



# Abordagem internacional de VaR: *backtesting* para diferentes mercados de capitais

Marília Cordeiro Pinheiro<sup>1</sup>

 <https://orcid.org/0000-0002-0168-530X>  
E-mail: marilia.cordeiro90@hotmail.com

Bruno Vinícius Ramos Fernandes<sup>2</sup>

 <https://orcid.org/0000-0003-0860-563X>  
E-mail: brunoramos@unb.br

<sup>1</sup> Universidade de Brasília, Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Gestão Pública, Programa de Pós-Graduação em Contabilidade, Brasília, DF, Brasil

<sup>2</sup> Universidade de Brasília, Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Gestão Pública, Departamento de Contabilidade e Atuária, Brasília, DF, Brasil

Recebido em 02.12.2018 – Desk aceite em 18.01.2019 – 3a versão aprovada em 30.05.2019 – *Ahead of print* em 09.12.2019  
Editora Associada: Fernanda Finotti Cordeiro Perobelli

## RESUMO

O objetivo deste artigo é comparar diferentes métricas de valor em risco (VaR), distinguindo-se de estudos anteriores na medida em que compara três categorias de ativos pertencentes a sete países. Desde a concepção do VaR, foram desenvolvidas várias abordagens para melhorar a precisão da estimativa de perdas. Entretanto, praticamente inexistente um consenso universal sobre qual abordagem é a mais apropriada, uma vez que o VaR depende das propriedades estatísticas do ativo alvo e do mercado no qual este é negociado. É importante comparar os resultados obtidos não apenas entre os ativos, mas também entre os mercados em que são negociados, considerando suas propriedades específicas para verificar se existe algum padrão dos métodos para os dados. Considerando as três categorias de ativos, os modelos semiparamétrico e não paramétrico obtiveram o menor número de rejeições. Verificou-se também que os modelos testados não foram eficazes para a estimação do VaR da taxa de câmbio, o que pode ser devido a riscos mais relevantes do que o mercado na formação do preço do ativo. Foram testados cinco modelos pertencentes às abordagens paramétrica, semiparamétrica e não paramétrica. As análises foram divididas em duas, com o intuito de testar os desempenhos dos VaRs em diferentes ciclos econômicos; as primeiras análises consideraram uma janela de estimação de 1.000 dias, enquanto as segundas consideraram uma janela de estimativa de 252 dias. A fim de validar estatisticamente os resultados, foram aplicados os testes de Kupiec e Christoffersen. Os resultados mostram que o VaR condicional e a simulação histórica apresentam o melhor desempenho para estimar o VaR. Comparando-se os mercados, os ativos chineses foram os que apresentaram o maior número médio de rejeições de testes, o que pode ser consequência de sua economia fechada. Por fim, constatou-se que a janela de estimação mais curta tende a apresentar um melhor desempenho para ativos de alta volatilidade, enquanto a janela mais longa tende a ter um melhor desempenho para ativos com menor volatilidade.

**Palavras-chave:** VaR, modelos paramétricos, modelos semiparamétricos, modelos não paramétricos, *backtesting*.

## Endereço de correspondência

Marília Cordeiro Pinheiro

Universidade de Brasília, Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Gestão de Políticas Públicas, Programa de Pós-Graduação em Contabilidade  
Campus Universitário Darcy Ribeiro, Bloco A-2 – CEP 70910-900  
Asa Norte – Brasília – DF – Brasil



## 1. INTRODUÇÃO

O valor em risco (*value at risk* – VaR) foi criado na década de 1980 pelo JP Morgan, sendo disseminado pelo Comitê de Basileia em abril de 1995. No final do mesmo ano, a Securities and Exchange Commission (SEC) definiu o VaR como uma das três métricas de risco que as empresas negociadas devem utilizar. O VaR consiste em uma ferramenta econométrica para prever a pior perda ao longo de um horizonte-alvo, dentro de um dado intervalo de confiança (Jorion, 2007). Desde a sua criação, várias abordagens foram desenvolvidas com o objetivo de melhorar a precisão das estimativas de perdas e como resposta às crises financeiras que ocorreram ao longo dos anos.

Embora diferentes, esses métodos possuem estruturas semelhantes: a partir dos retornos diários dos ativos, realizam uma inferência acerca das distribuições desses retornos para estimar o VaR desejado. A principal divergência reside na premissa da distribuição de retornos, uma vez que há uma divisão entre modelos paramétricos, que pressupõem uma distribuição linear, e modelos não paramétricos, que defendem uma distribuição não linear (Engle & Manganelli, 2004). Considerando-se que o VaR é calculado a partir das propriedades estatísticas de ativos específicos e dos mercados em que são negociados, dificilmente haverá consenso sobre qual dessas duas abordagens é mais adequada, haja vista que os instrumentos financeiros formam classes heterogêneas, com diferentes fundamentos teóricos de formação de preço e, conseqüentemente, de níveis de exposição a risco.

Deste modo, é necessário aplicar o *backtesting* que visa a testar a precisão do VaR com base nos dados históricos,

possibilitando analisar se um determinado modelo teve um bom ou mau desempenho e, conseqüentemente, verificar se ele é adequado para o ativo de interesse (Adams e Füss, 2009). Dada a importância do VaR, uma gama de modelos foi desenvolvida com o objetivo de testar sua precisão. O teste de Kupiec (1995) concentrou-se na mensuração da proporção de perdas incondicionais do modelo VaR; se a proporção de falhas ocorrer acima do percentil  $p$  estabelecido, é uma indicação de que o VaR testado subestima a perda máxima do ativo. Outro *backtesting* comumente usado é o de Christoffersen (1998), que identifica se as violações se agrupam, isto é, se as violações são independentes umas das outras. A rejeição da hipótese nula é uma indicação do atraso do modelo em absorver as oscilações do mercado na avaliação das perdas do ativo (Campbell, 2006).

Neste artigo, são testados cinco modelos de VaR para três diferentes classes de ativos de sete mercados: Brasil, China, Alemanha, Japão, África do Sul, Reino Unido e Estados Unidos. O artigo é relevante por comparar os resultados obtidos não apenas entre os ativos, mas também entre os diferentes mercados em que são negociados, considerando suas propriedades estatísticas específicas, e por verificar se existe algum padrão nos modelos de VaR para os dados. Além disso, é também testada a influência do tamanho da janela de estimação na precisão do VaR.

O artigo organiza-se da seguinte forma: a seção 2 contém a literatura relacionada, a seção 3 descreve a metodologia, a seção 4 resume os resultados empíricos e a seção 5 apresenta a conclusão.

## 2. LITERATURA RELACIONADA

A análise do VaR é mais complexa do que as formas tradicionais de estimativa de riscos, devido à dependência da distribuição multivariada dos fatores de risco e sua dinâmica, como no mapeamento do risco de carteira. Embora o VaR possa ser medido com precisão, ele é limitado a um horizonte de tempo específico e ao intervalo de probabilidade estabelecido. Além disso, a estimativa do VaR é obtida a partir de características estatísticas específicas do ativo e do mercado em que ele é negociado. Considerando todos esses fatores, foram desenvolvidas várias extensões de seu cálculo, buscando melhorar sua capacidade preditiva. A principal diferença entre essas métricas é a premissa da distribuição dos retornos, uma vez que a característica de não-linearidade nas séries

financeiras é predominante, o que coloca a precisão dos modelos paramétricos em questão.

Considerando a variedade das métricas de VaR, a comparação entre o desempenho de modelos já foi estudada na literatura. Uma das temáticas mais exploradas é a falta de subaditividade do VaR, o que significa que o risco da carteira pode ser maior que a soma dos riscos isolados de seus componentes quando estimados pelo VaR. Em resposta, uma alternativa popular para a violação de subaditividade é o modelo de *Expected Shortfall* (ES), também conhecido como VaR condicional (*conditional value at risk* – CVaR), proposto por Acerbi, Nordio e Sirtori (2001). O método permite a decomposição dos fatores de risco utilizando sua propriedade de otimização

de carteira. Além disso, o CVaR concentra-se nas informações contidas na cauda e não na distribuição inteira, fornecendo o valor condicional esperado além do nível do VaR. Em contraste com os defensores do CVaR, Danielson et al. (2005) exploraram as violações da subaditividade com foco em ativos de cauda pesada e utilizando um modelo heteroscedástico condicional autorregressivo geral (*generalized autoregressive conditional heteroscedastic* – GARCH) bivariado para estimar as perdas. Para a maior parte da amostra, o VaR é subaditivo na cauda nas probabilidades mais relevantes para aplicações práticas. O autor reexaminou a questão da subaditividade em 2013, e concluiu que o VaR é subaditivo na região relevante da cauda se os retornos do ativo forem multivariados variando regularmente; concluiu ainda que o VaR estimado pelo modelo de simulação histórica pode violar a subaditividade.

A simulação histórica (*historical simulation* – HS) é amplamente utilizada, pois não pressupõe a normalidade da distribuição dos retornos do ativo, representando o segmento de modelos não paramétricos. Considerando-se isso, a principal vantagem da HS é a sua abrangência, uma vez que sua aplicação não se restringe apenas às carteiras lineares, tornando-a um dos métodos mais populares de gerenciamento de risco. No entanto, devido à sua total dependência das informações contidas nos dados históricos, está sujeita a distorções de eventos extremos ocorridos em um passado distante e não mais relevante na estimativa das perdas. Pritsker (2006) considera que as estimativas de risco utilizando o método ficam defasadas em relação a mudanças na volatilidade condicional, e que reagem assimetricamente a partir da previsão do risco após grandes perdas, mas não após grandes ganhos. Barone-Adesi e Giannopoulos (2001) entendem que a HS não é capaz de condicionar as previsões sobre o estado atual do mercado por fazer previsões com intervalos estáticos, desconsiderando o nível de risco das últimas datas de negociação.

O Monte Carlo (MC) é outro método de simulação comum utilizado na estimação do VaR, semelhante à

HS, diferenciando-se pelos movimentos das variáveis de risco geradas pelo contorno de alguma probabilidade. Na verdade, essa é uma das principais fragilidades do MC, pois é necessário fazer suposições sobre o processo e entender a sensibilidade disso (Jorion, 2003). Em uma revisão sobre gestão de risco por MC, Hong, Hu e Liu (2014) apontaram duas características importantes sobre o modelo; primeiro, o resultado é limitado à qualidade do modelo de VaR, o que pode causar distorções na distribuição das perdas e, conseqüentemente, o risco pode se esconder na distribuição da cauda. Em segundo lugar, na prática, é difícil fazer uma inferência realista sobre a distribuição de forma precisa, considerando que é necessária uma amostra suficientemente grande para se chegar a um número aproximadamente igual à expectativa matemática do risco.

Embora o MC seja um método amplamente utilizado, os estimadores de VaR mais populares são aqueles derivados dos modelos de média móvel autorregressiva (*autoregressive moving-average* – ARMA) e GARCH. Angelidis, Benos e Degiannakis (2004) avaliaram o desempenho da família GARCH para índices de ações dos Estados Unidos, França, Alemanha, Japão e Reino Unido. Primeiro, eles identificaram que as distribuições leptocúrticas podem produzir uma melhor previsão do VaR. Segundo, que a estrutura ARCH que produz previsões mais precisas é diferente e específica para cada mercado de ações. So e Philip (2006) estenderam o teste a 12 índices de mercado diferentes e quatro taxas de câmbio. Os resultados mostram que, entre os modelos, a métrica de risco tende a ser mais robusta em função de ter menos variação na cobertura da amostra, e que a estimativa do VaR para as taxas de câmbio é menos dependente dos modelos de volatilidade do que os dados do mercado de ações.

Como se pode ver, a revisão da literatura relacionada revela resultados divergentes, o que é esperado, considerando-se que o mercado financeiro é composto por classes de ativos heterogêneas, com suas propriedades e particularidades estatísticas. Isso fornece motivação para reinvestigar a precisão das métricas de VaR para diferentes ativos e economias.

### 3. METODOLOGIA

Para estimar o VaR e comparar o desempenho de cada método entre os ativos, são testados seis modelos diferentes: média móvel exponencialmente ponderada (*exponentially weighted moving-average* – EWMA), GARCH e MC representando a abordagem paramétrica; HS representando a abordagem não paramétrica; e CVaR representando a abordagem semiparamétrica.

#### 3.1 Média Móvel Exponencialmente Ponderada (EWMA)

A EWMA consiste em um aprimoramento dos métodos de média móvel, especialmente por ter a vantagem de colocar mais peso nas observações mais recentes, considerando que elas contêm as informações mais relevantes sobre o risco do ativo.

A EWMA estima a volatilidade de retornos  $\sigma$  para a data  $t$  em uma janela desde a data  $t-k$  até a data  $t-1$ :

$$\sigma^2 = (1 - \lambda) \sum_{i=1}^{\infty} \lambda^{i-1} r_{t-i}^2 \quad [1]$$

onde  $\lambda$  denota o fator de decaimento, sendo  $0 < \lambda < 1$ ,  $\lambda' \rightarrow 0$ ,  $k \rightarrow \infty$ , e, assim, à medida que os retornos se distanciam no passado, terão menos influência na estimativa de  $\sigma$ .

Estudos empíricos mostram que  $\lambda = 0,94$  permite uma boa previsão de risco para ativos de mercado. O EWMA representa um modelo linear que pressupõe a distribuição normal dos retornos. A estimativa do EWMA VaR do dia  $h$  de 100% é:

$$EWMA VaR = \Phi^{-1}(1 - \alpha) \sigma \sqrt{h} \quad [2]$$

onde  $h$  corresponde à estimativa do horizonte-alvo e  $\Phi^{-1}(1 - \alpha)$  é a função de distribuição do quantil  $1 - \alpha$ .

### 3.2 Heteroscedástico condicional autorregressivo generalizado (GARCH)

O modelo GARCH considera que a volatilidade condicional  $\sigma$  é uma função de mudança contínua de seus valores quadrados anteriores, o que gera os *clusters* de volatilidade. O modelo é autorregressivo, uma vez que o retorno  $Y_t$  depende dos valores de  $Y_{t-1}$ , o que sugere que a heteroscedasticidade observada em diferentes períodos pode ser autocorrelacionada.

Seja  $r_t = \ln(S_t / S_{t-1})$  a taxa composta continuamente de retorno do tempo  $t-1$  até  $t$ , onde  $S_t$  é o preço do ativo no momento  $t$ . Supõe-se que a série temporal de juros  $r_t$  é decomposta em duas partes: o componente previsível e imprevisível  $y_t = E(y_t | I_{t-1}) + \varepsilon_t$ , onde  $I_{t-1}$  é o tempo de

$$L_t(\{y_t\}; \theta) = \sum_{t=1}^T \left[ \ln \left[ D(z_t(\theta); \nu) \right] - \frac{1}{2} \ln(\sigma^2(\theta)) \right] \quad [6]$$

Em suma, a previsão de variância condicional de um passo à frente  $\sigma_{t+1|t}^2$  para o modelo GARCH(p, q) é igual a:

$$\sigma_{t+1|t}^2 = a_0 + \sum_{i=1}^q a_i \varepsilon_{t-i+1}^2 + \sum_{i=1}^q b_i \sigma_{t-j+1}^2 \quad [7]$$

Portanto, as previsões de VaR de uma passo sob todas as hipóteses distributivas, e para observações de média zero, são calculadas por

$$VaR_{t+1|t} = F(\alpha) \sigma_{t+1|t} \quad [8]$$

onde  $F(\alpha)$  é o quantil correspondente (95° ou 99°) da distribuição presumida e  $\sigma_{t+1|t}^2 = a_0$  é a previsão do desvio padrão condicional no momento  $t + 1$ , dada a informação no momento  $t$ .

informação em  $t - 1$ ,  $E$  é o operador médio e  $\varepsilon_t$  é a parte imprevisível que pode ser expressa como um processo ARCH:

$$\varepsilon_t = z_t \sigma_t \quad [3]$$

onde  $z_t$  é uma sequência de variáveis aleatórias distribuídas independente e identicamente, com média 0 e variância unitária. A variância condicional de  $\varepsilon_t$  é  $\sigma_t^2$ , uma função variável no tempo, positiva e mensurável do conjunto de informações no momento  $t-1$  (Angelidis et al., 2004).

Engle e Manganeli (2004) desenvolveram o modelo ARCH<sub>(q)</sub> e expressaram a variância condicional como uma função linear das inovações passadas de  $q$  quadrado:

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^q a_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad [4]$$

O modelo GARCH (p, q) é uma generalização do modelo ARCH, proposto por Bollersev (1994). Para que a variância condicional seja positiva, os parâmetros devem satisfazer  $a_0 > 0$  and  $a_i \geq 0$  for  $i = 1, \dots, q$ . Com base nessas restrições, o modelo GARCH é expresso por:

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^q a_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q b_i \sigma_{t-i}^2 \quad [5]$$

Os parâmetros são estimados por máxima verossimilhança sob o pressuposto de que os retornos são normalmente distribuídos  $Y_t \sim N(0, \sigma_t^2)$ , e  $D(z_t; \nu)$ , sendo sua função de densidade, a função log-verossimilhança de  $\{y_t(\theta)\}$  para uma amostra de T observações é dada por:

### 3.3 Monte Carlo (MC)

O processo para a estimativa do MC é baseado no mapeamento do fator de risco. Pressupõe-se que o mapeamento da carteira seja baseado em retornos, e não em mudanças nos fatores de risco do capital. Assim, o VaR será estimado como uma porcentagem do valor da carteira. O algoritmo básico para se gerar a simulação correlacionada nos retornos dos fatores de risco  $k$  baseia-se no processo normal *i.i.d*,  $k$ -dimensional. Portanto, a distribuição marginal do retorno do fator de risco é  $N(\mu_i, \sigma_i^2)$  para  $i = 1, \dots, k$ , e as correlações do fator de risco são representadas em uma matriz  $k \times k$ . O algoritmo começa com  $k$  simulações independentes sobre variáveis uniformes padrão, transforma-as em simulação normal

padrão independente e, em seguida, utiliza a matriz de Cholesky da covariância dos retornos do fator de risco para transformá-los em simulações correlacionadas de média zero com a variância apropriada. Assim, o retorno excessivo médio é adicionado a cada variável (Alexander, 2009).

Dada essa abordagem, a matriz da covariância é escrita da seguinte forma:

$$\Omega = DCD \quad \boxed{9}$$

onde  $D = \text{diag}(\sigma_1 \dots \sigma_n)$ . A matriz de Cholesky é uma matriz  $Q$   $k \times k$  triangular inferior tal que  $\Omega = QQ$ . Os retornos esperados em um vetor são escritos como  $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_k)$ , então o vetor  $x$  multivariado normal  $k \times 1$  é gerado simulando-se o vetor  $z$  padrão independente  $k \times 1$  e definindo-se  $x = Qz + \mu$ . Simula-se um número muito grande de tais vetores  $x$  e aplica-se o mapeamento da carteira a cada simulação, produzindo-se  $N$  simulações sobre os retornos da carteira. Em seguida, simulam-se os retornos excessivos da carteira  $N - h - dia$  com o objetivo de encontrar sua distribuição empírica, para calcular o quantil  $\alpha$  da distribuição e multiplicá-lo por  $-1$ , que é a estimativa do VaR  $h - dia$  (Alexander, 2009). Neste trabalho, o modelo MC foi calculado utilizando-se o VaR, a partir de 10 milhões de simulações.

### 3.4 Simulação Histórica (HS)

O HS é um modelo não paramétrico que pressupõe que todas as oscilações futuras possíveis foram experimentadas no passado e que a distribuição simulada historicamente é idêntica à distribuição dos retornos ao longo do horizonte-alvo de risco no futuro. Cenários históricos de movimentos recentes nos fatores de risco são utilizados para simular muitos valores de carteira possíveis dentro de  $h$  dias (Alexander, 2009). O VaR obtido por meio da HS é estimado a partir da construção de valores hipotéticos de uma observação atual dada por:

$$f_i^k = f_{i,t} + \Delta f_i^k \quad \boxed{10}$$

onde  $f_{i,t}$  é o fator de risco da carteira  $P_t$ . Estes valores hipotéticos são usados para construir o portfólio hipotético  $P^k$ , considerando-se o novo cenário a partir da equação:

$$P^k = P[f_1^k, f_2^k \dots f_N^k] \quad \boxed{11}$$

As oscilações dos valores dos portfólios  $P^k = (P^k - P_t) / P_t$  são obtidas com as equações acima. Os retornos  $t$  são ordenados e, em seguida, são escolhidos aqueles que correspondem a *quantil cth Rp (c)*. O VaR é obtido pela diferença entre a média e o *quantil*:

$$VaR = AVE[R_p] - R_p(c) \quad \boxed{12}$$

### 3.5 Valor em Risco Condicional (CVaR)

O último modelo testado é o CVaR, também conhecido como ES, um modelo diferenciado por concentrar as informações associadas no quantil abaixo da probabilidade  $p$ . A função matemática sobre a perda estimada do ativo  $Y$  é dada por:

$$E(Y) = \int_{-\infty}^{\infty} yf(y) dy \quad \boxed{13}$$

No entanto, a função deve ser alterada para a estimação do VaR, considerando que a expectativa não varia de  $-\infty$  a  $\infty$ , mas de  $-\infty$  a  $-VaR(p)$ . A área abaixo de  $f_q(\cdot)$  no intervalo  $[-\infty, -VaR(p)]$  é menor do que um, o que implica que  $f_q(\cdot)$  não é uma função adequada a esse contexto. Assim, a nova função de densidade  $f_{VaR}(\cdot)$  é definida pelo ajuste positivo de  $f_q(\cdot)$ , de modo que a área acima desse valor se torna unitária (Danielsson, 2011). Para identificar a distribuição de densidade correta, aplica-se:

$$E(Y) = \int_{-\infty}^{-VaR(p)} yf(y) dy \quad \boxed{14}$$

Portanto, a densidade da cauda  $f_{VaR}(\cdot)$  é:

$$1 = \int_{-\infty}^{-VaR(p)} fVaR(y) dy = \frac{1}{p} \int_{-\infty}^{-VaR(p)} f_q(y) dy \quad \boxed{15}$$

O CVaR é obtido pela razão entre o lucro e a perda sobre a densidade da cauda  $f_q(\cdot)$ :

$$CVaR = \int_{-\infty}^{-VaR(p)} fVaR(y) dy \quad \boxed{16}$$

### 3.6 Testes Estatísticos

Para verificar e comparar o desempenho entre os modelos, utilizou-se a metodologia proposta por Danielsson (2011). Em primeiro lugar, calcula-se o índice de violação (IV) que tem como objetivo medir se o retorno atual de um dia específico excede o VaR obtido com base na janela de estimação. Considerando as violações como iguais a  $n_t$ , assume-se que quando ocorre a violação,  $n_t = 1$  e, caso contrário,  $n_t = 0$ . O número de violações é incorporado na variável  $v_t$ , enquanto  $v_0$  corresponde ao número sem violações.

$$n_t = \begin{cases} 1 & \text{se } y_t \leq -VaR \\ 0 & \text{se } y_t > -VaR \end{cases}$$

$$v_1 = \sum n_t \quad [17]$$

$$v_0 = \text{tamanho da janela de teste} - v_1$$

O IV é:

$$IV = \frac{\text{número observado de violações}}{\text{número esperado de violações}} = \frac{v_1}{p \times \text{tamanho da janela de teste}} \quad [18]$$

Danielson (2011), com base no acordo de Basileia III, utilizou a regra comum segundo a qual se  $IV \in [0,8,1,2]$ , é uma boa previsão, e se  $IV < 0,5$  ou  $> 1,5$  o modelo, respectivamente, subestima e superestima o risco. Para validar estaticamente os valores de IV, são aplicados Kupiec (1995) e Christoffersen (1998). O primeiro considera apenas a frequência das violações e não o tempo em que elas ocorreram. Assim, o teste de Christoffersen (1998) é aplicado para que não haja erro na rejeição de um modelo que produza violações agrupadas.

Para Kupiec (1995), a hipótese nula para a violação do VaR é:

$$H_0 : \eta \sim B(p) \quad [19]$$

com B representando a distribuição de Bernoulli, dada por:

$$\hat{p} = \frac{v_1}{W_t} \quad [20]$$

sob  $H_0$ ,  $p = \hat{p}$ , portanto a função de máxima verossimilhança restrita é:

$$l_R(\hat{p}) = \prod_{t=W_e}^T (1-p)^{1-\eta_t} (p)^{\eta_t} = (1-p)^{v_0} (p)^{v_1} \quad [21]$$

Conforme dito anteriormente, o teste de Christoffersen (1998) tem como vantagem identificar se as violações se agrupam, considerando que, teoricamente, devem ser independentes. Se a hipótese nula for rejeitada, é uma indicação de que o modelo demora a absorver as oscilações que ocorrem no mercado para o ativo testado. É necessário calcular as probabilidades de duas violações consecutivas e a probabilidade de uma violação se não houve violação no dia anterior:

$$p_{ij} = \Pr(\eta_t = i | \eta_{t-1} = j) \quad [22]$$

O teste estatístico é dado por:

$$LR = 2(\log l_U(\Pi_0) - \log l_R(l_R(\Pi_1))) \sim \chi^2 \quad [23]$$

onde  $\Pi_0$  é a matriz de transição estimada e  $\Pi_1$  é a matriz de transição. Sob a hipótese nula de nenhum *cluster* de violações, a probabilidade da violação de amanhã não depende da violação de hoje; logo,  $p_{01} = p_{11} = p$ . O teste de independência é assintoticamente distribuído como  $\chi^2$ .

O *backtest* do CVaR difere dos outros modelos pois o que está sendo testado é uma perda além do VaR. Danielsson (2011) apresenta uma metodologia para *backtest* de CVaR análoga ao IV. Quando o VaR é violado, o déficit normalizado NS é calculado como:

$$NS_t = \frac{y_t}{ES_t} \quad [24]$$

com ES sendo o ES observado no dia t. Então o  $y_t$  esperado para um VaR violado é:

$$\frac{E[Y_t | Y_t < -VaR_t]}{ES_t} = 1 \quad [25]$$

Dado isso, a hipótese nula define que o NS médio deve ser igual a um:

$$H_0 = \overline{NS} = 1 \quad [26]$$

### 3.7 Dados

A amostra é composta por três categorias de ativos pertencentes a sete países com diferentes situações econômicas. Os países foram selecionados com base em critérios de liquidez e representatividade de mercado: representando as economias em desenvolvimento, foram selecionados ativos da África do Sul, Brasil e China, 17º, 20º e 5º maiores mercados de capital, respectivamente. Representando os países desenvolvidos, foram selecionados ativos dos Estados Unidos, Alemanha, Japão e Reino Unido, 1º, 10º, 3º e 4º maiores mercados de capitais, respectivamente (com base no infográfico disponível no site *Stocktotrade.com* – <https://stocktotrade.com/major-stock-exchanges-in-the-world-infographic/>).

O mercado acionário é representado pela Bolsa de Nova York (NYSE), Bolsa de Valores de Xangai (SSEC), Bolsa de Valores de Londres (LSE), Índice Bovespa (B3), Nikkei 225, Bolsa de Valores de Joanesburgo (JSE), e o índice de ações alemão (DAX). O mercado de títulos é composto por títulos do Tesouro dos EUA (T-Bond dos EUA), títulos do governo chinês, títulos do governo brasileiro (NTN-B), títulos do governo japonês, títulos do governo sul-africano e títulos do governo alemão. O mercado de câmbio, última

classe de ativos testada, é representado pelo yuan (CNY), libra esterlina (GPB), real (BRL), iene (JPN), rand sul-africano (ZAR) e euro (EUR). Uma observação importante é que o dólar não é utilizado na taxa de câmbio, pois é a maior representatividade cambial, sendo utilizado como paridade para as demais moedas. O período abrangido é de 2 de janeiro a 31 de dezembro. Foram utilizados critérios de liquidez e tamanho para selecionar os índices que compõem a amostra.

## 4. ANÁLISE EMPÍRICA

A análise empírica começa com a estatística descritiva, que é um tema fundamental, considerando-se que o VaR utiliza as propriedades estatísticas para estimação de perdas. A subseção seguinte apresenta os valores de IV com o objetivo de analisar o desempenho dos modelos de VaR e, simultaneamente, verificar se há predominância de um modelo para um determinado tipo de mercado ou ativo. Por fim, os resultados obtidos

são validados com base nos testes de Kupiec (1995) e Christoffersen (1998).

### 4.1. Estatísticas Descritivas

As estatísticas descritivas proporcionam uma visão das propriedades de investimento de diferentes ativos e mercados. A Tabela 1 resume as estatísticas descritivas dos dados.

**Tabela 1**

*Estatísticas descritivas dos dados brutos*

País	Ativos	Média anual (%)	Volatilidade anual (%)	Assimetria	Curtose	JB	Valor p JB
Estados Unidos	NYSE	0,06	0,33	-0,35	9,23	6.076,90	0,00
	T-bond	0,01	0,06	-0,11	5,14	3.103,90	0,00
	SSEC	-0,02	0,28	-0,61	4,08	1.959,10	0,00
China	Título do governo chinês	-0,02	0,31	-0,31	7,84	6.191,20	0,00
	CNY/USD	0,02	0,02	-0,56	17,35	36.117,00	0,00
Reino Unido	LSE UK	0,07	0,37	0,18	6,76	5.205,60	0,00
	Título do governo do Reino Unido	-0,04	0,10	-1,00	13,31	2.164,00	0,00
	GPB/USD	-0,04	0,10	-1,00	13,30	21.617,00	0,00
Brasil	B3	0,01	0,28	-0,04	6,02	4.100,00	0,00
	NTN-B	-0,04	0,29	0,32	8,97	7.669,10	0,00
	BRL/USD	-0,05	0,17	-0,28	6,43	4.976,90	0,00
Japão	Nikkei 225	-0,01	0,25	-0,50	7,98	7.337,10	0,00
	Título do governo japonês	0,00	1,56	2,99	10,21	1.155,90	0,00
	JPY/USD	-0,02	0,11	-0,10	2,81	875,60	0,00

**Tabela 1**

Cont.

País	Ativos	Média anual (%)	Volatilidade anual (%)	Assimetria	Curtose	JB	Valor p JB
África do Sul	JSE	0,06	0,21	-0,09	3,74	1.608,20	0,00
	Título do governo sul-africano	-0,01	0,15	0,15	13,13	20.999,00	0,00
	ZAR/USD	-0,06	0,18	-1,28	17,28	36.447,00	0,00
Alemanha	DAX	0,03	0,22	-0,02	6,01	4.204,20	0,00
	Título do governo alemão	-0,66	1,46	-31,51	17,46	2.134,36	0,00
	EUR/USD	-0,01	0,10	0,09	2,29	632,50	0,00

**Nota:** Os dados resumem estatísticas para os mercados de ações, mercados de títulos públicos e taxas de câmbio de janeiro de 2008 até dezembro de 2017.

B3 = Índice Bovespa; BRL = real; CNY = yuan; DAX = Índice Alemão de Ações; EUR = euro; GBP = libra esterlina; JPY = iene japonês; JSE = Bolsa de Valores de Joanesburgo; LSE UK = Bolsa de Valores de Londres; NTN-B = título do governo brasileiro; NYSE = Bolsa de Nova York; SSEC = Bolsa de Xangai; T-bond dos EUA = título do Tesouro dos Estados Unidos; USD = dólar; ZAR = rand sul-africano.

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

Como se pode observar, a hipótese nula de normalidade é rejeitada em qualquer nível de significância para todos os mercados, o que consiste em uma violação da premissa principal do modelo paramétrico. Além disso, todos os ativos têm curtose excessiva positiva, uma característica da distribuição leptocúrtica dos retornos com caudas grossas e expostos a eventos extremos. O mercado de ações com maior retorno é o LSE, que também é o mais volátil e o único com assimetria positiva. Por outro lado, a SSEC apresenta o menor retorno, sendo a terceira mais volátil. Em geral, as carteiras de ações são os ativos com maior retorno médio e volatilidade maior. Para o mercado de títulos públicos, os títulos alemães registram o menor retorno. Isso pode ser consequência da política adotada em 2016, na qual foram emitidos títulos com rendimento negativo. Um ponto importante a acrescentar é que o Japão também implementou essa política e, conforme a Tabela 1,

embora a média anual não seja negativa, o título japonês é o ativo com maior volatilidade. Se tratarmos esses dois títulos como *outliers*, os títulos públicos apresentam a segunda maior volatilidade média dos dados, enquanto os índices de ações têm o maior índice. O câmbio é a classe de ativos com a menor volatilidade média, e o yuan é o único com um retorno anual positivo. As moedas da África do Sul e do Brasil apresentaram a maior volatilidade e desvalorização média.

#### 4.2 Análise para Todo o Período

Primeiramente, aplicou-se o teste para todo o período (2007-2017), com uma janela de estimação de 1.000 dias. A Tabela 2 mostra os IVs e a significância estatística dos testes de Kupiec (1995) e Christoffersen (1998) com o objetivo de validar os resultados.

**Tabela 2**

Backtesting para estimativa de valor em risco (VaR) de 99% (2007-2017)

Países	Ativos	EWMA	HS	GARCH	CVaR	MC
Estados Unidos	NYSE	1,43	0,14*	1,28	1,87	0,43
	T-bond	2,21*	0,39*	1,71*	1,03	1,16
	SSEC	2,52*	1,26	1,89*	1,14*	2,01*
China	Título do governo chinês	2,43***	0,07	1,43	1,28*	0,43*
	CNY/USD	1,71*	1,71***	1,87*	1,80	2,94***
	LSE UK	1,16*	0,52***	0,87**	1,16	0,93
Reino Unido	Título do governo do Reino Unido	1,77*	0,91	1,71*	1,03	1,16**
	GPB/USD	1,93*	1,93	1,44	1,17	2,89*



**Tabela 2**

Cont.

Países	Ativos	EWMA	HS	GARCH	CVaR	MC
Brasil	B3	1,28	0,99*	1,05	1,19	1,22
	NTN-B	1,33	0,39	1,02	1,01	1,33
	BRL/USD	2,14*	0,96	1,55*	0,91	1,71*
Japão	Nikkei 225	2,09***	1,05**	1,98*	1,22**	1,63***
	Título do governo japonês	1,70**	2,86	1,46	1,10	4,20
	JPY/USD	1,93*	1,15	1,15	0,77	1,15
África do Sul	JSE	1,83*	0,69	1,43	0,97	1,20
	Título do governo sul-africano	1,74*	1,20**	1,20	1,10	1,25**
	ZAR/USD	2,30*	1,02**	1,98	1,13*	1,71***
Alemanha	DAX	2,11*	0,61	1,56*	1,00	1,34***
	Título do governo alemão	1,43**	3,93***	1,59***	1,11	4,20***
	EUR/USD	1,27	0,48*	1,22	1,16	1,38

B3 = Índice Bovespa; BRL = real; CNY = yuan; CVaR = VaR condicional; DAX = Índice Alemão de Ações; EUR = euro; EWMA = média móvel exponencialmente ponderada; GARCH = heteroscedástico condicional autorregressivo generalizado; GPB = libra esterlina; HS = simulação histórica; JPY = iene japonês; JSE = Bolsa de Valores de Joanesburgo; LSE UK = Bolsa de Valores de Londres; MC = Monte Carlo; NTN-B = título do governo brasileiro; NYSE = Bolsa de Nova York; SSEC = Bolsa de Xangai; T-bond dos EUA = título do Tesouro dos Estados Unidos; USD = dólar; ZAR = rand sul-africano.

\* = significativo ao nível de 5% para o teste de Kupiec (1995); \*\* = significativo ao nível de 5% para o teste de Christoffersen (1998); \*\*\* = significativo ao nível de 5% para os testes de Kupiec (1995) e Christoffersen (1998).

Fonte: Elaborado pelos autores.

Baseando-se na premissa de que um  $IV \in [0,8,1,2]$  é uma boa previsão, com base nos dados da Tabela 2, o Reino Unido tem o maior percentual de IV adequado (53%), seguido pelo Brasil e África do Sul (ambos com 47%), enquanto a China tem o valor mais baixo (7%). O mercado chinês é também o que apresenta o maior número de rejeições dos testes de Kupiec (1995) e Christoffersen (1998). Esses resultados podem ser devido a particularidades intrínsecas do mercado financeiro chinês, considerando não só a economia fechada, mas também a intervenção do governo para manter a moeda e as taxas de juros em um nível baixo.

Comparando os ativos, os percentuais de IV apropriados são próximos, com ações e títulos públicos apresentando o melhor desempenho (35%), enquanto o câmbio obteve o pior (30%). Isso pode ser consequência da formação complexa dos preços das moedas, uma vez que essa formação depende de políticas internas e externas, especialmente dos Estados Unidos. A moeda chinesa é a única que não obteve IV adequado, enquanto a japonesa apresenta o maior número (3). Entre os índices de ações, a LSE apresenta o maior número de IVs apropriados (3), enquanto a NYSE não apresenta nenhum. Para os títulos públicos, o do governo do Reino Unido obteve o maior número (3), enquanto o do governo chinês foi o

menor (0). Enquanto o CVaR tem o maior número de IVs precisos para todas as categorias de ativos, o EWMA tem o menor número. A HS tem o segundo melhor desempenho para índices de ações, o MC tem o segundo melhor desempenho para índices de títulos públicos, exceto pelo CVaR e EWMA; todos os outros modelos têm apenas um IR adequado para o mercado de câmbio.

Considerando os resultados dos modelos de estimação do VaR, o CVaR apresenta o maior número de IVs precisos (15); é necessário, porém, enfatizar uma restrição na comparabilidade desse método em relação aos demais, visto que o CVaR se distingue por se concentrar nas informações contidas na cauda esquerda, estimando as perdas abaixo do quantil de VaR. O segundo modelo com melhor desempenho é a HS (6), caracterizada por não pressupor a premissa de normalidade. O EWMA é o modelo com o menor número de IVs apropriados. Comparado aos outros métodos, o EWMA é o mais simples, na medida em que é um modelo GARCH com apenas um parâmetro com  $\alpha = 0$ .

Os resultados do teste estatístico de Kupiec (1995) a 5% de significância mostram que o EWMA tem o maior número de rejeições para a hipótese nula (14), enquanto o CVaR tem o menor (3). Para o teste de Christoffersen (1998), o MC apresenta o maior número de rejeições para

a hipótese nula (7), indicando um atraso em absorver as informações dos movimentos do mercado. GARCH e CVaR apresentam o desempenho mais baixo (2). O bom desempenho do modelo GARCH no teste pode ser consequência da relevância da heteroscedasticidade na estimativa de risco, uma característica típica dos dados financeiros. A HS tem o segundo maior número de rejeições para ambos os testes estatísticos, especialmente para aqueles IVs que não estão no intervalo apropriado. Entre

as categorias de ativos, as ações têm o menor percentual de rejeições, enquanto as taxas de câmbio têm o mais elevado.

### 4.3 Análise para Subperíodos

Em seguida, testou-se uma janela menor e analisou-se o desempenho dos modelos VaR em subperíodos. A janela de estimativa foi reduzida para 252 dias, o equivalente a um ano de negociações. Os dados encontram-se segregados nos seguintes subperíodos: 2007-2010, 2011-2014 e 2015-2017.

**Tabela 3**

*Backtesting para valor em risco (VaR) de 99% - Subperíodo de 2007 a 2010*

Países	Ativos	EWMA	HS	GARCH	CVaR	MC
Estados Unidos	NYSE	1,03	0,11	1,03	1,00	0,57
	T-bond	1,04	1,24	0,89	1,10	0,48*
China	SSEC	1,94	0,51	2,06	1,23	2,19
	Título do governo chinês	1,68	1,00	1,51	1,16	2,18*
	CNY/USD	1,97	0,00***	1,43	1,37***	1,28***
Reino Unido	LSE UK	2,27	0,75	2,27	1,01	2,14*
	Título do governo do Reino Unido	2,13	1,06	1,78	1,09	3,08*
	GPB/USD	2,12	0,95	1,78	1,09	3,08*
Brasil	B3	2,16	1,14	1,91	1,06	2,16
	NTN-B	0,00	0,56	0,00	0,00	1,12
	BRL/USD	1,70	0,85	1,46	1,13	2,19*
Japão	Nikkei 225	1,81	1,16	1,29	1,08	3,10***
	Título do governo japonês	0,90	0,72	0,72	1,03	1,09
	JPY/USD	1,47	0,73	1,47	1,27	1,47
África do Sul	JSE	1,63	0,99	1,49	1,03	1,99
	Título do governo sul-africano	1,17	0,99	1,49	1,03	1,99**
	ZAR/USD	2,21	1,35	1,72	1,11	1,72
Alemanha	DAX	2,07	0,61	1,59	1,09	2,07
	Título do governo alemão	1,99	1,24	2,24	0,99	2,62*
	EUR/USD	1,42	2,13	1,89	1,09	2,96

B3 = Índice Bovespa; BRL = real; CNY = yuan; CVaR = VaR condicional; DAX = Índice Alemão de Ações; EUR = euro; EWMA = média móvel exponencialmente ponderada; GARCH = heteroscedástico condicional autorregressivo generalizado; GPB = libra esterlina; HS = simulação histórica; JPY = iene japonês; JSE = Bolsa de Valores de Joanesburgo; LSE UK = Bolsa de Valores de Londres; MC = Monte Carlo; NTN-B = título do governo brasileiro; NYSE = Bolsa de Nova York; SSEC = Bolsa de Xangai; T-bond dos EUA = título do Tesouro dos Estados Unidos; USD = dólar; ZAR = rand sul-africano.

\* = significativo ao nível de 5% para o teste de Kupiec (1995); \*\* = significativo ao nível de 5% para o teste de Christoffersen (1998); \*\*\* = significativo ao nível de 5% para os testes de Kupiec (1995) e teste de Christoffersen (1998).

Fonte: Elaborado pelos autores.

**Tabela 4***Backtesting para valor em risco (VaR) de 99% - Subperíodo de 2011 a 2014*

Países	Ativos	EWMA	HS	GARCH	CVaR	MC
Estados Unidos	NYSE	0,84	0,17	0,68	1,01	0,12***
	T-bond	0,91	0,91	0,91	1,21	0,34
China	SSEC	1,95	0,91	1,30	1,10	1,43
	Título do governo chinês	2,84	0,59	2,55	1,36	1,35
	CNY/USD	1,55	0,88	1,33	1,17	1,32
Reino Unido	LSE UK	1,39	0,76	1,39	1,15	0,88
	Título do governo do Reino Unido	2,00	1,06	2,01	1,09	1,90
	GPB/USD	2,03	1,08	2,03	1,09	1,92
Brasil	B3	1,39	1,14	1,14	1,05	1,51
	NTN-B	0,55	0,00***	0,00***	1,90***	0,55
	BRL/USD	2,57	1,47***	2,08***	1,05***	2,81
Japão	Nikkei 225	1,66	0,77	1,28	1,12	1,79***
	Título do governo japonês	2,17	1,81	1,99	1,09	2,53
	JPY/USD	0,67	0,67	0,67	1,17	0,67
África do Sul	JSE	1,50	1,25	1,87	1,12	2,38
	Título do governo sul-africano	1,71	1,45	1,45	1,18	1,18*
	ZAR/USD	2,13	0,59	1,78	1,14	1,66
Alemanha	DAX	2,07	0,61	1,59	1,09	2,07
	Título do governo alemão	1,99	1,24	2,24	0,99	2,62
	EUR/USD	1,42	2,13	1,89	1,09	2,96

B3 = Índice Bovespa; BRL = real; CNY = yuan; CVaR = VaR condicional; DAX = Índice Alemão de Ações; EUR = euro; EWMA = média móvel exponencialmente ponderada; GARCH = heteroscedástico condicional autorregressivo generalizado; GPB = libra esterlina; HS = simulação histórica; JPY = iene japonês; JSE = Bolsa de Valores de Joanesburgo; LSE UK = Bolsa de Valores de Londres; MC = Monte Carlo; NTN-B = título do governo brasileiro; NYSE = Bolsa de Nova York; SSEC = Bolsa de Xangai; T-bond dos EUA = título do Tesouro dos Estados Unidos; USD = dólar; ZAR = rand sul-africano.

\* = significativo ao nível de 5% para o teste de Kupiec (1995); \*\* = significativo ao nível de 5% para o teste de Christoffersen (1998); \*\*\* = significativo ao nível de 5% para os testes de Kupiec (1995) e teste de Christoffersen (1998).

Fonte: Elaborado pelos autores.

**Tabela 5***Backtesting para valor em risco (VaR) de 99% - Subperíodo de 2015 a 2017*

Países	Ativos	EWMA	HS	GARCH	CVaR	MC
Estados Unidos	NYSE	0,44	0,22	0,22	0,22	1,00*
	T-bond	1,53	0,34	1,53	1,18	1,02
	SSEC	2,90	0,22	2,45	1,19	1,34
China	Título do governo chinês	1,67	0,37	1,30	1,11	1,11***
	CNY/USD	1,89	0,95	2,01	2,31	2,49
	LSE UK	1,11	1,11	1,29	1,15	1,11
Reino Unido	Título do governo do reino unido	1,72	0,86	1,37	1,33	1,20
	GPB/USD	1,39	0,76	1,39	1,33	1,20
	B3	1,39	1,14	1,14	1,05	1,52
Brasil	NTN-B	0,00*	0,39	0,39	0,00*	0,39
	BRL/USD	1,43**	0,71	1,25	1,44**	0,71
	Nikkei 225	1,76	0,88	2,12	1,25	1,24
Japão	Título do governo japonês	1,13	0,99	0,99	1,05	2,27
	JPY/USD	0,64	0,64	0,74	1,17	0,64

Tabela 5

Cont.

Países	Ativos	EWMA	HS	GARCH	CVaR	MC
África do Sul	JSE	2,00	0,54	1,27	0,98	0,91**
	Título do governo sul-africano	1,52	0,76	0,95	1,02	1,90**
	ZAR/USD	1,88	1,69	2,44	1,12	1,69
Alemanha	DAX	1,42	0,71	1,07	1,11	0,89
	Título do governo alemão	1,03	3,11	1,55	1,01	2,93***
	EUR/USD	1,00	1,17	0,84	1,47	1,00

**Notas:** A tabela apresenta a porcentagem da taxa de violação apropriada e a porcentagem de rejeição para os testes de Kupiec (1995) e Christoffersen (1998) ao nível de significância de 5% para cada ativo.

B3 = Índice Bovespa; BRL = real; CNY = yuan; CVaR = VaR condicional; DAX = Índice Alemão de Ações; EUR = euro; EWMA = média móvel exponencialmente ponderada; GARCH = heteroscedástico condicional autorregressivo generalizado; GPB = libra esterlina; HS = simulação histórica; JPY = iene japonês; JSE = Bolsa de Valores de Joanesburgo; LSE UK = Bolsa de Valores de Londres; MC = Monte Carlo; NTN-B = título do governo brasileiro; NYSE = Bolsa de Nova York; SSEC = Bolsa de Xangai; T-bond dos EUA = título do Tesouro dos Estados Unidos; USD = dólar; ZAR = rand sul-africano.

\* = significativo ao nível de 5% para o teste de Kupiec (1995); \*\* = significativo ao nível de 5% para o teste de Christoffersen (1998); \*\*\* = significativo ao nível de 5% para os testes de Kupiec (1995) e teste de Christoffersen (1998).

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

Comparando o número de rejeições de IVs e testes de Kupiec (1995) e Christoffersen (1998) entre os subperíodos, 2007-2010 apresenta o maior percentual de rejeições de testes. Apesar de a crise dos *subprimes* (2007-2008) ter se iniciado nos Estados Unidos, o país tem o maior percentual de IVs adequados, com um bom desempenho para EWMA e GARCH, caracterizados por considerar os *clusters* de volatilidade na estimativa de perdas e CVaR. A China apresenta o maior percentual de rejeições, grande parte concentradas em sua moeda. De 2007 a 2009, o banco central chinês implementou uma série de medidas para depreciar o yuan em relação ao dólar e conter os efeitos da crise financeira. Considerando que os modelos testados estão focados no risco de mercado, é esperado que eles não sejam capazes de incorporar ações governamentais em relação aos valores dos ativos. Outra observação importante é que, com exceção da China, para o primeiro subperíodo, todas as rejeições entre os países ocorreram para o método MC. Uma das fragilidades desse modelo é que o modelo pré-especificado não está correto, o que constitui um risco que pode aumentar durante crises financeiras, considerando-se a alta volatilidade dos ativos. Pelo contrário, com base na porcentagem de RVs adequadas, o CVaR apresenta o melhor desempenho, o que era esperado, uma vez que o modelo estima o risco com base na cauda da distribuição das perdas, sendo mais conservador que os demais modelos.

Para o subperíodo 2011-2014, o Brasil foi o país com maior percentual de rejeições, concentradas no NTN-B e no BRL/USD. Elas podem ser resultantes de dois fatores associados: para o NTN-B, o governo implementou uma política monetária de elevação das taxas de juros, fazendo

com que a taxa básica de juros subisse a partir de 2013. Considerando-se a moeda brasileira, durante esses anos, o país foi afetado pela crise das *commodities*, principal bem de exportação da economia brasileira, o que diminuiu a quantidade de dólares no país, levando à depreciação do real. Uma observação adicional é que, diferentemente da crise dos *subprimes* do primeiro período, o CVaR não apresenta um bom desempenho para a crise brasileira, considerando-se que o modelo foi rejeitado pelos testes de Kupiec (1995) e Christoffersen (1998). Entretanto, apesar do caso brasileiro, o CVaR apresenta novamente o melhor desempenho, seguido pela HS, modelo não paramétrico.

Para o período de 2015-2017, mais uma vez os ativos brasileiros apresentam o maior número de rejeições, concentradas no NTN-B. O principal risco a que os títulos estão expostos é o aumento da taxa de juros, considerando que sua elevação tem um impacto negativo em seu valor. Assim como os ativos chineses no primeiro subperíodo, pode-se ver, novamente, que os modelos testados não são eficientes em incorporar o risco político, já que durante o período de 2015 a 2017, o governo estabeleceu uma política de aumento de juros. Com base no IV, a Alemanha tem o maior número de razões apropriadas, seguida pelo Reino Unido. Durante o período de 2015 a 2017, foi implementado um pacote de investimentos na União Europeia, o qual, de acordo com o Relatório Anual do Banco Mundial para a União Europeia de 2018 (acessado em <https://publications.europa.eu/en/publication-detail/-/publication/e977293e-8743-11e9-9f05-01aa75ed71a1/language-en/format-PDF>), promoveu uma modesta recuperação econômica, iniciada em 2014. Os ativos tendem a ser menos voláteis durante períodos econômicos

mais estáveis, o que pode ter melhorado a precisão dos modelos para esses países (Mei & Guo, 2004; Shwert, 2011). O MC foi o método com maior percentual de rejeições, concentradas nos títulos públicos.

Comparando-se os ativos, os índices de ações são os que apresentam o menor percentual médio de rejeição para os testes de Kupiec (1995) e Christoffersen (1998) (14 e 1%, respectivamente), sendo que os títulos públicos apresentam o maior percentual para Kupiec (1995) (24%), e a taxa de câmbio para Christoffersen (1998) (12%). Deve-se ressaltar que, apesar dos resultados de Kupiec (1995) para os títulos públicos, os títulos japoneses e alemães, os quais se mostraram os ativos mais voláteis dos dados, apresentam uma previsão de melhora com base nos testes estatísticos. Esses resultados corroboram os de Harmatiz, Miao e Chien (2006), que concluem que ativos mais voláteis tendem a ter sua melhor previsão de perdas em janelas de estimativa menores, enquanto ativos menos voláteis tendem a tê-las em janelas de horizonte mais longo. Novamente, o CVaR tem o maior percentual de IV (78%); entretanto, conforme já mencionado, o método difere dos outros na medida em que se concentra em valores que excedem o VaR. Entre as métricas tradicionais, a HS apresenta o maior percentual de RV (20%), reforçando a hipótese de que o modelo possui uma melhor capacidade preditiva devido à não utilização da premissa de normalidade dos ativos. Esses dois modelos

também apresentam o menor percentual de rejeições para o teste de Kupiec (1995).

Apesar desses resultados, observou-se que a HS e o MC apresentam o maior percentual de rejeição para o teste de Christoffersen (1998). Como ambos correspondem a métodos de simulação, esse fator pode ser indicativo do atraso no ajuste dessas métricas às flutuações nos preços dos ativos. O GARCH é o modelo com o menor percentual de IVs apropriados, o que pode indicar uma piora desse método em função da redução da janela de estimativa, considerando-se que ele utiliza as informações contidas na volatilidade passada para a previsão de perdas. Para o teste de Kupiec (1995), o MC apresenta a maior porcentagem de rejeições. Considerando-se que uma das premissas do método MC é a necessidade de um número relevante para realizar a simulação dos fatores de risco, era esperado que a redução da janela de estimação pudesse enfraquecer a capacidade preditiva do modelo.

Em resumo, com base no percentual de rejeição da hipótese nula para ambos os testes estatísticos, o método MC tem o desempenho mais fraco para todas as classes de ativos: 26% para índices de ações, 31% para títulos públicos e 27% para taxas de câmbio. O CVaR tem o melhor desempenho para índices de ações (12%) e câmbio (6%), e a HS apresenta o melhor resultado para títulos públicos (17%). Entre os mercados, os ativos chineses têm o maior percentual médio de rejeições, enquanto os ativos japoneses têm o menor percentual.

## 5. CONCLUSÃO

Este artigo testa o desempenho de cinco métodos de VaR, e se distingue de estudos anteriores na medida em que compara diferentes categorias de ativos pertencentes a economias distintas. Também foi testada a influência do horizonte da janela de estimativa na capacidade de previsão dos modelos. Portanto, são realizadas duas análises: a primeira para todo o período de dados, com uma janela de estimação de 1.000 dias, e a segunda para subperíodos dos dados, com uma janela de estimação de 252 dias.

Para ambas as análises, considerando-se o percentual de IV, o CVaR é o modelo que apresenta o melhor desempenho, seguido pela HS. Ambos possuem propriedades especiais; o primeiro consiste em um modelo semiparamétrico com foco nas informações da cauda esquerda para a previsão de risco, e o segundo é um modelo não paramétrico, que estima o comportamento dos fatores de risco com base diretamente nas observações históricas. O EWMA apresenta o desempenho mais fraco na primeira análise.

Na segunda, o MC apresenta não apenas o desempenho mais fraco, mas também o maior número de rejeições para os testes de Kupiec (1995) e Christoffersen (1998), o que indica a necessidade de uma janela de estimação de maior horizonte, como se esperava. Conclui-se que uma janela de estimação menor é melhor para ativos mais voláteis, enquanto uma janela de estimação maior é melhor para ativos menos voláteis. Entre os mercados, o chinês apresenta a maior porcentagem média de rejeições para ambas as análises, o britânico possui a menor média para a primeira análise, enquanto o japonês possui a menor média para a segunda.

A principal limitação encontra-se nos dados, pois os índices são utilizados como *proxies* dos ativos, o que gera duas fragilidades: em primeiro lugar, devido ao fato de as carteiras de ações serem compostas por diferentes setores econômicos, de modo que, não necessariamente, um modelo com bom desempenho para uma carteira apresentará um bom desempenho para uma ação

individual. Em segundo lugar, porque, comumente, as estratégias de investimento consistem em carteiras diversificadas, contendo várias classes de ativos. Portanto,

sugere-se que novos estudos conduzam estes testes para diferentes nichos industriais e carteiras compostas por mais de uma categoria de ativos.

## REFERÊNCIAS

- Acerbi, C., Nordio, C., & Sirtori, C. (2001). Expected shortfall as a tool for financial risk management. *Working paper*. Recuperado de <http://www.gloriamundi.org/var/wps.html>.
- Adams, Z., & Füss, R. (2009). *VaR performance criterion (VPC): A performance measure for evaluating value-at-risk models*. Maidenhead: McGraw-Hill.
- Alexander, C. (2009). *Market risk analysis. Value at risk models* (Vol. 4). West Sussex: John Wiley & Sons.
- Angelidis, T., Benos, A., & Degiannakis, S. (2004). The use of GARCH models in VaR estimation. *Statistical Methodology*, 1(1-2), 105-128.
- Barone-Adesi, G., & Giannopoulos, K. (2001). Non parametric VaR techniques. Myths and realities. *Economic Notes*, 30(2), 167-181.
- Bollerslev (1994).
- Campbell, S. D. (2006). A review of backtesting and backtesting procedures. *Journal of Risk*, 9(2), 1-17.
- Christoffersen, P. F. (1998). Evaluating interval forecasts. *International Economic Review*, 39(4), 841-862.
- Danielsson, J. (2011). *Financial risk forecasting: The theory and practice of forecasting market risk with implementation in R and Matlab*. West Sussex: John Wiley & Sons.
- Danielsson, J., Jorgensen, B. N., Mandira, S., Samorodnitsky, G., & De Vries, C. G. (2005). Subadditivity re-examined: the case for Value-at-Risk. *Discussion paper 549*. Financial Markets Group, London School of Economics and Political Science, London, UK.
- Engle, R. F., & Manganelli, S. (2004). CAViaR: Conditional autoregressive value at risk by regression quantiles. *Journal of Business & Economic Statistics*, 22(4), 367-381.
- Harmantzis, F. C., Miao, L., & Chien, Y. (2006). Empirical study of value-at-risk and expected shortfall models with heavy tails. *The Journal of Risk Finance*, 7(2), 117-135.
- Hong, L. J., Hu, Z., & Liu, G. (2014). Monte Carlo methods for value-at-risk and conditional value-at-risk: a review. *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation (TOMACS)*, 24(4), 22.
- Jorion, P. (2003). *Financial risk manager handbook* (Vol. 241). Hoboken (NJ): John Wiley & Sons.
- Jorion, P. (2007). *Financial risk manager handbook* (Vol. 406). Hoboken (NJ): John Wiley & Sons.
- Kupiec, P. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *The Journal of Derivatives*, 3(2), 73-84.
- Mei, J., & Guo, L. (2004). Political uncertainty, financial crisis and market volatility. *European Financial Management*, 10(4), 639-657.
- Pritsker, M. (2006). The hidden dangers of historical simulation. *Journal of Banking & Finance*, 30(2), 561-582.
- So, M. K., & Philip, L. H. (2006). Empirical analysis of GARCH models in value at risk estimation. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 16(2), 180-197.