada para compensar os efeitos expansionistas que o investimento exerce sobre as decisões de investir, via acumulação de capital pelas empresas e via expansão nos lucros, estas param de crescer atingindo o auge de seu ciclo.

Contudo, sendo " $(h+j)/w$ " superior à unidade, o investimento em capital fixo continua crescendo por mais um período de tempo. Isso implica que o auge do ciclo da formação de capital fixo ocorre " $(h+j)/w$ " períodos depois do auge do ciclo das decisões de investir. Como o modelo opera com tempo discreto, o ponto de máximo do ciclo do investimento em capital fixo

ocorre com uma defasagem de um período relativamente ao máximo do ciclo das decisões de investir.

As decisões de investir não permanecem estacionadas no nível do auge do ciclo, mas iniciam um período de redução em virtude da defasagem entre D e F. A partir do máximo das decisões de investir, as inversões em equipamento de capital crescem por mais um período e, conseqüentemente, o incremento do estoque de capital fixo passa a sobrepujar o efeito demanda expansionista, levando os empresários a contraírem as decisões de ampliação da capacidade produtiva, iniciando-se, assim, a fase de recessão.

Na recessão, a dualidade do investimento opera sobre as decisões de investir de forma que a ampliação do estoque de capital fixo reforça o efeito demanda resultante da retração do investimento, a qual produz redução na acumulação de capital das empresas e variação negativa nos lucros, explicando a tendência de redução a taxas crescentes das decisões de investir nessa fase.

Já na depressão, a diminuição do estoque de capital fixo devida à sua depreciação amortiza o impacto negativo que a redução do investimento exerce sobre as decisões de investir, gerando nas mesmas uma tendência de decrescimento a taxas decrescentes. Esse processo continua até que a depreciação do estoque de capital é suficientemente elevada para compensar o efeito demanda negativo, levando os empresários a decidirem não mais reduzir o investimento em equipamento produtivo.

Novamente, o hiato entre D e F explica porque as decisões de investir não estacionam no nível mínimo que atingiram no vale: a formação de capital continua apresentando redução no período subsequente ao mínimo das decisões de investir e a depreciação do estoque de capital passa a sobrepujar o efeito demanda negativo, gerando a reversão cíclica e o início da fase de recuperação.

Na recuperação, o efeito demanda e a depreciação do estoque de capital operam no mesmo sentido, qual seja, o de estimular os empresários a ampliarem a capacidade produtiva. Explica-se, assim, a tendência de crescimento a taxas crescentes das decisões de investir até que estas atingem o nível de depreciação, quando começa novo ciclo com o início da fase de expansão.

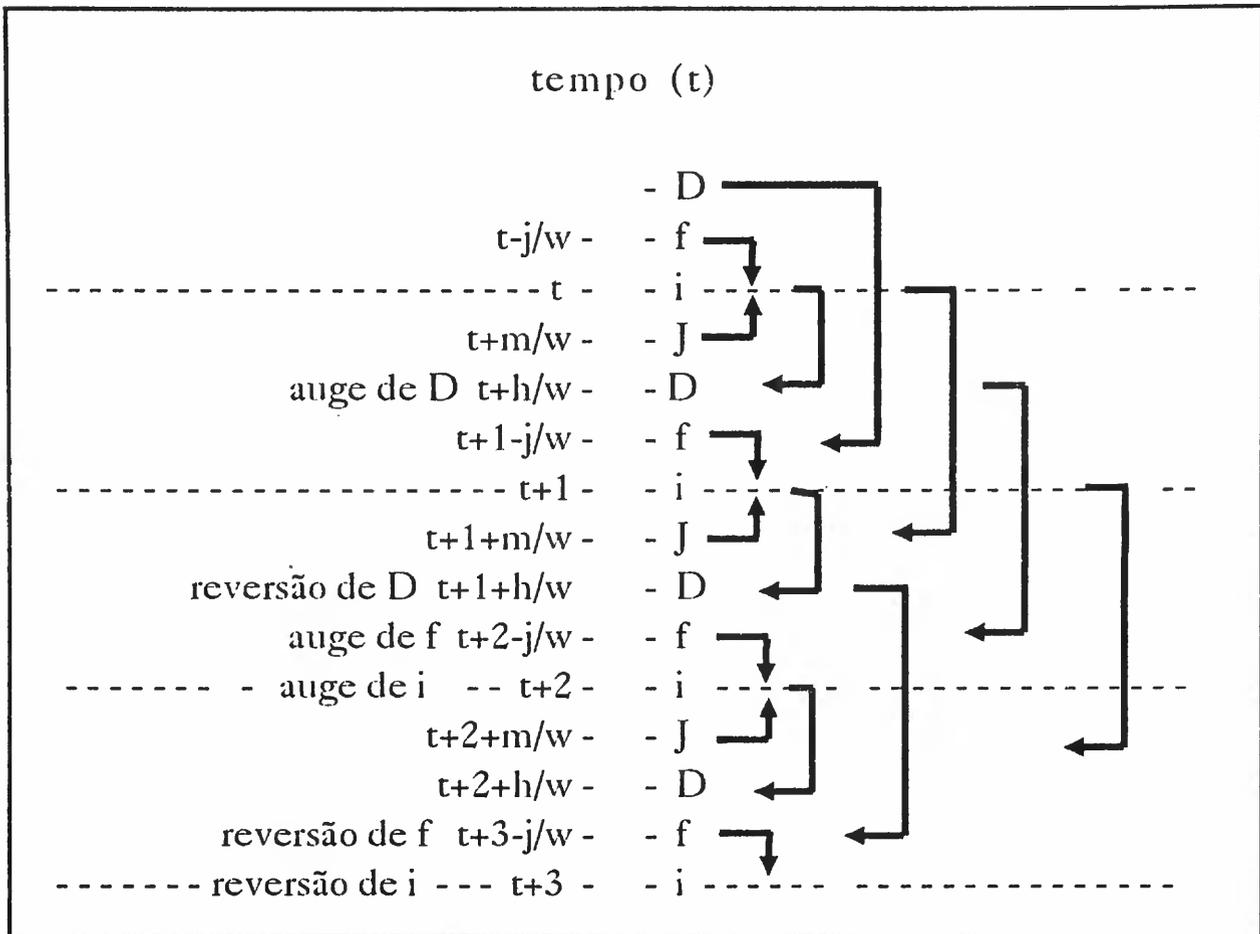
Em suma, os movimentos cíclicos gerados no modelo são explicados, basicamente, pelo caráter dual do investimento e pelo retardo  $\tau$  entre as decisões de investir e sua materialização em demanda e ampliação do estoque de equipamento, captados na hipótese acerca das decisões de investir. A análise desenvolvida para explicar o mecanismo do ciclo desconsiderou a formação de estoques, que constitui também elemento componente da demanda efetiva. Ao incorporar a hipótese de comportamento para o investimento em estoques com base no princípio da aceleração não se introduz modificações na mecânica do ciclo. De fato, ao introduzir o investimento em estoques, reduz-se o hiato entre as decisões de investir em capital fixo e o investimento total, que passa a corresponder a " $h/w$ ". O aspecto dual das inversões em equipamento de capital também afeta a formação de estoques, embora indiretamente através do efeito multiplicador do investimento que é, em parte, determinado pelas decisões de investir em capital fixo, sobre as quais repercute indiretamente o caráter contraditório desse investimento. Portanto, o mecanismo do ciclo econômico, particularmente sua reversão, é determinado pelas inversões em equipamentos de capital em suas três fases: decisão dos empresários, geração de demanda e ampliação de capacidade produtiva, sendo as duas últimas coincidentes no tempo, por hipótese.

O mecanismo do ciclo econômico descrito acima é ilustrado no diagrama apresentado a seguir, através do qual procura-se mostrar as inter-relações dinâmicas entre as variáveis mencionadas. É certo que a posição das variáveis na linha de tempo é arbitrária, pois admite-se, como exemplo, " $(m/w) < (h/w) < (1-j/w)$ ". Contudo, a posição relativa das variáveis  $J$ ,  $D$  e  $f$  não afeta a análise, sendo mais relevantes as relações que essas variáveis estabelecem entre si.<sup>(14)</sup>

---

(14) Cabe salientar que essa exposição é um tanto arbitrária visto estarmos trabalhando com tempo

## DIAGRAMA REINTERPRETATIVO DO MECANISMO DO CICLO ECONÔMICO



Caso fosse adotado o suposto de estoques agregados constantes ao longo do ciclo, assim como no modelo apresentado por Kalecki (1933), nenhuma modificação significativa seria introduzida ao modelo. De fato, fazendo " $J_t = J$ ", as condições para peração de ciclos, obtidas através do tratamento matemático do modelo na seção anterior, são idênticas, ou seja, " $0 < a/(1+c) < 1$ ". Os resultados são semelhantes, sendo a única diferença o fato de que o parâmetro  $u$  é tal que " $u = b/[(1+c)(1-q)]$ ", pois elimina-se da equação de determinação de  $u$  a parcela referente ao investimento em estoques, " $e/[(1-q)(1-a)]$ ". De qualquer forma, ao longo do ciclo econômico tudo se passa como se os empresários procurassem ajustar a capacidade produtiva no nível de demanda, mas, em virtude da defasagem entre as

---

discreto, o que não permite traçar uma linha de tempo contínua, mas simplesmente pontos na dimensão do tempo. Contudo, para efeito de ilustração do raciocínio dinâmico, julgamos pertinentes ousar nessa direção.

decisões de investir em capital fixo e sua materialização, esse ajuste nunca é alcançado.

As características do modelo também permitem a explicitação do mecanismo do ciclo econômico a partir da flutuação do nível de utilização da capacidade produtiva. Esse tipo de análise possibilita a visualização das tendências de convergência e posterior afastamento entre o produto efetivo e o potencial ao longo do ciclo econômico.

Supondo dada a tecnologia - o que vai ao encontro dos supostos básicos do modelo, que procura interpretar a dinâmica cíclica abstraindo a tendência de crescimento - e que a mesma possa ser expressa em termos de uma função de produção agregada do tipo "Leontief" com coeficientes fixos, e admitindo que o capital constitui o fator limitativo, é possível exprimir a produção potencial da economia,  $O_t^p$ , como o produto do estoque de capital total,  $K_t^T$ , pelo inverso da relação incremental capital-produto,  $v$ , ou seja:

$$O_t^p = K_t^T v^{-1} \quad (24)$$

A função resultante para o estoque de capital fixo é:

$$K_t = u^{(t-r/w)/2} S' A \cos(wt-r-e) + L \quad (25)$$

onde:

$$S = (S_n/S_d) \quad (26)$$

$$S_n = \{(u-X)^2 - X^2[a/(1+c)] + X[a/(1+c)][u+a/(1+c)]\}^{1/2}$$

$$S_d = \{u[1-a/(1+c)]\}^{1/2} u^{-r/2w}$$

$$r = \arctg[r_n/r_d] \quad (27)$$

$$r_n = \{[4u - [u+a/(1+c)]^2]^{1/2} \{X[1-a/(1+c)] - u\}$$

$$r_d = \{u [a/(1+c) - u] + X[1-a/(1+c)][u + a/(1+c)]\}$$

$L$  = nível médio do estoque de capital.

As equações acima mostram que o estoque de capital fixo apresenta ciclos de igual período e padrão, e amplitude proporcional a  $S'$  relativamente aos ciclos do investimento líquido total. Adicionalmente, as flutuações do estoque de capital fixo incorporam um retardo sistemático " $r/w$ " em relação às flutuações do investimento total e renda.<sup>(15)</sup>

Para o estoque de capital total,  $K_t^T$ , que corresponde à soma do estoque de capital fixo com investimento em estoques, obtém-se a seguinte função temporal:

$$K_t^T = u^{(t-s/w)/2} Q' A \cos(wt-s-e) + L \quad (28)$$

onde:

$$Q' = \{[u^{(1/2)[1+(s/w)]}/[1-a/(1+c)]]^{1/2}\} \quad (29)$$

$$s = \arctg\{[4u - [u + a/(1+c)]^2]^{1/2}/[u - a/(1+c)]\} \quad (30)$$

Segundo o conjunto de equações acima, a função temporal do estoque de capital total apresenta ciclos de igual período e padrão e amplitude proporcional a  $Q'$  comparativamente aos ciclos do investimento total. Além disso, " $s/w$ " constitui o retardo sistemático entre o ciclo do estoque de capital total e do investimento e renda.

Combinando a função (28) com a equação (24), obtém-se a função temporal do produto potencial da economia,  $O_t^P$ , que apresenta características idênticas à função (28), exceto pela amplitude que passa a ser dividida pela relação incremental capital-produto:

$$O_t^P = u^{(t-s/w)/2} Q'' A \cos(wt-s-e) + L'' \quad (31)$$

(15) Esse retardo " $r/w$ " é superior ao da formação de capital fixo " $j/w$ ", pois este último corresponde à diferença primeira ( $\Delta K_t$ ) do estoque de capital fixo.

onde:

$$Q'' = Q'v^{-1}$$

$$L'' = L'v^{-1}$$

É possível, tomando como base a função (31), reinterpretar as características da mecânica do ciclo econômico em termos dos deslocamentos relativos entre essas duas variáveis. As flutuações do nível de utilização da capacidade produtiva são bastante semelhantes às do investimento total e renda, embora, em virtude do retardo do ciclo do estoque de capital total, incorporem um pequeno avanço sistemático em relação aos ciclos dessas variáveis. Em linhas gerais, as reversões cíclicas ocorrem praticamente no mesmo período, o que torna a análise precisa quando se trabalha com períodos de tempos discreto. Essas flutuações do nível de utilização da capacidade produtiva mostram que os empresários nunca logram um ajuste do nível de investimento, através de suas decisões de investimento em capital fixo e variável, a um dado nível desejado de utilização da capacidade produtiva. Em outras palavras, os capitalistas não conseguem ajustar a demanda efetiva ao grau desejado de utilização do potencial produtivo. Como bem colocam Possas e Baltar:

*"Nunca se alcança um ajuste efetivo do nível de investimento e, portanto, dos lucros e da renda, ao nível desejado de utilização da capacidade produtiva instalada em cada momento. É como se a economia em seu conjunto, devido à presença da concorrência capitalista, estivesse perseguindo um alvo ('equilíbrio') que, entretanto, por ser móvel, nunca é alcançado".*(POSSAS & BALTAR, 1981, p. 147)

Os fatores que explicam esse comportamento são, novamente, o caráter dual do investimento e a defasagem sistemática entre as decisões de investir e sua materialização em demanda e variação da capacidade produtiva. Quando os empresários decidem investir, esse investimento se concretiza apenas no período seguinte quando, além de se realizar em demanda, incrementando os lucros e a renda, faz também variar o estoque de capital, modificando, conseqüentemente, a capacidade produtiva da economia.

Ainda com relação à análise do mecanismo do ciclo econômico a partir das flutuações do grau de utilização da capacidade produtiva, Possas mostra que, no caso dos ciclos de amplitude constante, o retardo do estoque de capital corresponderia exatamente à quarta parte do período do ciclo ( $\pi/2w$ ). Sob tais condições, o nível máximo do investimento (ponto de reversão no auge do ciclo), coincidiria com a taxa máxima de crescimento do capital.<sup>(16)</sup> Ocorre que a análise desenvolvida pelo mesmo não deixa claro se o estoque de capital a que se refere é o estoque de capital total ou o fixo.<sup>(17)</sup> Em se tratando de investigações a respeito do comportamento da taxa de acumulação de capital ( $I_t/K_t$ ) e do nível de utilização da capacidade ao longo do ciclo econômico, é provável que o estoque de capital mencionado inclua a formação de estoques, sendo, portanto, o estoque total de capital. Entretanto, a equação (30) mostra que em ciclos de amplitude constante o retardo do estoque de capital total nunca coincide com a quarta parte do período do ciclo, pois esse retardo é igual a " $\pi/2w$ " se e apenas se " $u = a/(1+c)$ ". Essa condição implica, necessariamente, ciclos de amplitude amortecida, ou seja, " $u < 1$ ", já que " $a/(1+c) < 1$ " é condição necessária à ocorrência de ciclos.

O tratamento matemático a que submetemos o modelo assegura que, para " $u = a/(1+c)$ ", o que requer ciclos de amplitude decrescente, as taxas máximas de crescimento e de redução do estoque de capital ocorrem, respectivamente, no final da primeira e terceira quarta partes do ciclo ( $\pi/2w$  e  $3\pi/2w$ ), embora nada assegure que esses pontos coincidam com o máximo e mínimo do investimento.<sup>(18)</sup> Caso Possas esteja tomando por base o estoque de capital fixo, a equação (27) mostra que o retardo dessa variável relativamente ao investimento total é igual a " $\pi/2w$ " para uma faixa bastante restrita de variação dos parâmetros, e não necessariamente para ciclos de amplitude constante. Além disso, sua expressão matemática para o retardo das flutuações do estoque de capital relativa-

(16) Ver a respeito, POSSAS (1987, p. 152-155, especialmente nota 253, p. 153.

(17) Em POSSAS (1987, p. 152), o estoque de capital é definido como aquele tal que " $\Delta K_t = i_t$ ", o que implica tratar-se do estoque de capital total. Entretanto, o autor menciona, ao definir essa variável, uma equação segundo a qual " $\Delta K_t = F_t - d$ ", o que implica tratar-se do estoque de capital fixo.

(18) Haveria coincidência se, e apenas se, " $(e + n) = -\pi/2$ ", pois os máximos e mínimos do investimento, em ciclos de amplitude decrescente ou crescente, ocorrem, respectivamente, para " $t = [(2n - 1)\pi + e + n]/w$ " e " $t = (2n\pi + e + n)/w$ ", sendo " $n = \arctg[\ln(u)/2w]$ ", o que ocorre em uma faixa bastante restrita de valores de  $u$ ,  $A_1$  e  $A_2$ .

mente ao investimento da renda é bastante diferente da expressão aqui apresentada - equação (30).<sup>(19)</sup> Segundo nossa análise, os extremos relativos dos ciclos do estoque de capital ocorrem no final de 1/4 e 3/4 de período do ciclo e, conseqüentemente, cada fase tem extensão de uma quarta parte de período de um ciclo completo quando " $u = a/(1+c)$ ", o que significa que o peso relativo do investimento do período anterior é idêntico ao de sua variação.

Apesar de ilustrativos, casos particulares de padrões de flutuações cíclicas são secundários, sendo, a nosso ver, muito mais pertinente deixar claro, no caso geral, os fatores que asseguram o padrão cíclico no comportamento dinâmico das variáveis macroeconômicas e, mais do que isso, o mecanismo subjacente a esse comportamento.

## Conclusões

Através da formalização do modelo de ciclos de Kalecki foi possível alargar seu potencial explicativo e resolver as questões inicialmente não respondidas na formulação original.

A dualidade do investimento em capital fixo, bem como o retardo de tempo entre as decisões de investir e sua materialização, constituem os elementos motivadores das flutuações, e também permitem a completa explicação do mecanismo do ciclo econômico.

Desta forma, o papel contraditório que o investimento exerce ao gerar demanda e, ao mesmo tempo, criar capacidade produtiva adicional ampliando o hiato existente entre as duas variáveis, e o hiato temporal entre as decisões de investir e sua materialização, representam, como procuramos mostrar, o cerne de uma implicação dinâmica da demanda efetiva: a geração de flutuações cíclicas.

---

(19) Segundo o autor,  $\theta$ , o retardo do estoque de capital em relação ao investimento é:  $\theta = \arctg\{u^{1/2}[4u - [u + a/(1+c)]^2]^{1/2} / (u^{1/2} - 1)[u + a/(1+c)]\}$ . Ver POSSAS (1987, p. 153). Expressão idêntica é apresentada por POSSAS & BALTAR (1983, p. 21).

## Referências Bibliográficas

- ALLEN, R.D.G. (1960). *Economia matemática*. 2ª ed., Madrid: Aguilar, 1965.
- FEIWEL, George R. *The intelectual capital of Michal Kalecki: a study of economic theory and policy*. 2ª ed. University of Tennessee Press, 1977.
- GANDOLFO, Giancarlo. *Economic dynamics: methods and models*. New York: Elsevier Science Publishing Company, Inc., 1985.
- JOBIM, Antonio J.G. *A macrodinâmica de Michal Kalecki*. Rio de Janeiro: Edições Graal, 1984.
- KALECKI, M. (1933) "Esboço de uma teoria do ciclo econômico", *Crescimento e ciclo das economias capitalistas*. Org., Introd., e Trad. de Jorge Miglioli. São Paulo: Hucitec, 1977.
- \_\_\_\_\_. (1954). *Teoria da dinâmica econômica: ensaio sobre as mudanças cíclicas e a longo prazo da economia capitalista*. Trad. de Paulo de Almeida. 2ª ed. São Paulo: Nova Cultural, 1985.
- \_\_\_\_\_. (1968). "Trend and business cycle". *Selected essays on the dynamics of the capitalist economy 1933-1970*. Cambridge University Press, 1971, p. 165-183.
- KEYNES, J. (1936). *A teoria geral do emprego, do juro e da moeda*. São Paulo: Atlas, 1981.
- POSSAS, Mario L. *A dinâmica da economia capitalista: uma abordagem teórica*. São Paulo: Brasiliense, 1987.
- \_\_\_\_\_. & BALTAR, Paulo E.A. Demanda efetiva e dinâmica em Kalecki. *Pesquisa Planejamento Econômico*, v. 11, n. 1, abr. 1981.
- \_\_\_\_\_. O modelo de ciclo econômico de Kalecki". *Revista de Econometria*, ano 3, n. 1, abr. 1983.
- SAMUELSON, Paul A. (1945). *Fundamentos da análise econômica*. Coleção "Os Economistas". 2ª. ed. São Paulo: Nova Cultural, 1986.
- SAWYER, Malcolm C. *The economics of Michal Kalecki*. Macillan Publishers Ltda., 1985.

## Apêndice 1

### Dedução da Equação 5

Considerando a teoria kaleckiana dos determinantes dos lucros e da renda nacional, obtém-se as seguintes equações de comportamento, a partir das quais é derivada a equação funcional básica do ciclo econômico:

$$P_t = C_t + I_t \quad (\text{i})$$

$$C_t = qP_t + A \quad (\text{ii})$$

$$Y_t = W_t + P_t + B \quad (\text{iii})$$

$$W_t = a'Y_t \quad (\text{iv})$$

$$O_t = Y_t + E \quad (\text{v})$$

A equação (i) mostra que as despesas dos capitalistas em consumo,  $C$ , e investimento,  $I$ , irão determinar o montante dos lucros,  $P$ . Essa relação de comportamento traz embutida a condição de equilíbrio *ex post* " $S_t = I_t$ ", visto que, como os trabalhadores não poupam, e o orçamento público assim como as transações com o exterior são equilibradas, a diferença entre o lucro auferido e o consumo dos capitalistas constitui a poupança bruta total. O importante a considerar é que o investimento, uma vez realizado, gera a poupança necessária para o seu financiamento - noção básica advinda do primado dos gastos sobre a renda, subjacente ao princípio da demanda efetiva.

A equação (ii) mostra que o consumo dos capitalistas consiste de uma parte constante,  $A$ , e de uma parcela  $q$  dos lucros auferidos, sendo " $0 < q < 1$ ".

A equação (iii) mostra a decomposição da renda bruta do setor privado,  $Y$ , em lucros brutos,  $P$ , e salários,  $W$  e  $B$ , onde  $B$  representa a parcela constante dos salários na renda bruta do setor privado, sendo que a parcela variável,  $W$ , apresenta uma participação constante,  $a'$ , nessa renda, conforme mostra a equação (iv).

Já a equação (v) decompõe a renda bruta total,  $O$ , em renda bruta do setor privado e impostos indiretos,  $E$ , dado estar-se adotando a hipótese de orçamento equilibrado.

Por substituição de (3) e (2) em (1), no texto, obtém-se:

$$(F_{t+T} - cF_t)/(1+c) = [aS_t + b(\Delta P_t / \Delta t) + cd + d]/(1+c) \quad (\text{vi})$$

Como o termo à esquerda, na equação (vi), é uma média ponderada de  $F_{t+T}$  e  $F_t$ , é possível supor que ela assuma um valor intermediário,  $F_{t+\theta}$ , onde " $0 < \theta < T$ " Logo, ter-se-á:

$$F_{t+\theta} = [a/(1+c)]S_t + b'(\Delta P_t / \Delta t) + d' \quad (\text{vii})$$

onde:  $b' = b/(1+c)$  e  $d' = (cd+d)/(1+c)$

Sabendo-se que o investimento bruto total corresponde à soma do investimento bruto em capital fixo com o investimento em estoques, ou seja, " $I_t = F_t + J_t$ ", e que o investimento líquido total,  $i$ , é o investimento bruto deduzida a depreciação, isto é, " $i_t = I_t - d$ ", utilizando a equação (vii) e as demais equações da forma estrutural do modelo, chega-se à equação (5) do texto.

## Apêndice 2

### Condição Imposta na Derivação da Solução (9)

De acordo com a equação (5):  $i_{t+0} = [a/(1-c)] i_t + u (\Delta i_t / \Delta t) + g$ . Como sugerido no texto, página 11, façamos  $\theta = \Delta t = 1$  e  $g = 0$ . Assim temos:  $i_{t+1} = [a/(1-c)]i_t + ui_t - ui_{t-1}$ , ou  $i_{t+1} - [a/(1-c)]i_t + ui_{t-1} = 0$ . A equação característica associada a essa equação de diferença de 2ª ordem é dada por  $\lambda^2 - [a/(1-c) + u] \lambda + u = 0$ . Para se ter flutuações cíclicas, o discriminante tem que ser negativo, i.e.,  $\Delta = [a/(1-c) + u]^2 - 4u < 0$ . Logo:  $-u - 2u^{1/2} < a/(1-c) < -u + 2u^{1/2}$ . Como  $a/(1-c) > 0$ , pois  $a$  e  $c$  são ambos positivos, e considerando que os parâmetros que compõem  $u$  implicam, necessariamente,  $u > 0$ , segue-se que  $0 < a/(1-c) < -u + 2u^{1/2}$  e, em particular,  $u < 2u^{1/2}$ . Logo:  $u < 4$ .

Chamando  $f(u) = -u + 2u^{1/2}$ , no intervalo  $[0 < u < 4]$ , temos  $0 < a/(1+c) < f(u)$ . Otimizando  $f(u)$  conclui-se que  $u = 1$  maximiza  $f(u)$ . Assim, a desigualdade se transforma em  $0 < a/(1-c) < 1$ , que constitui a condição necessária para que ocorram flutuações cíclicas. Esse resultado foi estabelecido por Kalecki na *Teoria da Dinâmica Econômica*, p. 86. Note que  $a/(1-c) < a$ , pois  $c > 0$ . É provável que  $a/(1-c)$  seja menor que a unidade, pois  $c$  é uma constante muito pequena (as flutuações de estoque exercem pequena influência sobre o nível de investimento em capital fixo, apesar desta assumir importante papel em certas fases do ciclo) e porque  $a$  deve ser um valor inferior à unidade (já que a poupança bruta é tomada como aproximação para a acumulação interna das empresas).

---

(Recebido em agosto de 1990. Aceito para publicação em julho de 1993)