
Precificação de títulos de dívida corporativa e seus componentes pelo modelo binomial

*José Roberto Securato
Liliam Sanchez Carrete
José Roberto Securato Junior*

RESUMO

Este artigo consiste em uma aplicação do modelo binomial na formação de preços de títulos de dívida e de seus componentes. O principal objetivo do trabalho é testar o modelo adaptado à realidade brasileira. Os resultados dos testes de média que comparam o preço do título do modelo e o preço de mercado validam o modelo. São três os componentes embutidos nos títulos de dívida da amostra: *call*, subordinação e conversibilidade. A *call* reduz o valor do título em, em média, 9,50% do valor nominal, enquanto a subordinação o faz em, em média, 8,72%. Finalmente, a conversibilidade, encontrada em somente três títulos da amostra, aumenta seu valor em, em média, 4,11%.

Palavras-chave: precificação de derivativos, títulos híbridos, debêntures, eurobônus.

1. INTRODUÇÃO

As empresas levantam recursos financeiros por meio das mais variadas fontes; dentre elas destacam-se as dívidas bancárias por contratos entre as partes e as dívidas por emissão de títulos e valores mobiliários, tais como debêntures, notas promissórias e outros instrumentos.

Um dos grandes problemas, de interesse dos investidores e dos gestores das empresas, consiste em determinar o preço da dívida na data de hoje, seja para comparação com o preço de mercado para títulos de liquidez, seja para comparar com o valor contabilizado em balanço; e até mesmo para estimar o valor presente nos casos em que o título não seja negociado no mercado secundário.

Nos casos de títulos de dívida que são negociados a mercado, pode-se comparar o preço a mercado com aquele obtido por modelos, como o modelo de precificação de opções, o que é uma forma interessante de entender a questão de financiamento por parte das empresas.

Dentre os vários modelos para precificação de dívidas, podem ser citados os de Brennan e Schwartz (1980), Fabozzi, Kalotay e Williams (1993), Finnerty

Recebido em 15/julho/2004
Aprovado em 01/outubro/2004

José Roberto Securato, Engenheiro, Matemático, Mestre em Matemática, Doutor em Finanças e Livre-Docente pela Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo (FEA-USP), é Professor Associado do Departamento de Administração da FEA-USP (CEP 05508-010 — São Paulo/SP, Brasil), Professor Titular da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo e Coordenador do Laboratório de Finanças da Fundação Instituto de Administração (FIA).
E-mail: securato@usp.br
Endereço:
Universidade de São Paulo
FEA — Departamento de Administração
Avenida Professor Luciano Gualberto, 908
FEA 1 — Sala G 116
Cidade Universitária
05508-010 — São Paulo — SP

Liliam Sanchez Carrete, Administradora de Empresas pela Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo (FEA-USP), Mestre em Administração de Empresas com Concentração em Finanças pela Escola de Administração de Empresas de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas, é Doutoranda em Administração de Empresas na FEA-USP (CEP 05508-010 — São Paulo/SP, Brasil) e Professora do Laboratório de Finanças da Fundação Instituto de Administração (FIA).
E-mail: lscarrete@labfin.com.br

José Roberto Securato Junior, Administrador de Empresas pela Escola de Administração de Empresas de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas, MBA em Finanças e Atuárias pela FIPECAFI, é Mestrando em Contabilidade na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (CEP 05014-901 — São Paulo/SP, Brasil) e *Associate* da área de Fusões e Aquisições do Banco BNP Paribas.
E-mail: jose.securato@securato.com.br

(1999), Barth, Landsman e Rendleman (2000), entre outros. Nesse texto, focam-se particularmente as idéias de Barth, Landsman e Rendleman (2000), que utilizam o modelo binomial para captar o valor de opções embutidas nessas dívidas que podem explicar preços de mercado ou indicar oportunidades de compra ou venda de títulos.

Devido aos atuais esforços de aumento de liquidez do mercado secundário dos títulos de renda fixa corporativos, no Brasil, e ao número cada vez maior da quantidade de emissões de títulos no mercado externo, torna-se importante o desenvolvimento de modelos de precificação, ou formação de preços, que levem em conta a crescente complexidade desses títulos. Neste trabalho, aplica-se a metodologia proposta por Barth, Landsman e Rendleman (2000) para avaliar os títulos de dívida, considerando os componentes neles embutidos. No caso de debêntures, por exemplo, avaliam-se as cláusulas de opção de resgate antecipado, conversibilidade e subordinação incluídas em 21 das 33 debêntures da amostra.

2. OBJETIVOS

O primeiro objetivo neste estudo é aplicar a metodologia proposta por Barth, Landsman e Rendleman (2000), de precificação de títulos de dívida corporativa para as empresas, adaptando a metodologia à realidade brasileira. O segundo é avaliar a diferença entre o preço calculado pelo modelo de precificação e o preço de mercado, explicitando os valores de opções de compra e de conversão de dívida em ações e cláusulas de senioridade e subordinação que podem estar embutidas nas dívidas.

3. A FORMAÇÃO DE DÍVIDA CORPORATIVA

A idéia de observar a empresa como uma opção de compra (*call*), já foi tratada por Merton (1974). Segundo ele, os credores da empresa, detentores dos títulos de dívida, podem ser entendidos como comprados nos ativos da empresa e vendidos em uma *call*, enquanto os acionistas estariam comprados nessa *call*. Dessa forma, no vencimento da dívida, os acionistas só pagarão se o valor dos ativos da empresa estiver acima do valor da dívida. Caso contrário, os acionistas não exercem a *call*, e os credores pedem a falência da empresa e recebem seus ativos.

Além de associar a opção de compra na visão da estrutura de capital da empresa, também é possível considerar que a própria emissão de títulos de dívida pode embutir vários tipos de opções em sua estrutura. Consideram-se os casos em que os títulos de dívida são compostos com:

- opção de compra, para a empresa, antes do vencimento do título;
- opção de venda, para o credor, antes do vencimento do título;
- direito de converter a dívida em ações da empresa;

- emissão de títulos subordinados aos demais passivos exigíveis.

Diante desse quadro, Barth, Landsman e Rendleman (2000) consideram que, quando uma empresa emite um novo título, ficam alterados os valores daqueles já emitidos. Assim, os títulos de dívida de uma empresa devem ser precificados em conjunto, levando-se em conta as possíveis opções neles embutidas. Para tanto, propõem que a avaliação dos preços dos títulos de dívida corporativos sejam obtidos pelo modelo binomial de precificação de opções, conforme a metodologia a ser tratada a seguir.

4. O MODELO BINOMIAL APLICADO AO VALOR DOS ATIVOS DA EMPRESA E AS OPÇÕES SOBRE SEUS TÍTULOS DE DÍVIDA

4.1. A árvore binomial

Barth, Landsman e Rendleman (2000) aplicam o modelo binomial para estimar o valor dos ativos da empresa, nos períodos seguintes, até o ano de vencimento do título de dívida mais longo da empresa. Considera-se que os demais títulos que vencem antes do título mais longo são renovados nas condições originais. Parte-se da premissa de que todos os passivos vencem no último ano do período binomial.

Para a construção da árvore binomial (figura 1), parte-se do valor inicial dos ativos da empresa, na data que se quer precificar, como sendo o valor contábil do passivo exigível somado ao valor de mercado do patrimônio líquido da empresa. Os valores totais dos ativos da empresa dos demais períodos são calculados aplicando-se os multiplicadores dos estados de alta e de baixa **u** e **d**, utilizando a volatilidade histórica das ações para sua determinação.

Sabe-se que **u** e **d** são obtidos a partir de Cox, Ross e Rubinstein (1979) e dados por:

$$u = \exp\left(\frac{\mu}{T} + \frac{\sigma}{\sqrt{T}} \times \sqrt{\frac{1-P}{P}}\right) \quad [1]$$

$$d = \exp\left(\frac{\mu}{T} - \frac{\sigma}{\sqrt{T}} \times \sqrt{\frac{1-P}{P}}\right) \quad [2]$$

$$P = \frac{R_t - d}{u - d} \quad [3]$$

Essas expressões podem ser aproximadas, conforme Rendleman e Bartter (1979), por:

$$u = \exp\left(\frac{Rt}{n} - \frac{1}{2} \frac{\sigma^2 t}{n} + \frac{\sigma \sqrt{t}}{\sqrt{n}}\right) \quad [4]$$

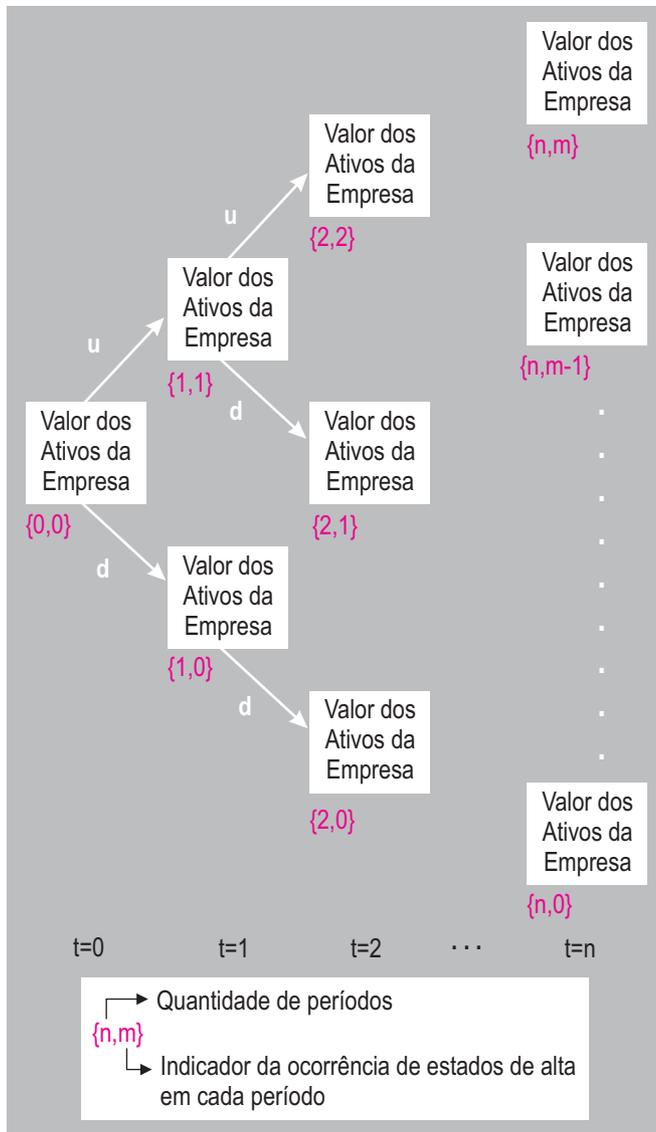


Figura 1: Representação da Árvore Binomial do Valor dos Ativos da Empresa

$$d = \exp\left(\frac{Rt}{n} - \frac{\frac{1}{2}\sigma^2 t}{n} - \frac{\sigma\sqrt{t}}{n}\right) \quad [5]$$

em que:

- μ = taxa média de variação do ativo;
- σ = volatilidade do ativo;
- P = probabilidade risco neutro;
- R_t = taxa livre de risco do período t ;
- t = medida de tempo de cada período;
- N = número de subperíodo por período.

4.2. Precificação do título

Para precificar títulos da dívida da empresa, deve-se, inicialmente, selecionar um título de dívida, indicado por título

A, considerando os demais passivos exigíveis como um segundo título de dívida A' . Em seguida, para cada um dos valores do último período da árvore binomial, o valor do ativo da empresa será dividido em três partes:

- valor do título que se quer precificar;
- valor dos demais passivos exigíveis;
- valor do capital próprio — resultado da subtração dos ativos exigíveis do valor do ativo da empresa.

Então, a partir do último nó da árvore binomial, calcula-se o valor presente do título dado por:

$$VP_{t,j} = \frac{V_{t+1,j+1}P + V_{t+1,j}(1-P)}{r} \quad [6]$$

em que:

- $VP_{t,j}$ = valor presente do título no período t ;
- $V_{t+1,j+1}$ = valor do título no período $t+1$ e $j+1$ estados de alta;
- $V_{t+1,j}$ = valor do título no período $t+1$ e j estados de alta;
- r = $1 +$ taxa de juros livre de risco;
- P = fator de probabilidade risco neutro.

Esses cálculos são repetidos para cada período da árvore, como aparece na figura 2.

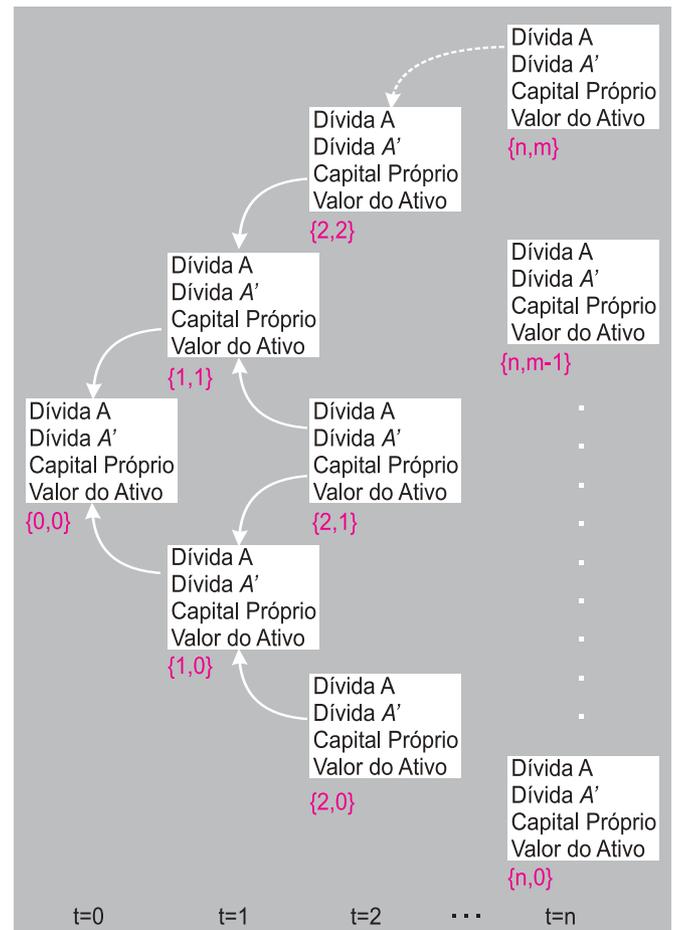


Figura 2: Representação da Precificação dos Títulos

Em seguida, seleciona-se um segundo título para ser precificado, título B, considerando os demais passivos exigíveis como um segundo título de dívida B' (incluindo o título A, já precificado). E repete-se o processo, precificando o título B e da mesma forma todos os outros passivos contingenciais que possam existir.

4.3. Volatilidade dos ativos

Para cada um dos títulos de dívida, obtém-se seu preço na data de hoje, que pode ser comparado com o respectivo preço do mercado. Substituindo o preço do título a mercado e calculando a volatilidade, obtém-se o que costuma ser chamado de volatilidade implícita. No caso seria uma volatilidade implícita para cada título de dívida, o que não faz sentido. Considera-se, então, a soma dos erros quadráticos entre os preços a mercado e do modelo dos títulos de dívida, dada por:

$$T = \sum_{j=1}^n \left(\frac{p_{mercado_j}}{p_{modelo_j}} - 1 \right)^2 \quad [7]$$

em que:

$p_{mercado}$ = preço de mercado do título;

p_{modelo} = preço do título estimado pelo modelo.

A seguir, procura-se o valor da volatilidade que minimiza o valor de T e considera-se essa volatilidade, induzida pelo modelo, a melhor estimativa para a volatilidade dos ativos. Volta-se a precificar cada um dos títulos de dívida, utilizando a volatilidade implícita, e determinam-se, assim, os preços dos títulos e os prêmios dos elementos contingenciais dos contratos.

4.4. Critério de decisão do valor do passivo

Em cada um dos períodos estimados pela árvore binomial, o valor do título depende de contingências existentes nos títulos de dívida. O critério de decisão aplicado neste trabalho abrange os componentes opção de compra, opção de conversão e subordinação. Descreve-se a seguir o tratamento para cada caso.

4.4.1. Opção de compra

Se o título oferecer uma opção de compra para o emissor, este exercerá a opção caso o valor de recompra seja menor que aquele de manter o título no mercado. O valor de recompra é definido no lançamento do título e o valor de manutenção do título é obtido pelo valor presente calculado pela equação $VP_{t,j}$, observando que ao final do período, no vencimento, a opção torna-se nula.

Caso o título apresente ainda a opção de conversão, aplica-se o critério de conversão descrito a seguir. E, por último,

verifica-se o valor total do ativo da empresa: caso não seja suficiente para pagamento integral do passivo exigível, aplica-se o critério de senioridade e subordinação também examinado a seguir.

4.4.2. Opção de venda

Se o título incluir uma opção de resgate antecipado ao investidor, este poderá resgatar seus recursos quando o valor de resgate do título for maior que o de manutenção do investimento. O valor de manutenção do título é calculado pela equação $VP_{t,j}$. Se o valor do ativo total for insuficiente para liquidação dos passivos exigíveis, aplica-se o critério de senioridade e subordinação.

4.4.3. Opção de conversibilidade

Se o título possuir opção de conversão para o investidor, compara-se o valor nominal somado aos juros com o valor convertido em ações, registra-se o maior, uma vez que o investidor busca maximizar sua riqueza. Se o valor do ativo não for suficiente para pagamento integral do passivo, então, aplica-se o critério de senioridade e subordinação.

4.4.4. Cláusulas de senioridade e subordinação

Se o valor total do ativo da empresa for maior que o valor nominal somado aos juros dos títulos de dívida, registra-se o valor nominal do título somado aos juros devidos.

Se o valor total do ativo da empresa for menor do que o valor nominal dos títulos de dívida, então:

- se o título de dívida for subordinado, seu valor será o valor total do ativo da empresa subtraído do valor nominal mais juros dos demais passivos exigíveis;
- se o título de dívida tiver a mesma prioridade de pagamento dos demais passivos, registra-se a proporção da dívida que está sendo precificada sobre a dívida total multiplicada pelo valor do ativo da empresa;
- se o título de dívida for sênior, com prioridade de pagamento em relação aos demais passivos, registra-se o valor nominal do título somado aos juros se o valor do ativo da empresa for suficiente. Caso contrário, registra-se somente o valor do ativo da empresa.

4.5. Precificação das opções embutidas nos títulos

As opções embutidas nos títulos de dívida podem ser precificadas subtraindo-se o valor do título sem a opção daquele com a opção. Por exemplo, considere um título com *call* e o mesmo título sem a opção: subtraindo-se os valores presentes, chega-se ao valor da *call* embutida no título. No caso de um mesmo título apresentar mais de uma opção, deve-se considerar o valor da interdependência entre os dois títulos.

4.6. Os passivos exigíveis que não são títulos de dívida

Os passivos exigíveis que não são títulos de dívida — que correspondem aos passivos tributários, fornecedores, passivos trabalhistas e provisão para contingências — serão considerados como um único título com pagamento de juros periódicos. Para cálculo de seus preços, considera-se o valor contábil como o valor nominal do título, incluindo pagamento de juros periódicos ao longo da árvore binomial. A taxa de juros pode ser estimada por meio do custo de capital de terceiros com base em dados de mercado.

Uma das formas para realizar tal estimativa pode ser vista em Minardi e Sanvicente (2003), a outra, conforme o perfil dos passivos e do tamanho da empresa, consiste em supor que os recursos podem ser captados à própria taxa livre de risco.

5. APLICAÇÃO DO MODELO

O modelo de precificação de títulos de dívida foi aplicado para avaliar o preço das debêntures e eurobônus^(*) emitidos pelas empresas, no Brasil, na data de 30 de setembro de 2003, utilizando-se as informações divulgadas pelas empresas no terceiro trimestre de 2003. A amostra é composta por 14 empresas sociedades anônimas de capital aberto que possuem 55 títulos de dívida emitidos, 37 dos quais foram negociados no mercado secundário em pelo menos um dia dos meses de setembro e outubro de 2003.

As informações sobre os *eurobonds* foram coletadas no sistema de informações da Bloomberg, o qual apresenta os componentes *call*, *put*, conversibilidade e subordinação. As informações sobre as debêntures emitidas no mercado doméstico foram coletadas no sistema de informações da Associação Nacional das Instituições do Mercado Financeiro (Andima), o Sistema Nacional de Debêntures (SND) que, pelo Caderno de Debêntures, fornece uma descrição de cada um dos títulos. Esse sistema classifica as debêntures em subordinadas e não-subordinadas, conversíveis e não-conversíveis, permutáveis e não-permutáveis. São três os componentes que fazem parte dos títulos da amostra: *call*, subordinação e conversibilidade. A *call* é caracterizada pela presença da cláusula de Resgate Antecipado (facultativo), válida por toda a vida do título.

O valor de resgate no exercício da opção varia desde o valor nominal do título mais juros acruados até o pagamento de um prêmio, que varia de 0,5% até 1% do valor nominal mais juros acruados.

Dos 55 títulos de dívida avaliados, 17 apresentaram *call*, e sete, subordinação às demais dívidas da empresa. Somente uma das empresas da amostra apresentou três títulos de dívida com cláusula de conversão em ações (Paranapanema S.A.). A remuneração das debêntures consiste na participação dos lucros da emissora, cuja remuneração mínima de INPC + 6% ao ano foi utilizada em sua avaliação. A opção de conversibilidade é válida para toda a vida da debênture, sendo a taxa de conversão — quantidade de ações resultante da conversão de cada debênture — determinada mediante a relação entre seu valor unitário corrigido e a cotação da ação preferencial, diferentemente de uma taxa de conversão tradicional que é predefinida na escritura de emissão do título.

As empresas e os seus títulos de dívida, que compõem a amostra do trabalho, são apresentados no quadro 1.

Um dos grandes problemas, de interesse dos investidores e dos gestores das empresas, consiste em determinar o preço da dívida na data de hoje, seja para comparação com o preço de mercado para títulos de liquidez, seja para comparar com o valor contabilizado em balanço; e até mesmo para estimar o valor presente nos casos em que o título não seja negociado no mercado secundário.

Desenvolveu-se, então, um programa em *Visual Basic for Applications* (VBA) para a aplicação do modelo de precificação dos títulos de dívida, que consiste no cálculo do valor presente de cada um dos títulos de dívida que compõem o passivo exigível de cada uma das 14 empresas da amostra.

Partindo do passivo exigível divulgado no ITR de 30 de setembro de 2003, estimou-se o valor contábil das debêntures e dos eurobônus com base nas notas explicativas das demonstrações financeiras. O saldo da diferença entre o passivo exigível total e a soma do valor contábil dos títulos de dívida é a estimativa do passivo exigível não representado pelos títulos de dívida: fornecedores, impostos, provisões, salários, empréstimos e financiamentos bancários, entre outros. Esse passivo é representado por um título de dívida cujo custo estimado é a taxa livre de risco.

Cada empresa passa, então, a ter um passivo exigível composto por títulos de dívida que pagam juros anuais, sem possibilidade de capitalização. As taxas de juros dos títulos são consideradas taxas de juros reais, e os juros pós-fixados são estimados com base nas expectativas dos indicadores apresentados no quadro 2.

(*) Utilizou-se o termo eurobônus como uma referência a todos os títulos de dívida emitidos no mercado externo pelas empresas brasileiras, incluindo, portanto, MTNs, FRNs, entre outros.

Quadro 1

Amostra — Empresas e Títulos de Dívida

(Em R\$ Mil)

Empresa	Valor Contábil Passivo Exigível	Valor de Mercado PL	Endividamento (%)	Volatilidade Histórica (%)	Título de Dívida	Características	Valor Nominal
Companhia Brasileira de Distribuição	2.725.382	6.055.458	31,04	45	Debênture		505.226
					Debênture		78.789
Braskem S.A.	11.582.389	2.414.000	82,75	58	Debênture	<i>Call</i>	410.800
					Debênture	<i>Call</i>	294.732
					Eurobônus		825.000
					Eurobônus		363.000
					Eurobônus		195.000
Brazil Telecom S.A.	8.138.371	6.999.999	53,76	44	Debênture	<i>Call</i>	400.000
					Debênture	<i>Call</i>	500.000
Cemig	8.022.745	4.282.217	65,20	42	Debênture		424.813
					Debênture		424.813
Acesita S.A.	2.537.610	965.826	72,43	75	Debênture	Subordinada	36.463
					Eurobônus		207.000
Petróleo Brasileiro S.A. (Petrobras)	61.238.690	69.802.703	46,73	46	Debênture		940.510
					Debênture		953.617
					Debênture		430.000
					Eurobônus		469.546
					Eurobônus		317.660
Companhia Siderúrgica Nacional (CSN)	15.559.282	7.402.460	67,76	51	Debênture	<i>Call</i>	516.550
					Debênture	<i>Call</i>	135.469
					Eurobônus		600.000
					Eurobônus		450.000
					Eurobônus		300.000
					Eurobônus		225.000
Usinas Siderúrgicas de Minas Gerais S.A. (Usiminas)	4.979.109	3.635.777	57,80	64	Eurobônus	Subordinada	225.000
					Debênture		100.000
					Debênture		73.000
Duratex S.A.	613.986	703.039	46,62	43	Debênture	<i>Call</i>	70.000
Companhia Energética de São Paulo (CESP)	12.718.106	821.837	93,93	64	Eurobônus		360.000
					Eurobônus		717.600
					Eurobônus		362.177
					Eurobônus	<i>Call</i>	191.394
					Eurobônus		83.226
					Eurobônus	<i>Call</i>	160.208
					Debênture	Subordinada <i>Call</i>	230.000
					Debênture	Subordinada	449.970
Debênture		7.570					
Telesp Celular Participações S.A.	3.903.371	5.795.288	40,25	75	Eurobônus		450.000
					Debênture		500.000

(continua...)

Quadro 1

Amostra — Empresas e Títulos de Dívida

(...continuação)

(Em R\$ Mil)

Empresa	Valor Contábil Passivo Exigível	Valor de Mercado PL	Endividamento (%)	Volatilidade Histórica (%)	Título de Dívida	Características	Valor Nominal
CPFL Energia S.A.	1.819.210	413.837	81,47	73	Debênture		900.000
Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo (Sabesp)	8.922.531	3.586.433	71,33	64	Eurobônus		675.000
					Eurobônus		825.000
					Debênture	Call	41.005
					Debênture	Call	103.807
					Debênture	Call	103.198
					Debênture		122.665
					Debênture	Call	102.159
					Debênture	Call	300.000
Paranapanema S.A.	859.558	473.584	64,48	66	Debênture	Subordinada/Conversão	177.559
					Debênture	Subordinada/Conversão	143.426
					Debênture	Subordinada/Conversão	208.440
					Debênture	Subordinada/Conversão	

Quadro 2
Indicadores

Indicador	Juros
US\$	6,00% ao ano
Inflação	6,00% ao ano
TJLP	11,00% ao ano
Taxa Livre de Risco	7,25% ao ano
CDI	17,00% ao ano
Taxa Cambial (R\$/US\$)	3,00

Os títulos em moeda estrangeira (US\$) foram convertidos para moeda nacional (R\$) à taxa de R\$/US\$ 3,00. Supôs-se que as variações cambiais das moedas acompanhassem a inflação em reais.

Tendo coletado os dados das empresas e de seus títulos de dívida, o programa foi executado para cada empresa individualmente, partindo do desenvolvimento da árvore binomial do valor total da empresa com intervalos anuais até a data de vencimento do título de dívida mais longo. O valor inicial dos ativos da empresa foi a soma do valor contábil do passivo exigível e o valor de mercado da empresa, estimado pela quantidade de ações preferenciais e ordinárias multiplicadas pelas respectivas cotações em 30 de setembro de 2003. Utilizou-se a taxa livre de risco (taxa contínua) e a volatilidade histórica — calculada pela variação trimestral do preço da ação de maior liquidez da empresa — para calcular os parâmetros **u** e **d**, conforme descrito na seção 4.1.

Cada um dos títulos de dívida que formam o passivo exigível da empresa é precificado partindo, inicialmente, do último período da árvore binomial, quando o valor do título é determinado como uma participação no valor dos ativos da empresa. Essa participação é calculada somando o valor nominal e os juros do título em reais desde que o valor dos ativos seja suficiente para pagar o total dos passivos exigíveis. Caso contrário, o título concorre com os demais passivos exigíveis pela ordem de preferência sobre os ativos da empresa. Se houver cláusula de conversibilidade, deve-se realizar a comparação entre valor de conversão e valor de resgate do título, conforme especificado na seção 4.4.

A precificação das debêntures com cláusula de conversibilidade, da Paranapanema S.A., foi realizada comparando-se, a cada período da árvore binomial, o valor da conversão com o valor presente do respectivo período. A estimativa do valor da conversão de cada debênture foi realizada, primeiramente, calculando-se o valor unitário da ação, como sendo o total de ativos e subtraindo o passivo exigível dividido pela quantidade de ações da empresa. em seguida, calculou-se a taxa de conversão — quantidade de ações por debênture — resultante da divisão do valor nominal unitário da debênture pelo valor unitário da ação. No terceiro passo, multiplicando-se a taxa de conversão pela quantidade de debêntures, encontrou-se a quantidade do total de ações a serem convertidas. Num quarto momento, obteve-se a proporção das ações convertidas sobre o total de ações da empresa após a conversão, considerando, assim, o efeito da diluição de capital com a emissão das novas ações. Finalmente, o valor da conversão foi determinado pela multiplicação da proporção das ações

convertidas pelo valor do patrimônio líquido do período de decisão. O patrimônio líquido é obtido subtraindo, do ativo total, o valor dos demais passivos exigíveis.

Do penúltimo período até o primeiro da árvore binomial, o valor da dívida foi trazido a valor presente pela fórmula de valor presente apresentada em 4.2., somando-se o valor dos juros anuais acruados em cada um dos períodos, exceto na data 0 da árvore binomial, quando não há período de incidência de juros. A cada período da árvore binomial, aplicou-se o critério de decisão especificado em 4.4., levando-se em conta os componentes *call*, conversibilidade e subordinação (encontrados nos títulos da amostra).

Quando uma empresa emite um novo título, ficam alterados os valores daqueles já emitidos. Assim, os títulos de dívida de uma empresa devem ser precificados em conjunto, levando-se em conta as possíveis opções neles embutidas.

Uma vez calculado o valor presente de todos os títulos de dívida da empresa, utilizando a volatilidade histórica, partiu-se para o cálculo da volatilidade implícita, a qual minimiza a diferença entre o preço dos títulos calculado pelo modelo e seus respectivos valores de mercado.

A diferença entre o valor de mercado da empresa e seu patrimônio líquido, calculado pelo modelo, também foi utili-

zado na determinação da volatilidade implícita. O patrimônio líquido foi obtido subtraindo-se do valor total dos ativos inicial: o valor presente dos títulos (calculado pelo modelo) que possuem valor de mercado e o valor contábil dos títulos que não possuem valor de mercado.

Foram coletados os valores de mercado de 30 de setembro de 2003 (com tolerância de 30 dias) de 37 dos 55 títulos avaliados. No caso dos eurobônus, o valor de mercado, expresso como uma porcentagem da curva do papel, foi multiplicado pelo valor nominal encontrando-se, então, o valor de mercado utilizado na comparação com o valor do modelo. No caso das debêntures, seu valor de mercado foi expresso pelo preço unitário, sendo ajustado para excluir os juros acruados até a data de negociação.

6. RESULTADOS OBTIDOS

Os testes de validação do modelo supõem normalidade e foram realizados utilizando o aplicativo SPSS 10.0. O primeiro teste realizado foi o de comparação de médias da amostra de valor presente de 37 títulos e de seus valores de mercado (*Paired-Samples T-Test*), para verificar se a diferença entre as duas séries era diferente de 0. O resultado obtido, apresentado no quadro 3, não rejeita a hipótese de que a diferença seja igual a 0.

O segundo teste realizado foi o de média da proporção do valor presente calculado pelo modelo sobre o valor de mercado do título. Ele verifica se a proporção é igual a 100%, ou

Quadro 3

Teste de Comparação de Médias

Estatística Amostras Emparelhadas		Média	N	Desvio-Padrão				
Variável 1		407,8585	37	261,5672				
Variável 2		400,1225	37	264,4170				
Correlação		N	Desvio-Padrão	Significância				
Variável 1 & Variável 2		37	0,989	0,000				
Diferença Amostras Emparelhadas				95% Intervalo de Confiança da Diferença				
		Média	Desvio-Padrão	Inferior	Superior	t	GL	Significância Bicaudal
Variável 1 (-) Variável 2		7,736	39,1390	-5,3136	20,7856	1,202	36	0,237

Quadro 4

Teste de Média da Proporção Valor Presente — Modelo/Preço de Mercado

Estatística da Amostra			Teste Valor=100				95% Intervalo de Confiança da Diferença		
Média	N	Desvio-Padrão	t	DG	Significância Bicaudal	Média da Diferença	Inferior	Superior	
98,1622	37	8,9738	-1,246	36	0,221	-1,8378	-4,8298	1,1542	

seja, o valor presente do título calculado pelo modelo é igual ao valor de mercado. O resultado, apresentado na quadro 4, não rejeita a hipótese de que a proporção valor presente estimado pelo modelo dividido pelo preço de mercado é igual a 100%.

A cláusula de resgate antecipado (facultativo), *call*, foi encontrada em 17 dos 55 títulos apreçados das empresas Braskem, Brazil Telecom, CSN, Duratex, Cesp e Sabesp. Na média, o valor dessa opção foi de 9,50% do valor nominal. Esse resultado pode ser interpretado como: um título com a cláusula de resgate antecipado (facultativo) reduz o preço do título, em média, 9,50% do valor nominal, conforme apresentado na tabela 1.

Realizou-se o teste T para a verificação de que o valor da *call* é diferente de zero. Utilizou-se a variável valor da *call* dividido pelo valor nominal (coluna 6 da tabela 1). Os resultados, apresentados no quadro 5, evidenciam que a variável é

estatisticamente diferente de zero, confirmando a necessidade de inclusão desse componente na precificação dos títulos de dívida.

A característica de subordinação foi encontrada em 7 dos 55 títulos apreçados, reduzindo o valor nominal dos títulos em 8,72%, em média, conforme apresentado na tabela 2.

Realizou-se o teste T para a verificação de que o valor da subordinação é diferente de zero. Utilizou-se como variável a proporção do valor da subordinação dividido pelo valor nominal (coluna 6 da tabela 2). O resultado, mostrado no quadro 6, é estatisticamente diferente de zero, mas com nível de confiança de 90%.

A opção de conversibilidade das debêntures da Parapanema S.A., sob uma taxa de conversão variável, apresentou o valor médio de 4,11% sobre o valor nominal. Em outras palavras, a opção de conversão aumenta o preço do título em, em média, 4,11% do valor nominal, como consta na tabela 3.

Tabela 1
Estimativa do Valor da Call

(Em R\$ Mil)

Título	Preço do Título com Call	Preço do Título sem Call	Valor da Call	Valor Nominal	Valor da Call / Valor Nominal (%)
Braskem Debênture	412.854	434.402	21.548	410.800	5,25
Braskem Debênture	295.844	305.741	9.898	294.732	3,36
Brazil Telecom Debênture	391.106	397.709	6.603	400.000	1,65
Brazil Telecom Debênture	488.882	497.136	8.254	500.000	1,65
CSN Debênture	521.716	681.996	160.281	516.550	31,03
CSN Debênture	136.824	177.393	40.569	135.469	29,95
Duratex Debênture	70.000	73.055	3.055	70.000	4,36
Cesp Eurobônus	191.394	221.642	30.248	191.394	15,80
Cesp Eurobônus	160.208	185.527	25.319	160.208	15,80
Cesp Debênture	171.991	181.073	9.082	230.000	3,95
Sabesp Debênture	41.415	44.681	3.266	41.005	7,96
Sabesp Debênture	104.845	113.113	8.268	103.807	7,96
Sabesp Debênture	104.230	112.449	8.219	103.198	7,96
Sabesp Debênture	103.181	111.317	8.137	102.159	7,96
Sabesp Debênture	294.419	305.970	11.550	300.000	3,85
Sabesp Debênture	312.618	328.583	15.964	313.720	5,09
Sabesp Debênture	16.592	17.901	1.308	16.428	7,96
Média					9,50

Quadro 5
Call — Teste de Médias

Estatística da Amostra			Teste Valor=0			95% Intervalo de Confiança da Diferença		
Média	N	Desvio-Padrão	t	DG	Significância Bicaudal	Média da Diferença	Inferior	Superior
9,5294	17	8,8890	-4,420	16	0,000	9,5294	4,9591	14,0997

Tabela 2
Estimativa do Valor da Subordinação

(Em R\$ Mil)

Título	Preço do Título com Subordinação	Preço do Título sem Subordinação	Valor da Subordinação	Valor Nominal	Subordinação / Valor Nominal (%)
Acesita Debênture	36.751	39.659	2.908	36.463	7,98
Usiminas Debênture	118.239	118.239	0	100.000	0,00
Cesp Debênture	171.991	227.340	55.349	230.000	24,06
Cesp Debênture	357.983	488.598	130.615	449.970	29,03
Paranapanema Debênture	175.820	175.820	0	177.559	0,00
Paranapanema Debênture	142.247	142.247	0	143.426	0,00
Paranapanema Debênture	206.120	206.120	0	208.440	0,00
Média					8,72

Quadro 6
Avaliação de Médias

Estatística da Amostra			Teste Valor=0			95% Intervalo de Confiança da Diferença		
Média	N	Desvio-Padrão	t	DG	Significância Bicaudal	Média da Diferença	Inferior	Superior
9,1429	7	12,6020	1,920	6	0,103	9,1429	-2,5120	20,7977

Tabela 3
Estimativa do Valor de Conversibilidade

(Em R\$ Mil)

Título	Preço do Título com Conversibilidade	Preço do Título sem Conversibilidade	Valor da Conversibilidade	Valor Nominal	Conversibilidade / Valor Nominal (%)
Paranapanema Debênture	175.820	168.528	7.292	177.559	4,11
Paranapanema Debênture	142.247	136.131	6.116	143.426	4,26
Paranapanema Debênture	206.120	197.838	8.282	208.440	3,97
Média					4,11

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Inicialmente, deve-se observar que o tamanho do mercado secundário de títulos e dívida de empresas brasileiras é pequeno, tendo sido um fator limitante à extensão do tamanho da amostra desta pesquisa.

Mesmo nessas condições, obtiveram-se resultados a favor do modelo binomial de precificação de títulos, levando-se em conta seus componentes — *call*, conversibilidade e ordem de preferência de pagamento de dívidas. Os resultados induzem a considerar convenientemente a hipótese de que os compo-

mentes contingenciais dos títulos de dívidas devem ser considerados pelos investidores em suas análises de investimento e pelas empresas em suas captações de recursos. Não foi possível obter dados sobre a opção de venda (direito de resgate pelo investidor), por não estarem presentes nos títulos analisados neste estudo.

Logicamente, este estudo é apenas o início de uma pesquisa que visa analisar instrumentos de captação de recursos complexos. Como sugestão de novos estudos, pode-se citar a exploração de outros componentes de dívida, como garantias reais, fundos de amortização (*sinking fund*), entre outros. ♦

- BARTH, M.; LANDSMAN, W.; RENDLEMAN, R. Implementation of an optionpricing-based bond valuation model for corporate debt and its components. *Accounting Horizons*, Sarasota, v.14, n.4, p.455, Dec. 2000.
- BRENNAN, M.; SCHWARTZ, E. Analysing convertible bonds. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Seattle, v.15, n.4, p. 907, Nov. 1980.
- COX, J.; ROSS, S.; RUBINSTEIN, M. Option pricing: a simplified approach. *Journal of Financial Economics*, Amsterdã, v.7, n.3, p.229, Sept. 1979.
- FABOZZI, F.; KALOTAY, A.; WILLIAMS, G. A model for valuing bonds and embedded options. *Financial Analysts Journal*, Charlottesville, v.49, n.3, p.35, May-June 1993.
- FINNERTY, J. Adjusting the binomial model for default risk. *Journal of Portfolio Management*, New York, v.25, n.2, p.93, Winter 1999.
- McCONNELL, J.; SCHWARTZ, E.; LYON, Taming. *The Journal of Finance*, Cambridge, v.46, n.3, p.561, July 1996.
- MERTON, R. On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates. *The Journal of Finance*, Cambridge, v.29, n.2 p.449, May 1974.
- MINARDI, A.; SANVICENTE, A.Z. A estimação do custo médio de capital de empresas sob processo de regulação econômica no Brasil. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE FINANÇAS, 3., São Paulo, 2003. *Anais...* São Paulo, 2003. 1 CD-ROM.
- RENDLEMAN, R.; BARTTER, B. Two-state option pricing. *The Journal of Finance*, Cambridge, v.34, n.5, p.1093, Dec. 1979.

Corporate debt securities and embedded options valuation using binomial model

This article comprises an application of binomial model to evaluate corporate debt securities and its components. The main objective of this research is verify the applicability of the model to debt securities issued by Brazilian companies. The mean test which compares present value of debt securities obtained by the binomial model and the respective market value confirms the validity of the model. There are three components presented in debt securities presented in the sample: call option, conversion option and subordination. Call option decreases the debt security present value, on average, in 9,50% of nominal value and subordinated debt have its present value decreased in 8,82% of the nominal value, on average. Finally, convertible bonds (3 securities in the sample) have its present value increased in 4,11% of its nominal value, on average.

Uniterms: pricing derivatives, hybrid securities, commercial paper, bonds.

Valoración de títulos de deuda corporativos y sus componentes utilizando el modelo binomial

Este trabajo utiliza el modelo binomial para valorar los precios de los títulos de deuda corporativos y sus componentes. Tiene por objetivo examinar el modelo adaptando a la realidad brasileña. Los resultados de los testes de media que comparan el precio del título calculado por el modelo y el precio negociado en el mercado confirman el modelo. Los componentes embutidos en los títulos de deuda de la muestra son las siguientes opciones: *call*, subordinación y conversión. La opción *call* reduce el precio del título, en media, 9,50% del valor nominal, en cuanto la subordinación reduce el valor, en media, 8,72%. La opción de conversión, encontrada en solamente tres títulos de la muestra, aumenta su valor, en media, 4,11%.

Palabras clave: valoración de derivado financiero, títulos combinados, títulos de deuda, bono.