

Natalia Naoumova
Andrei Bourchtein
Lioudmila Bourchtein

S

OBRE DIMENSÕES FRACTAIS DE AMBIENTES CONSTRUÍDOS e NATURAIS

174

pós-

RESUMO

Neste estudo, a análise fractal é aplicada à avaliação da complexidade visual de edifícios históricos e ambientes naturais circundantes. A dimensão fractal e suas aproximações, encontradas via o método da contagem de caixas (“box-counting method”), são usadas para definir a complexidade geral e local de imagens digitalizadas de edifícios e paisagens. As propriedades essenciais do método da contagem de caixas são discutidas, e uma versão otimizada do método é elaborada. A hipótese da existência de relação entre o nível de complexidade fractal de ambientes construídos e de paisagens naturais é analisada para o caso conhecido da cidade de Amasya, na Turquia e, também, para duas cidades históricas brasileiras, Ouro Preto e Pelotas. Os resultados obtidos evidenciam uma ligação forte entre a dinâmica espacial de dimensões fractais de ambientes construídos e naturais.

PALAVRAS-CHAVE

Complexidade visual. Fractais. Análise fractal. Método da contagem de caixas. Paisagem natural. Edifícios históricos.

SOBRE LAS DIMENSIONES FRACTALES DE
LOS AMBIENTES CONSTRUIDOS Y
NATURALES

RESUMEN

En este estudio, se aplica el análisis fractal para la evaluación de la complejidad visual de edificios históricos y ambientes naturales circundantes. La dimensión fractal y sus aproximaciones, encontradas por medio del método de conteo de cajas ("box-counting method"), se utilizan para definir la complejidad general y local de imágenes digitalizadas de edificios y paisajes. Se discuten las propiedades esenciales del método de conteo de cajas, y se elabora una versión optimizada del método. La hipótesis de la existencia de relación entre el nivel de complejidad fractal de ambientes construidos y de paisajes naturales es analizada para el caso conocido de la ciudad de Amasya, en Turquía, y también para dos ciudades históricas brasileñas, Ouro Preto y Pelotas. Los resultados obtenidos revelan un fuerte vínculo entre la dinámica espacial de dimensiones fractales de los ambientes construidos y naturales.

PALABRAS CLAVE

Complejidad visual. Fractales. Análisis fractal. Método de conteo de cajas. Paisaje natural. Edificios históricos.

ON FRACTAL DIMENSIONS OF BUILT AND NATURAL LANDSCAPES

ABSTRACT

In this study, fractal analysis is applied in the evaluation of the visual complexity of historic buildings and the surrounding natural environment. The fractal dimension and its approximations, quantified through the box-counting method, are used to define the general and local complexity of digital images of houses and landscapes. The essential properties of the box-counting method are discussed and an optimized version of the method is proposed. The hypothesis of the existence of a relationship between the complexity levels of built sites and natural landscapes is analyzed in the well-known case of the city of Amasya, and also for two historical cities in Brazil, Ouro Preto and Pelotas. The findings reveal a strong relationship between the spatial dynamics of fractal dimensions of built and natural environments.

KEY WORDS

Visual complexity. Fractals. Fractal analysis. Box-counting method. Natural landscape. Historic buildings

I. INTRODUÇÃO

Os primeiros estudos sobre a geometria fractal de ambientes naturais apareceram nos anos 80, e uma das ramificações dessas obras, importante para nossa pesquisa, é a análise da complexidade visual de paisagens naturais (KELLER et al., 1987; HAGERHALL et al., 2004; PERRY et al., 2008). Em termos gerais, ela consiste na extração de silhuetas de fotografias de paisagens e avaliação da dimensão fractal das formas simplificadas resultantes. A conclusão geral de várias pesquisas foi que diferentes tipos de paisagens são caracterizados por diferentes dimensões fractais (VOSS, 1988; HAGERHALL et al., 2004; PERRY et al., 2008).

A análise fractal de ambientes construídos começou na década de 90, primeiro envolvendo as avaliações da complexidade de plantas urbanas, em escala de cidade inteira ou conjunto de ruas (BATTY, LONGLEY, 1994; RODIN, RODINA, 2000; CARDILLO et al., 2006). Em uma escala menor de edifícios e de grupos de edifícios - a escala escolhida em nosso estudo -, os primeiros resultados foram apresentados por Bovill e coautores (BECHHOEFER, BOVILL, 1994; BOVILL, 1996), e neles, em particular, o método da contagem de caixas para o cálculo da dimensão fractal foi aplicado para caracterizar a complexidade visual dos edifícios históricos escolhidos. Desde então, uma técnica semelhante foi aplicada à análise de vários edifícios e sítios históricos (OSTWALD, 2001; CAPO, 2004; BURKLE-ELIZONDO, VALDEZ-CEPEDA, 2006; VAUGHAN, OSTWALD, 2010; LIANG et al., 2013).

Um dos pontos essenciais de estudos fractais de ambiente urbano é a investigação da relação entre a complexidade visual das cenas urbanas e das cenas naturais circundantes. Primeiramente, a hipótese de tal ligação foi apresentada e, também, parcialmente testada nos trabalhos de Bovill (BECHHOEFER, BOVILL, 1994; BOVILL, 1996). A hipótese atraiu muitos pesquisadores e foi verificada em diferentes casos, mas os resultados obtidos são frequentemente controversos e não conclusivos (BOVILL, 1996; STAMPS, 2002; LORENZ, 2003; VAUGHAN, OSTWALD, 2010). O objetivo de nosso estudo é analisar as possíveis causas que levaram a esses resultados contraditórios, usando um caso-teste conhecido, e, além disso, verificar a validade da hipótese, no caso de duas cidades brasileiras.

Notamos que há vários modos de utilizar esses estudos fractais, para analisar projetos arquitetônicos e descrever processos e fenômenos urbanos. Um deles é a análise de construções e projetos, com o objetivo de revelar e explicar o grau de naturalidade de sua inserção no ambiente circundante. Esses estudos podem ser aplicados para definir classes de soluções e, assim, avaliar sua relação com as preferências da população. As arquiteturas cujo nível de complexidade, determinado pela análise fractal, tem desvio significativo de um nível padrão podem ser consideradas não naturais e têm grande risco de ser rejeitadas pelo

público em geral. Em particular, a avaliação da distribuição de dimensões fractais em sítios históricos pode ajudar na preservação da ambiência, via manutenção de seu ritmo espacial, nos projetos de revitalização (BOVILL, 1996; LORENZ, 2003).

Outra forma de aproveitar estudos fractais se refere a sua utilização como uma ferramenta criativa, na fase de elaboração de futuros projetos. Como alguns exemplos, podemos citar o design de um muro de proteção ao longo de uma rodovia, cuja estrutura visual poderia imitar o ritmo de uma floresta, ou o uso de medidas fractais de pontos naturais relevantes (um morro, rio ou floresta), para a criação da dinâmica espacial de um conjunto de edifícios, ou, ainda, o desenvolvimento de uma inter-relação orgânica entre grupos de edifícios e elementos de paisagismo, num projeto integrado, com o uso de estruturas fractais ajustadas entre os dois componentes. As especificações desses e outros exemplos de possíveis aplicações criativas da teoria fractal na arquitetura, design e modelos de simulação da estrutura urbana podem ser encontradas em BATTY, LONGLEY, 1994; BOVILL, 1996; JOYE, 2011; VIZANTIADOU et al., 2007.

A escala de projetos também pode variar significativamente, começando de um edifício isolado (ou até alguns elementos específicos de um edifício), estendendo-se a um grupo de edificações, uma praça ou um parque temático, e chegando até à consideração de toda a organização estrutural de uma cidade (BATTY, LONGLEY, 1994; BOVILL, 1996; JOYE, 2011; THOMAS et al., 2010). Há uma coleção abundante de exemplos, que incluem tanto a inserção intuitiva de formas fractais (em épocas em que a teoria matemática fractal ainda não estava desenvolvida), como o uso consciente de elementos fractais, nas construções das últimas três décadas. Entre os primeiros, provavelmente, os mais famosos são os templos da cultura hindu, encontrados na Índia e outros países do Sul da Ásia (por exemplo, os mausoléus Taj Mahal, em Agra, e Humayun, em Deli), o estilo gótico da Europa Ocidental (incluindo as famosas catedrais Notre Dame de Paris e de Reims) e a arquitetura de Frank Lloyd Wright (especialmente, a Casa Robie, em Chicago, e o Centro Cívico do Condado de Marin, em San Rafael). Entre os mais variados projetos recentes, podemos mencionar trabalhos de Eisenman (o projeto Romeu e Julieta, em Verona, e o complexo do Centro Biológico, em Frankfurt, entre outros), de Ushida e Findlay (o Edifício de Paredes Trelaçadas, “Truss Wall House”, em Tokyo), de Bates e Davidson (a Praça da Federação, em Melbourne) e de Calatrava (a Estação Oriente, em Lisboa, e a Cidade das Artes e das Ciências, em Valência). Os exemplos de arquitetura fractal representam, por si só, um vasto e fascinante campo de pesquisa contemporânea, mas esse assunto foge do escopo de nosso trabalho e, portanto, o leitor interessado é direcionado para os livros e artigos de BATTY, LONGLEY, 1994; BOVILL, 1996; JOYE, 2011; LORENZ, 2003; OSTWALD, 2001; THOMAS et al., 2010, em que estes e outros exemplos de arquitetura e simulação urbana fractal estão considerados com detalhes, e onde podem ser encontradas, também, outras referências.

As abordagens envolvendo a análise fractal nos estudos arquitetônicos e urbanísticos podem ser divididas em dois grupos: os estudos empíricos e as avaliações de fontes existentes. Em termos gerais, o primeiro propõe, a um grupo escolhido de participantes, uma lista de cenas de paisagens urbanas e naturais criadas artificialmente, e pede que selecionem as cenas que se combinam melhor ou pior. Os resultados das respostas são medidos segundo uma escala escolhida para a característica estudada (que pode ser de rugosidade, complexidade, agrado

etc.), e, dessa forma, todos os resultados são convertidos a uma forma numérica e são, subsequentemente, submetidos à avaliação estatística. Se o conjunto de respondentes é suficientemente grande, e o desvio padrão é suficientemente pequeno, então, para algumas formas de distribuição estatística, podem ser tiradas conclusões sobre a validade e estabilidade dos resultados obtidos. Essa abordagem foi utilizada, por exemplo, em ZACHARIAS, 1999; HEATH et al., 2000; STAMPS, 2002; HAGERHALL et. al., 2004. Em particular, no artigo STAMPS, 2002, foi testada a hipótese de que a dimensão fractal do panorama urbano (“city skyline”) corresponde à dimensão fractal da paisagem natural envolvente e, no artigo HAGERHALL et. al., 2004, foi analisada a relação entre preferências humanas por certos tipos de paisagens naturais e sua dimensão fractal.

Entre os pontos problemáticos do método empírico, podemos mencionar a subjetividade e artificialidade na criação de cenas de propostas, a subjetividade na escolha da escala numérica para medir as respostas qualitativas (que pode influenciar fortemente nas avaliações estatísticas), a necessidade de se dispor de um conjunto amplo e representativo de respondentes, e a ausência da teoria matemática sobre a validade dos resultados, porque as distribuições obtidas geralmente não são normais.

A segunda abordagem consiste na comparação da complexidade geométrica das configurações reais urbanas e naturais. A teoria fractal é usualmente empregada pela utilização do método da contagem de caixas para a análise de material gráfico disponível (fotografias, imagens, mapas etc.), com o objetivo de encontrar a dimensão fractal das características escolhidas para comparação (BECHHOEFER, BOVILL, 1994; BOVILL, 1996; OSTWALD, 2001; LORENZ, 2003; VAUGHAN, OSTWALD, 2010). Os detalhes desta abordagem, na forma como foram usados em nossa pesquisa, em que o algoritmo da contagem de caixas é usado para calcular as dimensões fractais de edifícios históricos escolhidos e do ambiente natural correspondente, são especificados nas seções seguintes. Embora alguns elementos subjetivos sejam, também, pertinentes a este método, aparentemente ele fornece informações mais confiáveis e objetivas do que a abordagem empírica. Em primeiro lugar, isso se deve ao fato de que este método é baseado nos dados reais, o que minimiza a presença de elementos artificiais em materiais de análise, e possibilita avaliar, de maneira mais objetiva, preferências de grandes grupos de moradores, manifestadas nas construções feitas.

Um dos objetivos deste trabalho é investigar alguns pontos problemáticos na aplicação do método da contagem de caixas para a análise fractal de estruturas arquitetônicas. É importante notar que esse método oferece um algoritmo genérico que, na hipótese ideal de cálculo, com refinamento infinito das caixas aplicado a um fractal perfeito, deve produzir o mesmo resultado, independente da escolha do tipo de refinamento e da forma das caixas de cobertura. No entanto, nas aplicações, os resultados podem variar significativamente, devido a vários fatores inerentes a tratamento de objetos reais, tais como imperfeições e resolução limitada de uma imagem, envolvimento de objetos alheios cuja interferência não pode ser evitada, o espectro restrito de escalas espaciais de um objeto, e estrutura fractal aproximada, mesmo numa faixa restrita (os objetos reais não são fractais perfeitos), entre vários outros. Tudo isso leva à sensibilidade do método da contagem de caixas à escolha de vários parâmetros, que devem ser determinados numa implementação específica do algoritmo.

Há vários estudos sobre utilização desse método em diferentes áreas da ciência, como física, química, biologia, medicina etc. (e.g., BUCZKOWSKI et al., 1998; CHEN et al., 1993; DASILVA et al., 2006; FOROUTAN-POUR et al., 1999; KELLER et al., 1987; JELINEK, FERNANDEZ, 1998). Entre os pontos indicados pelos pesquisadores como importantes na implementação do método, encontram-se os seguintes: a resolução da imagem original (ela deve ser bastante fina, para conter os detalhes de escalas espaciais analisadas), a escolha do tamanho de caixas (as escalas maiores e menores normalmente são desconsideradas), e a relação entre coberturas sucessivas (a variação do tamanho de caixas deve ser gradual, não abrupta). Além disso, vários pesquisadores indicaram a relevância de complementar o algoritmo de análise fractal com a avaliação estatística dos resultados (por exemplo, usando os desvios padrão). Até onde sabemos, esses pontos não foram considerados de um modo sistemático na análise fractal de formas urbanas e arquitetônicas, embora alguns elementos das recomendações citadas acima tenham sido adotados em alguns estudos (LORENZ, 2003; VAUGHAN, OSTWALD, 2010).

Neste trabalho, realizamos testes computacionais com fractais matemáticos, para analisar algumas opções do método da contagem de caixas. Com base nos experimentos feitos e nos resultados de outros pesquisadores mencionados acima, elaboramos uma versão otimizada do algoritmo, que pode fornecer resultados mais confiáveis. Além disso, em vez de uma abordagem comum de cálculo da dimensão fractal via método linear de quadrados mínimos, optamos por utilizar as dimensões fractais locais e suas grandezas médias, o que evidencia a dinâmica de complexidade em relação à mudança de escalas espaciais, e oferece uma forma eficiente de controlar a estabilidade dos resultados. O algoritmo elaborado foi aplicado à reavaliação da hipótese de Bovill, no caso conhecido da cidade de Amasya, na Turquia, e, também, no caso de duas cidades históricas brasileiras, Ouro Preto e Pelotas.

O texto a seguir está estruturado da seguinte maneira: na seção 2, algumas definições básicas da teoria fractal são recordadas; a seção 3 é dedicada aos testes do software escolhido: primeiro, o desempenho do programa é verificado no caso de fractais clássicos, cuja dimensão fractal exata é conhecida, e depois ele é aplicado ao caso conhecido da cidade de Amasya, para comparar com os resultados dos estudos anteriores (BOVILL, 1996; LORENZ, 2003; VAUGHAN, OSTWALD, 2010). A análise e os principais resultados da comparação entre a complexidade visual das formas naturais e das construídas, para os casos de duas cidades históricas do Brasil - Ouro Preto e Pelotas -, são apresentados na seção 4, seguida por conclusões, expostas na seção final.

2. MÉTODO DA CONTAGEM DE CAIXAS

A famosa definição de um fractal, dada no ensaio fundamental de Mandelbrot, afirma que “*um fractal é [...] um conjunto para o qual a dimensão de Hausdorff-Besicovitch estritamente excede a dimensão topológica*” (MANDELBROT, 1982, tradução dos autores). No entanto, mais tarde, Mandelbrot lamentou que “*essa definição é muito geral, o que é desejável em matemática. Mas, na ciência, sua generalidade demonstrou ser excessiva: não apenas*

estranha, mas realmente inadequada” (MANDELBROT, 1986, tradução dos autores). Além disso, a dimensão de Hausdorff-Besicovitch é um conceito matemático complexo, que não pode ser introduzido aqui. Então, como muitos outros autores (e.g., BATTY, LONGLEY, 1994; BOVILL, 1996; PEITGEN et al., 2004), usamos uma descrição geral não exata de um fractal como uma estrutura geométrica com as seguintes propriedades: ela é irregular em qualquer escala, não pode ser descrita com a precisão necessária na geometria tradicional, sua dimensão não tradicional (fractal), definida de uma maneira adequada, é geralmente maior do que sua dimensão topológica (usual).

A dimensão fractal da contagem de caixas (“box-counting fractal dimension”) é uma das medidas mais populares de complexidade geométrica nas ciências aplicadas, devido a sua formulação matemática simples e aproximação direta, através de algoritmos numéricos, para formas praticamente arbitrárias. Para evitar a generalidade desnecessária e simplificar as considerações, vamos considerar a situação específica relevante para o nosso estudo: uma figura limitada, localizada em um plano bidimensional. Seja N_r o menor número de quadrados com o lado do comprimento r que cobrem a nossa figura; então, a dimensão fractal da

contagem de caixas é o seguinte limite (se esse existir): $D = - \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log N_r}{\log r}$

É bem sabido que, para algumas classes de fractais (tais como fractais autossimilares sem sobreposições, ou com sobreposições suficientemente pequenas), a dimensão da contagem de caixas coincide com a dimensão de Hausdorff-Besicovitch (para formulações exatas, por favor, consultar FALCONER, 2003).

Na prática, utiliza-se uma forma aproximada da definição, avaliando N_r para alguns valores fixos de r e extrapolando os resultados obtidos para o limite, quando r tende a zero. A versão mais popular de aproximação numérica consiste no seguinte: primeiro, a figura analisada é coberta por uma sequência de malhas compostas de quadrados elementares (chamadas de caixas), em que a malha seguinte (mais fina) é obtida da anterior, dividindo cada quadrado elementar em quatro quadrados iguais; em cada malha se realiza a contagem do número N_r de caixas que contêm, pelo menos, um ponto da figura analisada; em seguida, no plano de coordenadas $-\log r$ e $\log N_r$, são marcados os pontos que correspondem aos valores encontrados de r (comprimentos escolhidos de quadrados) e N_r (números respectivos de caixas); juntando esses valores, encontra-se uma curva da dependência funcional entre $-\log r$ (valor de argumento) e $\log N_r$ (valor da função); finalmente, a estimação da inclinação da curva obtida é considerada como sendo uma aproximação para o valor exato do limite que consta na definição. Esse é um algoritmo geral, usado em muitos programas da contagem de caixas, incluindo dois programas que foram aplicados em nosso estudo.

Embora muito popular e simples na implementação, tal algoritmo tem alguns pontos problemáticos, que podem afetar a confiabilidade dos resultados. Primeiro, é importante indicar alguns problemas inerentes a qualquer algoritmo de aproximação numérica para a dimensão da contagem de caixas, devido a sua relação com as características de imagens. Antes de tudo, qualquer imagem real tem uma resolução finita, então, de acordo com a definição exata, ela não pode ser considerada como um fractal, mas apenas como sua aproximação. Na verdade, o mesmo é válido para qualquer objeto real (natural ou construído), por isso, mesmo

que as imagens e os computadores tivessem uma resolução infinita, na realidade, os objetos não artificiais têm alcance finito de subdivisões e escalas (pelo menos, deveríamos parar ao chegar à escala atômica), e não satisfazem a definição exata de um fractal. Outro problema é a existência de eventuais imperfeições e, até mesmo, deficiências de imagens, que frequentemente são fotografias de objetos reais e incluem imperfeições da câmera utilizada, das condições nas quais foi feita a fotografia e do método de armazenamento da imagem. Isso pode contaminar os resultados da avaliação fractal e reduzir a confiabilidade dos mesmos.

Além disso, o algoritmo baseado no uso de caixas quadradas e sua divisão sucessiva em quatro partes (algoritmo da potência de 2) tem algumas deficiências adicionais. A primeira está relacionada com as dimensões: a figura original (ou imagem) não é geralmente de uma forma quadrada ou retangular, e, quase com certeza, seu tamanho não é uma potência de 2, ou um múltiplo de tal potência. Isso requer ajuste entre o tamanho da figura e as coberturas na fronteira da figura, o que pode comprometer a contagem de caixas, especialmente para grandes tamanhos de quadrados da malha. Em segundo lugar, uma vez que as potências de 2 diminuem rapidamente, então, logo descemos ao nível de precisão dos dados (pixels, no caso de fotografias digitais), quando o processo deve parar. Assim, pode acontecer que apenas poucas medidas do número de caixas sejam obtidas, insuficientes para dar um resultado confiável.

O problema da confiabilidade pode ocorrer, também, se, por qualquer razão, as contagens de caixas, obtidas em escalas espaciais diferentes, possuírem valores muito distintos (por exemplo, o desvio padrão do valor médio é grande). Vamos enfrentar essa situação em nosso estudo, na seção 3. Para monitorar esse tipo de problemas e tentar corrigir a situação, em vez de ficarmos apenas com a avaliação final da dimensão da contagem de caixas, preferimos manter uma sequência de medidas obtidas em escalas diferentes, na forma de inclinações locais definidas

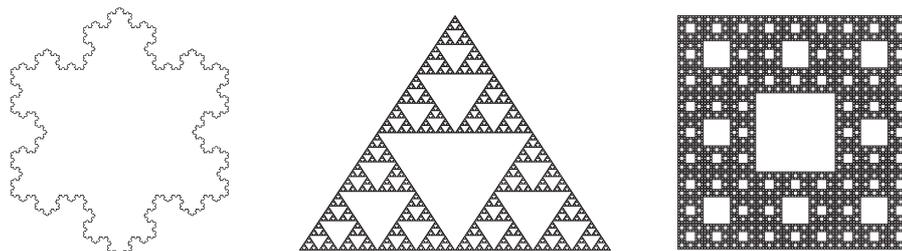
como $d = \frac{\log Nr_2 - \log Nr_1}{\log r_2 - \log r_1}$, onde r_1 e r_2 são as medidas lineares de quadrados

nas duas malhas consecutivas, isto é, $r_2:r_1 = 1:2$. Isso pode fornecer informações relevantes sobre a confiabilidade dos resultados.

3. PROGRAMA DA CONTAGEM DE CAIXAS E SUAS PROPRIEDADES

Nesta seção, apresentamos os resultados da aplicação do programa Boxcount (MOISY, 2008), para o encontro de dimensões fractais de algumas formas geométricas clássicas e para a avaliação fractal da complexidade visual dos ambientes naturais e construídos da cidade de Amasya, o que foi estudado de forma independente por três grupos de pesquisadores. O programa Boxcount, além de mostrar bons resultados nos testes clássicos, foi comparado, também, com o software Fractalyse (FRANKHAUSER, TANNIER, 2012), e os resultados dos dois softwares foram praticamente iguais, o que comprova seu bom desempenho e a precisão de resultados.

Figura 1. Três fractais clássicos.
 Fonte: <http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_fractals_by_Hausdorff_dimension>. Acesso em: 04/06/2014



Legenda: 1a) Floco de neve de Koch, 1b) Triângulo de Sierpinski, 1c) Tapete de Sierpinski

3.1. Fractais Clássicos

Primeiro, o programa foi usado no caso dos fractais clássicos, com dimensões fractais teóricas conhecidas. Nós escolhemos três fractais com dimensões diferentes: o floco de neve de Koch, de menor complexidade ($D = \frac{\log 4}{\log 3} \approx 1,262$), o triângulo de Sierpinski, de média complexidade ($D = \frac{\log 3}{\log 2} \approx 1,585$), e o tapete de Sierpinski, de maior complexidade ($D = \frac{\log 8}{\log 3} \approx 1,893$). Devido às limitações do computador, os dois primeiros fractais foram calculados com oito iterações de refinamento de escala, e o terceiro, com cinco iterações. As imagens desses três fractais são mostradas na Figura 1.

A fim de simular o tratamento subsequente das imagens obtidas com a câmera digital ou preparadas utilizando um software, cada um dos fractais gerado em Matlab foi gravado em arquivo de formato jpeg com uma resolução média (300 dpi, dimensão de 2400x1800 pixels). Em seguida, os arquivos de imagens no formato jpeg foram processados pelo programa Matlab, com base na função Boxcount, que transforma o formato da imagem colorida em tons de cinza, binariza-o e conta o número de caixas quadradas que cobrem a silhueta obtida (simplificação em preto e branco) da imagem original.

Claro que, para os fractais clássicos, as etapas de formar uma imagem de cor e depois transferi-la para a forma binarizada podem ser omitidas. No entanto um dos nossos objetivos, nessa fase de testes, foi imitar a posterior aplicação do programa para tratamento de imagens reais coloridas, incluindo algumas imperfeições e distorções, que são parcialmente imitadas no processo descrito acima, de criação de arquivos em formato jpeg dos fractais clássicos.

O resultado do programa é a sequência dos números de caixas que correspondem a diferentes malhas, com o tamanho linear da caixa (medida em pixels) igual a uma potência de 2, e também a aproximação final para a dimensão fractal junto com o desvio padrão. Em vez da quantidade de caixas, é conveniente

Tabela 1. Inclinações locais para o triângulo de Sierpinski

| | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------|--------|-------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|----|
| <i>tc</i> | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| <i>N_r</i> | 301971 | 87287 | 26232 | 8356 | 2739 | 908 | 306 | 97 | 36 | 14 | 5 | 2 | 1 |
| <i>d</i> | 1,79 | 1,73 | 1,65 | 1,61 | 1,59 | 1,57 | 1,66 | 1,43 | 1,36 | 1,49 | 1,32 | 1,00 | |

tc - tamanho de caixa medido em pixel (potência de 2), *N_r* - o número de caixas, *d* - as inclinações locais

usar a sequência de inclinações locais (definidas na seção 2). Para o triângulo de Sierpinski, as duas sequências são mostradas na Tabela 1 (lembre que uma inclinação é a relação envolvendo contagens em duas escalas espaciais e, portanto, a quantidade de inclinações é menor que o número de malhas). A seguir, os resultados são colocados na ordem que corresponde ao crescimento do tamanho das caixas.

É evidente que os valores relativos às caixas menores (especialmente os dois primeiros) e maiores (os três, quatro últimos) têm uma relação fraca com a dimensão fractal teórica (1,585). Se todas as 12 inclinações da Tabela 1 forem usadas para calcular o valor médio da inclinação, que representa a aproximação da dimensão fractal, então, o resultado não vai ser ruim (1,52), mas isso acontece apenas devido à compensação acidental de valores errados (grandes e pequenos), neste caso específico. O desvio padrão do valor médio é 0,23, isto é, em linhas gerais, as prováveis aproximações ao resultado teórico têm grande chance de serem encontradas em todo o intervalo [1,29, 1,75], o que representa um nível de precisão muito baixo. No entanto, se eliminarmos algumas contagens problemáticas, nas duas extremidades do espectro espacial, então, os resultados podem melhorar significativamente. Por exemplo, utilizando os tamanhos de caixa 4-8, obtém-se uma aproximação melhor para a dimensão fractal (1,57), e, o que é mais importante ainda, o nível de confiança desse resultado é suficientemente elevado, porque o desvio padrão, neste caso, é de apenas 0,09. Mesmo se optarmos por eliminar apenas uma caixa menor e três caixas maiores, obteremos uma avaliação boa (1,58) para a dimensão fractal, e o desvio padrão ainda será razoável (0,12).

Vale a pena notar que os resultados dessas avaliações estão bem em linha com os disponíveis em outras fontes (e.g., BUCZKOWSKI et al., 1998; FOROUTAN-POUR et al., 1999; MILOSEVIC, RISTANOVIC, 2007). A única diferença é que salientamos mais o comportamento de inclinações locais, que é mais sensível às variações espaciais. Para efeitos de comparação, fornecemos (veja Figura 2) a apresentação mais tradicional de resultados da contagem de caixas, na forma de um gráfico em escala logarítmica (N_r versus $-\log r$), junto com a reta final da aproximação, obtida pelo método de quadrados mínimos (neste caso, chamado também de método de ajuste de curvas). Percebe-se que a concordância entre as duas curvas é muito boa, o que é confirmado, também, pelo coeficiente de correlação de 0,9986 e pela diferença média quadrática de 0,031 entre os valores das duas curvas. O valor final de aproximação da dimensão fractal pelo método de ajuste de curvas (isto é, o coeficiente da inclinação da reta final) é de 1,53, no caso de utilização de todas as contagens, e 1,60, no caso em que as duas primeiras e as três últimas contagens são desconsideradas, o que corresponde aos relatos de outros autores (e.g., BUCZKOWSKI et al., 1998; FOROUTAN-POUR et al., 1999; MILOSEVIC, RISTANOVIC, 2007). Pode-se notar que os desvios entre duas curvas são maiores nas extremidades do espectro espacial, mas eles não estão tão bem evidenciados, como no caso de inclinações locais.

Os resultados para o floco de neve de Koch e para o tapete de Sierpinski são qualitativamente semelhantes e, por esse motivo, fornecemos aqui apenas um breve resumo deles, a fim de mostrar que o programa mantém um bom desempenho para fractais com diferentes graus de complexidade. Os principais resultados obtidos para todos os três fractais clássicos estão reunidos na Tabela 2,

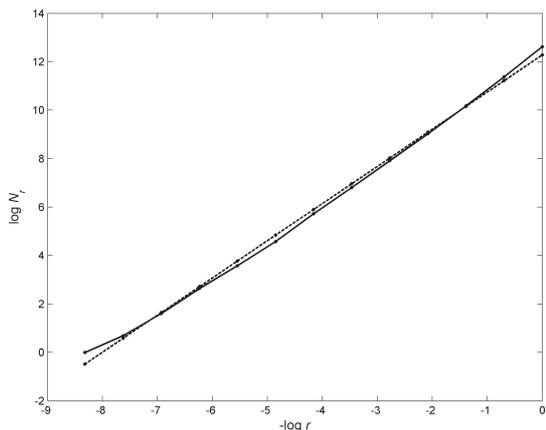


Figura 2. Resultados do método de ajuste de curvas.
Fonte: Autores.

Tabela 2. Dimensões fractais dos três fractais clássicos.

| escalas espaciais | floco de neve | | triângulo | | tapete | |
|-------------------|---------------|-----------|-----------|-----------|----------|-----------|
| | <i>D</i> | <i>sd</i> | <i>D</i> | <i>sd</i> | <i>D</i> | <i>sd</i> |
| 1-12 | 1,31 | 0,47 | 1,51 | 0,22 | 1,67 | 0,54 |
| 2-9 | 1,32 | 0,13 | 1,58 | 0,12 | 1,78 | 0,12 |
| 4-8 | 1,28 | 0,09 | 1,57 | 0,09 | 1,79 | 0,11 |
| teórica | 1,262 | | 1,585 | | 1,893 | |

D - dimensão fractal (aproximada e teórica), *sd* - desvio padrão

com a média de todas as escalas espaciais mostrada na primeira linha, a média ao longo de tamanhos de caixas 2-9, na segunda linha, e com a média de escalas 4-8, na terceira linha. O nível mais baixo de aproximação para o tapete de Sierpinski pode ser atribuído ao menor número de iterações utilizado para formar esse fractal.

Pode ser observado que o nível de aproximação da dimensão fractal teórica depende fortemente dos tamanhos das caixas usados no cálculo do valor médio (aproximação final da dimensão fractal). Portanto, a fim de aperfeiçoar a avaliação da dimensão fractal, uma filtragem de resultados da contagem de caixas deve ser aplicada. Aparentemente, a utilização tanto de caixas extremamente pequenas, como de grandes apenas contamina os resultados na parte do meio do espectro espacial, os quais são bastante satisfatórios. Por isso, é razoável sugerir que as caixas com um ou dois tamanhos menores, e as de dois ou três tamanhos maiores devem ser eliminadas da avaliação final da dimensão fractal. Na seção seguinte, é mostrado que os testes envolvendo imagens de ambientes naturais e construídos confirmam tal proposição.

3.2. O caso da cidade de Amasya

Em seu livro, Bovill testou a hipótese sobre a relação entre a complexidade visual de ambientes construídos e naturais, no caso de uma área específica da cidade histórica de Amasya, Turquia, fundada mais de dois mil anos atrás. Em particular, ele apresentou três imagens nessa área - o morro dominante de Amasya, a estrutura de casas tradicionais e o plano urbano (ver Figura 3) - e calculou suas dimensões fractais, utilizando o método da contagem de caixas, a



3a) Morro dominante



3b) Linha de casas



3c) Planta urbana

Figura 3. Imagens de Amasya.

Fonte: http://books.google.com.br/books?id=w5ptaiGsac4C&dq=bovill+amasya+fractal&hl=pt-BR&source=gbs_navlinks_s. Acesso em 04/06/2014.

Tabela 3. Dimensões fractais das imagens de Amasya de acordo com diferentes fontes

| Elemento\Fonte | Bovill | Lorenz | Vaughan/ Ostwald | algoritmo com filtro de escalas | | algoritmo sem filtro de escalas | |
|---------------------------|--------|--------|---------------------|------------------------------------|-----------|------------------------------------|-----------|
| | | | | <i>D</i> | <i>sd</i> | <i>D</i> | <i>sd</i> |
| <i>D_{morro}</i> | 1,57 | 1,36 | 1,50 | 1,59 | 0,14 | 1,45 | 0,38 |
| <i>D_{casas}</i> | 1,72 | 1,55 | 1,51 | 1,71 | 0,07 | 1,58 | 0,44 |
| <i>D_{planta}</i> | 1,43 | 1,49 | 1,59 | 1,62 | 0,09 | 1,42 | 0,36 |

D - dimensão fractal, *sd* - desvio padrão

fim de fundamentar sua proposição (BOVILL, 1996). Posteriormente, os resultados obtidos foram analisados de forma independente por Lorenz (LORENZ, 2003) e Vaughan e Ostwald (VAUGHAN, OSTWALD, 2010).

Os resultados dos cálculos da dimensão fractal das três imagens são apresentados na Tabela 3: as três primeiras colunas reproduzem os resultados obtidos em (BOVILL, 1996), (LORENZ, 2003), e (VAUGHAN, OSTWALD, 2010), respectivamente, enquanto que a quarta coluna contém os resultados obtidos mediante a aplicação do algoritmo descrito anteriormente, com filtragem de duas caixas menores e três maiores.

Nota-se que, para cada um dos três elementos avaliados, os resultados dos cálculos obtidos em quatro estudos independentes são diferentes. Foi sugerido, em VAUGHAN, OSTWALD, 2010, que as distinções entre os três primeiros relatos resultam da inconsistência de implementações computacionais do método da contagem de caixas: Bovill fez seus cálculos manualmente (BOVILL, 1996), Lorenz usou uma versão inicial do software Benoit (LORENZ, 2003), enquanto que Vaughan e Ostwald aplicaram uma versão refinada do programa Benoit e, também, o software Archimage (VAUGHAN, OSTWALD, 2010), e apresentaram o resultado médio entre os dois softwares. De fato, essa pode ser uma das origens da discrepância dos resultados, bem como pequenas diferenças de qualidade e formato computacional das fotografias usadas pelos autores. No entanto gostaríamos de chamar a atenção para uma outra característica, que pode ser a principal causa das diferenças entre os resultados. Essa característica é a presença de desvios significativos na distribuição das contagens de caixas, com respeito ao tamanho da caixa (quinta coluna na Tabela 3, marcada *sd*). Mesmo para o algoritmo com filtragem dos tamanhos extremos, esses desvios são significativos. A situação é muito pior, quando a filtragem não é aplicada, e as caixas de todos tamanhos contribuem para avaliação da dimensão fractal (os resultados respectivos são mostrados na sexta e sétima coluna da Tabela 3). A diferença entre os níveis de dispersão na quinta e sétima colunas é bem notável, o que confirma a conclusão da seção anterior, de que a escolha de escala espacial para caixas de contagem e o método de processamento dessas contagens podem influenciar fortemente o resultado final.

Além disso, para paisagens reais (naturais e construídas), a aproximação da dimensão fractal pode ter pouco a ver com a complexidade real, devido à existência de estruturas quase fractais, de dimensões distintas, em diferentes trechos do espectro espacial, isto é, o objeto real pode ser um multifractal. Neste caso, ainda mais, é necessário dar mais atenção aos fenômenos locais e suas medidas adequadas, tais como inclinações locais e suas médias locais.

A discussão em VAUGHAN, OSTWALD, 2010 é baseada somente nos resultados de avaliações finais da dimensão fractal, sem qualquer estudo de confiabilidade e estabilidade de resultados obtidos. Portanto a conclusão feita em VAUGHAN, OSTWALD, 2010, de que a diferença de 0,09, entre a dimensão do morro e a da planta da cidade, é muito grande, para poder falar sobre a similaridade entre complexidade visual de dois meios, parece ser prematura, visto que os desvios padrão são maiores que 0,09 até mesmo para o algoritmo com filtro de escalas. Já os autores dos estudos BOVILL, 1996 e LORENZ, 2003 prestam bastante atenção às inclinações locais e à avaliação do nível de complexidade, nas escalas espaciais específicas. Embora eles não apliquem uma filtragem explícita de escalas e usem, também, as médias gerais, para definir a dimensão fractal, a abordagem deles, na prática, é bastante próxima à ideia de trabalhar só com as escalas espaciais selecionadas. Na avaliação deles, existem boas evidências de que a complexidade do morro e a do ambiente urbano são muito ligadas. De acordo com os resultados de nossos cálculos, especialmente na parte da avaliação de variabilidade de inclinações locais e confiabilidade de avaliações finais, consideramos que ainda é cedo para fazer as conclusões finais, visto que há diferentes elementos indeterminados, em várias partes dos estudos: a qualidade de imagens é muito restrita, a imagem do morro gera perguntas sobre o nível do seu detalhamento e veracidade, e, finalmente, os desvios padrão são significativos quase em todo espectro espacial. Assim, os experimentos complementares devem ser realizados, para poder chegar a uma conclusão definitiva.

4. APLICAÇÕES DO MÉTODO DA CONTAGEM DE CAIXAS PARA OURO PRETO E PELOTAS

Nesta seção, aplicamos o algoritmo otimizado da contagem de caixas, para avaliar a complexidade fractal de duas cidades brasileiras - Ouro Preto e Pelotas. A cidade de Ouro Preto foi fundada no final do século 17, num planalto entre as montanhas do estado de Minas Gerais, Brasil (ela está localizada a uma altitude de cerca de 1,2 km). A cidade está incluída na lista da Unesco, dos sítios do Patrimônio Mundial, devido a sua rica arquitetura barroca. Pelotas foi fundada no início do século 19, em uma planície de baixa altitude, perto do oceano, no estado do Rio Grande do Sul, Brasil. Sua arquitetura histórica é considerada patrimônio nacional, devido a locais importantes de estilos colonial e eclético.

As duas cidades, Ouro Preto e Pelotas (OP e PE, em anotações abreviadas, nas figuras a seguir), foram escolhidas para análise visual de complexidade, devido a diferentes ambientes naturais que podem influenciar a complexidade de áreas históricas da cidade e, dessa forma, confirmar (ou não) a hipótese da relação entre características visuais dos dois ambientes. No que diz respeito ao ambiente construído, nos limitamos à consideração de agrupamentos de edifícios históricos tradicionais, porque, nesse nível, as construções originais sofreram menor influência do posterior desenvolvimento centralizado da cidade.

Primeiro, apresentamos, nas Figuras 4 e 5, duas imagens típicas do ambiente natural nos arredores de cada uma das cidades (todas as imagens

Figura 4. Paisagens naturais nos arredores de Ouro Preto.
Fonte: Autores



4a) Ouro Preto, paisagem 1 (OPN1)



4b) Ouro Preto, paisagem 2 (OPN2)

Figura 5. Paisagens naturais nos arredores de Pelotas.
Fonte: Autores



5a) Pelotas, paisagem 1 (PEN1)



5b) Pelotas, paisagem 2 (PEN2)

apresentadas já estão transformadas na forma de escala de cinza, como foi feito no programa).

Cada imagem, nas Figuras 4 e 5, foi transformada numa forma binária, de acordo com os valores de intensidade de cada pixel, a fim de extrair as silhuetas dos objetos apresentados. Em seguida, o programa da contagem de caixas foi aplicado, para calcular a distribuição de inclinações locais, ao longo das escalas espaciais. Os resultados das inclinações locais das quatro paisagens, dentro de escalas espaciais escolhidas (restantes depois da filtragem de caixas menores e maiores), são mostrados na Figura 6. Adicionalmente, as aproximações das dimensões fractais / desvios padrão são: 1,91 / 0,06 para OPN1, 1,90 / 0,04 para OPN2, 1,73 / 0,09 para PEN1, e 1,82 / 0,08 para PEN2.

Não nos focamos nos valores específicos das inclinações, ou em seu valor médio (embora seja visto que os valores da paisagem ambiental de Ouro Preto são, em média, mais altos), mas, em vez disso, chamamos a atenção para outra

Figura 6. Inclinações locais de imagens de ambientes naturais.
Fonte: Autores

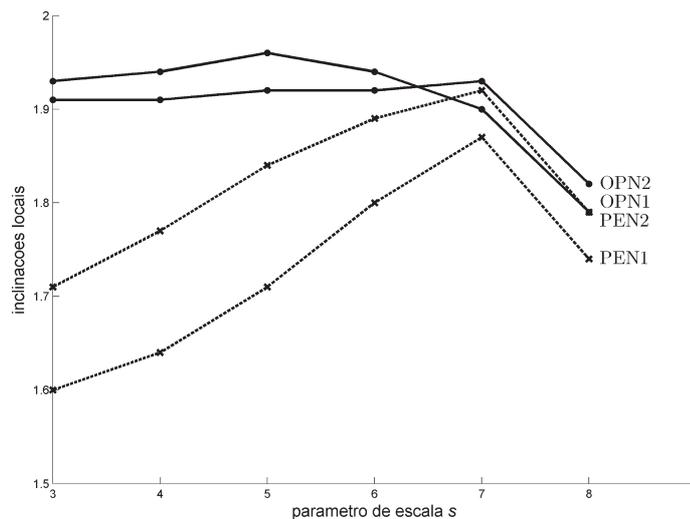


Figura 7. Edifícios históricos de Ouro Preto.
Fonte: Autores



7a) Ouro Preto, grupo de edifícios 1 (OPP1)



7b) Ouro Preto, grupo de edifícios 2 (OPP2)

Figura 8. Edifícios históricos de Pelotas.
Fonte: Autores



8a) Pelotas, grupo de edifícios 1 (PEP1)



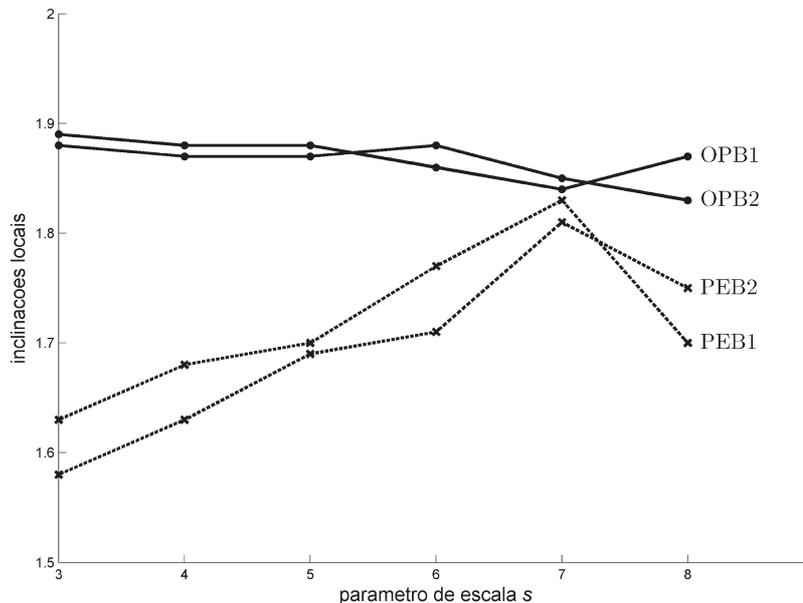
8b) Pelotas, grupo de edifícios 2 (PEP2)

característica - a distribuição de inclinações em relação à escala espacial. Uma característica notável das distribuições das inclinações de Ouro Preto é que elas mantêm quase o mesmo valor, em toda a gama de escalas espaciais, e diminuem apenas quando os tamanhos de caixas ficam muito grandes. Diferentemente, as distribuições de Pelotas têm valores menores nas menores escalas, e chegam ao máximo nas escalas maiores.

É interessante verificar se as mesmas características são pertinentes aos locais arquitetônicos correspondentes. Nas Figuras 7 e 8, apresentamos as cenas características de grupos de edifícios nas zonas históricas das cidades (dois para cada cidade), e os respectivos resultados da análise fractal são apresentados na Figura 9. Indicamos, também, que os valores das dimensões fractais / desvios padrão são: 1,87 / 0,02 para OPB1, 1,86 / 0,02 para OPB2, 1,72 / 0,07 para PEB1, e 1,70 / 0,08 para PEB2. Salientamos, novamente, que consideramos que esses valores não contêm a informação principal das imagens, devido a sua geometria multifractal. Portanto o mais importante é comparar as tendências e características de escalas específicas, representadas pelas inclinações locais, e sua variação ao longo do eixo espacial, mostradas na Figura 9.

Pode ser observado que ambas as curvas fractais de Pelotas ficam abaixo das curvas de Ouro Preto, indicando um menor grau de complexidade visual em Pelotas, o que está de acordo com a relação entre a complexidade visual dos dois ambientes naturais. Além disso, nota-se que existe uma boa similaridade entre as formas de curvas de inclinação, para os edifícios históricos e paisagens naturais, em cada um dos locais, e, ao mesmo tempo, as distribuições de inclinações são visivelmente diferentes, se compararmos as características das duas cidades. Esses resultados sugerem que, nos casos estudados, a hipótese da relação entre a complexidade visual de paisagens construídas e naturais é válida, pelo menos qualitativamente, sem especificar o nível quantitativo dessa concordância.

Figura 9. Inclinações locais de imagens de edifícios históricos.
Fonte: Autores



5. CONCLUSÕES

Neste estudo, foi analisada a hipótese da relação entre a complexidade visual de paisagens construídas e naturais. A complexidade geométrica foi medida pela dimensão fractal das silhuetas de edifícios e ambientes. Os pontos importantes da aplicação do método da contagem de caixas foram discutidos, e algumas propriedades relevantes foram ilustradas, na avaliação das dimensões dos três fractais clássicos. O algoritmo otimizado da contagem de caixas foi aplicado ao estudo do caso conhecido da cidade de Amasya, onde se verificou que as medidas calculadas não são confiáveis, devido a grandes desvios na distribuição de inclinações locais, o que torna impossível chegar a uma conclusão bem fundamentada. No estudo de duas cidades brasileiras, Ouro Preto e Pelotas, o mesmo algoritmo ajudou a revelar uma boa concordância entre distribuições características de inclinações locais, que refletem o nível de complexidade numa faixa espacial, calculadas para edifícios históricos e ambientes naturais. Há uma forte correlação entre dinâmica de curvas de inclinações dentro de cada um dos locais e, ao mesmo tempo, há diferenças visíveis entre características de complexidade visual, na comparação entre as duas cidades. Notando ainda que os desvios padrão das medidas fractais foram suficientemente pequenos, podemos concluir que a hipótese em consideração é confirmada, para o caso das duas cidades brasileiras.

REFERÊNCIAS

- BATTY, M.; LONGLEY, P. *Fractal cities: a geometry of form and function*. San Diego: Academic Press, 1994. 394 p.
- BECHHOEFER, W.; BOVILL, C. Fractal analysis of traditional housing in Amasya, Turkey. *Working Paper Series*, University of California, v. 61, p. 1-21, 1994.
- BOVILL, C. *Fractal geometry in architecture and design*. Boston: Birkhauser, 1996. 195 p.
- BURKLE-ELIZONDO, G.; VALDEZ-CEPEDA, R. D. Fractal analysis of Mesoamerican pyramids. *Nonlinear Dynamics, Psychology and Life Sciences*. New York, v. 10, p. 105-122, 2006.
- BUCZKOWSKI, S.; KYRIACOS, S.; NEKKA, F.; CARTILIER, L. The modified box-counting method analysis of some characteristic parameters. *Pattern Recognition*. Amsterdã, v. 31, p. 411-418, 1998. DOI: 10.1016/S0031-3203(97)00054-X
- CAPO, D. The fractal nature of the architectural orders. *Nexus Network Journal*. Turim, v. 6, p. 30-40, 2004.
- CARDILLO, A.; SCELLATO, S.; LATORA, S.; PORTA, S. Structural properties of planar graphs of urban street patterns. *Physical Review E*. Nova York, v. 73, p. 066107-1-066107-8, 2006.
- CHEN, S. S.; KELLER, J. M.; CROWNOVER, R. M. On the calculation of fractal features from images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. Los Alamitos, v. 15, p. 1087-1090, 1993. DOI: 10.1109/34.254066
- DASILVA, D.; BOUDON, F.; GODIN, C.; PUECH, O.; SMITH, C.; SINOQUET, H. A critical appraisal of the box counting method to assess the fractal dimension of tree crowns. *Lecture Notes in Computer Science*. Berlim, v. 4291, p. 751-760, 2006.
- FALCONER, K. J. *Fractal geometry: mathematical foundations and applications*. Chichester: Wiley, 2003. 400 p.
- FOROUTAN-POUR, K.; DUTILLEUL, P.; SMITH, D. L. Advances in the implementation of the box-counting method of fractal dimension. *Applied Mathematics and Computation*. Londres, v. 105, p. 195-210, 1999. DOI: 10.1016/S0096-3003(98)10096-6

- FRANKHAUSER, P.; TANNIER, C. *Fractalyse*, 2012. Disponível em: <<http://www.fractalyse.org/en-home.html>>. Acesso em: 04 jun. 2014.
- HAGERHALL, C. M.; PURCELL, T.; TAYLOR, R. Fractal dimension of landscape silhouette outlines as a predictor of landscape preference. *Journal of Environmental Psychology*. Amsterdã, v. 24, p. 247-255, 2004. DOI: 10.1016/j.jenvp.2003.12.004
- HEATH, T.; SMITH, S. G.; LIM, B. Tall buildings and the urban skyline: the effect of visual complexity on preferences. *Environment and Behavior*. Thousand Oaks, v. 32, p. 541-556, 2000. DOI: 10.1177/00139160021972658
- JELINEK, H. F.; FERNANDEZ, E. Neurons and fractals: how reliable and useful are calculations of fractal dimensions?. *Journal of Neuroscience Methods*. Amsterdã, v. 81, p. 9-18, 1998. DOI: 10.1016/S0165-0270(98)00021-1
- JOYE Y. A review of the presence and use of fractal geometry in architectural design. *Environment and Planning B*. Londres, v. 38, p. 814-828, 2011. DOI:10.1068/b36032.
- KELLER, J. M.; CROWNOVER, R. M.; CHEN, R. Y. Characteristics of natural scenes related to the fractal dimension. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. Los Alamitos, v. 9, p. 621-627, 1987.
- LIANG, J.; HU, Y.; SUN, H. The design evaluation of the green space layout of urban squares based on fractal theory. *Nexus Network Journal*. Turim, v. 15, p. 33-49, 2013. DOI: 10.1007/s00004-012-0135-3
- LORENZ, W. E. *Fractals and fractal architecture*. Vienna: Vienna University of Technology, 2002. 152 p.
- MANDELBROT, B. *The fractal geometry of nature*. San Francisco: Freeman, 1982. 468 p.
- MANDELBROT, B. Fractals and the rebirth of iteration theory. In: PEITGEN, H.-O.; RICHTER, P. H. (Eds.). *The beauty of fractals: images of complex dynamical systems*. Berlim: Springer, 1986. 199 p.
- MILOSEVIC, N. T.; RISTANOVIC, D. Fractal and nonfractal properties of triadic Koch curve. *Chaos, Solitons and Fractals*. Londres, v. 34, p. 1050-1059, 2007. DOI: 10.1016/j.chaos.2006.03.117
- MOISY, F. *Boxcount*, 2008. Disponível em: <URL: <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/13063-boxcount>>. Acesso em: 04 jun. 2014.
- OSTWALD, M. J. Fractal architecture: late twentieth century connections between architecture and fractal geometry. *Nexus Network Journal*. Turim, v. 3, p. 73-83, 2001. DOI: 10.1068/b38124
- PEITGEN, H.-O.; JÜRGENS, H.; SAUPE, D. *Chaos and fractals: new frontiers of science*. New York: Springer, 2004. 864 p.
- PERRY, S. G.; REEVES, R. W.; SIM, J. C. Landscape design and the language of nature. *Landscape Review*. Lincoln, v. 12, p. 3-18, 2008.
- RODIN, V.; RODINA, E. The fractal dimension of Tokyo's streets. *Fractals*. Singapura, v. 8, p. 413-418, 2000. DOI: 10.1142/S0218348X00000457
- STAMPS, A. E. Fractals, skylines, nature and beauty. *Landscape and Urban Planning*. Amsterdã, v. 60, p. 163-184, 2002. DOI: 10.1016/S0169-2046(02)00054-3
- THOMAS, I.; FRANKHAUSER, P.; FRENAY, B.; VERLEYSEN, M. Clustering patterns of urban built-up areas with curves of fractal scaling behaviour. *Environment and Planning B. Local*, v. 37, p. 942-954, 2010. DOI: 10.1068/b36039
- VAUGHAN, J.; OSTWALD, M. J. Using fractal analysis to compare the characteristic complexity of nature and architecture: re-examining the evidence. *Architectural Science Review*. Londres, v. 53, p. 323-332, 2010. DOI: 10.3763/asre.2010.0024
- VOSS, R. Fractals in nature: from characterization to simulation. In: PEITGEN, H.-O.; SAUPE, D. (Eds.). *The science of fractal images*. New York: Springer, 1988. 326 p.
- VYZANTIADOU, M. A.; AVDELAS, A. V.; ZAFIROPOULOS, S. The application of fractal geometry to the design of grid or reticulated shell structures. *Computer-Aided Design*. Berlim, v. 39, p. 51-59, 2007. DOI: 10.1016/j.cad.2006.09.004
- ZACHARIAS, J. Preferences for view corridors through the urban environment. *Landscape and Urban Planning*. Amsterdã, v. 43, p. 217-225, 1999. DOI: 10.1016/S0169-2046(98)00104-2

Nota do Editor

Data de submissão: Fevereiro 2014

Aprovação: Maio 2014

Natalia Naoumova

Graduada e mestre em Arquitetura e Urbanismo pela Universidade Federal do Leste, Rússia, doutora em Planejamento Urbano e Regional pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, professora da Faculdade de Arquitetura e Urbanismo da Universidade Federal de Pelotas (UFPEL).

Faculdade de Arquitetura e Urbanismo da UFPEL

Rua Benjamin Constant, 1359

96010-020 – Pelotas, RS

naoumovancs@gmail.com

(53) 3228-5445

Andrei Bourchtein

Graduado e mestre em Matemática Aplicada pela Universidade Federal do Leste, Rússia, doutor em Matemática Aplicada e Computacional pelo Centro Hidrometeorológico da Rússia, professor do Instituto de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas.

Instituto de Física e Matemática da UFPEL

Rua Gomes Carneiro, 1

96010-610 – Pelotas, RS

burstein@ufpel.edu.br

(53) 3921-1410

Liudmila Bourchtein

Graduada e mestre em Matemática Pura pela Universidade Federal do Leste, Rússia, doutora em Matemática Pura pela Universidade Federal de São Petersburgo, Rússia, pesquisadora associada do Instituto de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas.

Instituto de Física e Matemática da UFPEL

Rua Gomes Carneiro, 1

96010-610 - Pelotas, RS

bourchtein@ufpel.edu.br

(53) 3921-1410