

Impactos regulatórios nos investimentos de Entidades Fechadas de Previdência Complementar no Brasil

Leonardo Cardoso¹

 <https://orcid.org/0009-0007-9995-6174>

E-mail: leocardoso11@gmail.com

João Vinícius de França Carvalho¹

 <https://orcid.org/0000-0002-1076-662X>

E-mail: jvfcarvalho@usp.br

Alexandre Teixeira Damasceno¹

 <https://orcid.org/0000-0001-6379-4694>

E-mail: aledamac@gmail.com

¹ Universidade de São Paulo, Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Atuária, Departamento de Contabilidade e Atuária, São Paulo, SP, Brasil

Recebido em 16/11/2022 – Desk aceite em 30/11/2022 – 4ª versão aprovada em 05/10/2023

Editor-Chefe: Andson Braga de Aguiar

Editor Associado: Luís Eduardo Afonso

RESUMO

Este artigo compara as fronteiras eficientes de investimentos diante do novo padrão de limites alocativos permitidos para ativos garantidores de provisões estabelecidos pelas Resoluções do Conselho Monetário Nacional (CMN) ns. 4.661/2018 e 4.994/2022, verificando a probabilidade de atingimento de retornos que cubram os passivos atuariais que necessitam de garantia de desempenho mínimo. Este estudo inova ao avaliar impactos regulatórios em fronteiras eficientes de Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPCs), comparando os resultados dos riscos e retornos viáveis obtidos pelas novas normas, utilizando o *Conditional Value-at-Risk* como medida coerente de risco, por satisfazer o axioma da subaditividade. Ademais, fornecemos medidas de probabilidade de atingimento de metas atuariais específicas e de o portfólio gerar resultado negativo. O sistema nacional de previdência complementar passou recentemente por uma crise, ligada a esquemas de fraude e corrupção nas EFPCs estatais deflagrados em 2016 por meio da Operação Greenfield. Como principal resposta ao contexto atual trazida pelos novos atos normativos, foram adotados e implementados processos de gestão de riscos e definidos mecanismos mais apurados de Governança Corporativa nos processos decisórios vinculados às políticas de investimentos adotadas por uma EFPC. Incluindo a flexibilização dos limites alocativos. Um impacto desta pesquisa é fornecer subsídios teóricos para o setor previdenciário, à luz de contextos macroeconômicos eventualmente marcados por juros mais baixos, além de avaliar as implicações práticas das alterações propostas nas novas resoluções normativas. Especialmente porque EFPCs têm passivos atuariais sistemicamente relevantes. A metodologia envolveu a otimização condicionada de carteiras usando modelos de *Assets and Liabilities Management (ALM) Asset-Only*. Apesar da flexibilização das novas normas, não há diferenças em retornos potencialmente obtidos, haja vista a sobreposição das fronteiras eficientes dos modelos de cada norma. Constatou-se que o modelo irrestrito apresentou maiores retornos com volatilidade substancialmente inferior quando comparada aos modelos restritos, indicando que portfólios com menores restrições legais podem gerar menor exposição ao patrimônio das EFPC, algo extremamente importante para planos do tipo benefício definido.

Palavras-chave: Entidades Fechadas de Previdência Complementar, *Assets and Liabilities Management*, gestão de ativos, planos de benefício definido.

Endereço para correspondência

João Vinícius de França Carvalho

Universidade de São Paulo, Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Atuária, Departamento de Contabilidade e Atuária

Avenida Professor Luciano Gualberto, 908, prédio FEA 3, sala 243 – CEP: 05508-010

Cidade Universitária – São Paulo – SP – Brasil

Este é um texto bilíngue. Este artigo também foi traduzido para o idioma inglês, publicado sob o DOI <https://doi.org/10.1590/1808-057x20241813.en>

Este artigo deriva de um trabalho de conclusão de curso defendido pelo autor Leonardo Cardoso em 2021.

Trabalho apresentado no 22º USP International Conference in Accounting São Paulo, SP, Brasil, julho de 2022.



Regulatory impacts on investments by Pension Funds in Brazil

ABSTRACT

This article compares the efficient investment frontiers in light of the new standard of allocative thresholds allowed for assets guaranteeing provisions established by Resolutions of the National Monetary Council (Conselho Monetário Nacional [CMN]) Nos. 4661/2018 and 4994/2022, verifying the probability of achieving returns that cover actuarial liabilities requiring a guarantee of minimum performance. This study innovates by assessing regulatory impacts on efficient Pension Fund (Entidades Fechadas de Previdência Complementar [EFPCs]) frontiers, comparing the results of risks and viable returns obtained by the new standards, using Conditional Value-at-Risk as a coherent risk measurement, as it meets the axiom of subadditivity. Furthermore, we provide measurements of the probability of achieving specific actuarial targets and of the portfolio generating a negative result. The national supplementary pension system recently went through a crisis, related to fraud and corruption schemes in the State-owned EFPCs triggered in 2016 through Operation Greenfield. As the main response to the current context, brought by the new normative acts, risk management processes were adopted and implemented and more refined Corporate Governance mechanisms were defined in the decision-making processes related to the investment policies adopted by an EFPC. Including the flexibilization of allocative thresholds. An impact of this research is to provide theoretical support for the pension sector, in light of macroeconomic contexts possibly marked by lower interest rates, in addition to assessing the practical implications of changes proposed in the new normative resolutions. Especially because EFPCs have systemically relevant actuarial liabilities. The methodology involved conditional optimization of portfolios using Asset-Only Assets and Liabilities Management (ALM) models. Despite the flexibility of new standards, there are no differences in the returns potentially obtained, given the overlapping of efficient frontiers of models in each standard. It was found that the unrestricted model showed higher returns with substantially lower volatility when compared to restricted models, pointing out that portfolios with fewer legal constraints can generate less exposure to EFPC net worth, something extremely important for defined benefit plans.

Keywords: Pension Funds, Assets and Liabilities Management, asset management, defined benefit plans.

1. INTRODUÇÃO

De acordo com a Superintendência Nacional de Previdência Complementar (PREVIC), autarquia federal responsável pela fiscalização e supervisão do sistema nacional de previdência complementar no Brasil (excluindo-se aqui Entidades Abertas, que são supervisionadas pela Superintendência de Seguros Privados [SUSEP]), uma Entidade Fechada de Previdência Complementar (EFPC) é uma instituição cujo fim exclusivo recai sobre a administração de planos de benefícios previdenciários de grupos específicos de empresas públicas, privadas ou mistas, não estando disponíveis para livre adesão do público em geral. Constituídas sob a égide do art. 35 da Lei Complementar n. 109 (LC n. 109, 2001), e organizadas por empresas, associações ou entidades de classe, as EFPC não têm fins lucrativos e visam a assegurar aos beneficiários (empregados, dependentes ou associados) renda adicional aos recursos de aposentadoria providos pelo Regime Geral de Previdência Social, além de prover proteção securitária contra riscos indesejados (p. ex., invalidez ou morte).

O financiamento de uma EFPC é proveniente dos recursos de participantes funcionários e empregadores (patrocinadores), como determinado no art. 6 da Lei Complementar n. 108 (LC n. 108, 2001). Tais valores são reconhecidos em provisões matemáticas (passivos) dos planos de benefícios e alocados em ativos garantidores,

gerando retornos financeiros aos participantes. Ademais, destaca-se que os planos instituídos por associações e entidades de classe são custeados unicamente pelos participantes, inexistindo um patrocinador (Oliveira et al., 2017).

Legalmente, há três modalidades de planos de benefícios no Brasil: (i) Benefício Definido (BD), em que os valores dos benefícios futuros a serem pagos são determinados *ex ante* à adesão. As contribuições podem variar ao longo do tempo para que seja atingido o valor inicialmente fixado, com a duração vitalícia da aposentadoria. (ii) Contribuição Definida (CD), cujos benefícios são estabelecidos *ex post*, no momento da aposentadoria, como função do montante de contribuições realizadas (definidas previamente pelo participante) e dos rendimentos auferidos das contas individuais (Josa-Fombellida & Rincón-Zapatero, 2012). Por fim, (iii) Contribuição Variável (CV), apresentando característica híbrida entre BD e CD.

Cada modalidade tem riscos inerentes a cada contraparte em caso de déficit ou superávit atuarial de uma EFPC. Em particular, o Conselho Nacional de Previdência Complementar (CNPC), por meio do art. 14 da Resolução CNPC n. 30/2018, preconiza que a obrigação de quitação de déficits atuariais apurados nos planos BD recai majoritariamente sobre o patrocinador (Azambuja &

Campani, 2022; Rodrigues, 2006), exceto se o patrocinador for classificado como estatal, pela vedação legal do § 3º do art. 6º da LC n. 108 (2001). Por outro lado, caso sejam constatados déficits em planos CD, o participante arcará com o resultado, tendo seu benefício reduzido (Dong & Zheng, 2019; Sun et al., 2016).

As EFPC são investidores institucionais de grande porte por natureza. Conforme o último Informe Estatístico da PREVIC disponível (1º trimestre de 2023), atualmente as EFPC no Brasil totalizam R\$ 1,197 trilhões em recursos garantidores, o equivalente a 12,1% do produto interno bruto (PIB) nacional durante o ano de 2022. Do total de supervisionadas, apenas 135 apresentaram situação superavitária, enquanto 24 estão em equilíbrio técnico, e 115 se encontram deficitárias. Por lidarem com benefícios previdenciários, essas entidades têm rígidas regras para alocação dos ativos garantidores. A normativa do Conselho Monetário Nacional (CMN) que disciplina a maneira como as EFPC podem aplicar seus respectivos fundos é a Resolução CMN n. 4.661/2018, revogada pela Resolução CMN n. 4.994/2022.

A Resolução CMN n. 3.792/2009, normativa antiga, ficou vigente por 8 anos e 7 meses e passou por uma série de aperfeiçoamentos que resultaram na Resolução CMN n. 4.661/2018. Essa atualização ocorreu após um contexto peculiar da economia brasileira, com reduções

sucessivas na taxa básica de juros, historicamente marcada por níveis elevados (Oliveira et al., 2017).

Paralelamente, alguns dos principais fundos de pensão do país passaram recentemente por uma forte crise institucional, ligada a esquemas de fraude, corrupção e desvios de verbas nas EFPC estatais, deflagrados em 2016 por meio da Operação Greenfield (força-tarefa coordenada entre a Polícia Federal e o Ministério Público Federal).

Como principal resposta prática àquele contexto institucional foram adotados e implementados processos de gestão de riscos e foram definidos mecanismos mais apurados de governança corporativa nos processos decisórios vinculados às políticas de investimentos adotadas por uma EFPC, via edição do ato normativo de 2018.

A Tabela 1 traz os limites de aplicação dos ativos garantidores permitidos pelas Resoluções CMN ns. 3.792/2009, 4.661/2018 e 4.994/2022, por segmento e classe. De modo geral, as principais mudanças trazidas na norma de 2022 não modificam substancialmente os limites de alocação por classe de ativo garantidor, quando comparadas à Resolução n. 4.661/2018. As principais modificações fazem ajustes textuais e focados em temas como pagamento de taxa de *performance* e concentração por emissor, entre outros. Sobre as classes de ativos utilizadas neste estudo, não houve qualquer alteração nos limites máximos de investimentos.

Tabela 1

Limites percentuais de alocação por classe de ativo garantidor em relação aos recursos do plano – Resoluções CMN ns. 3.792/2009, 4.661/2018 e 4.994/2022

	Classes de Ativos	3.792	4.661/4.994	Descrição por Classe e Limites
Renda Fixa (RF)	Títulos Públicos	100%	100%	Títulos da dívida mobiliária federal
		80%	20%	Títulos da dívida mobiliária estadual e municipal ⁽¹⁾
	Fundos de Investimento	100%	100%	Fundos atrelados a títulos da dívida federal interna
		100%	80%	Fundos de índices de RF
		20% ⁽¹⁾	20%	Cotas de FIDC e FICFIDC
	Outros ⁽¹⁾	80%	80%	Ativos de RF de emissão com instituições financeiras, sociedade por ações de capital aberto
		80%	20%	Ativos emitidos com instituições financeiras não bancárias e cooperativas de crédito
		80%	20%	Obrigações de organismos multilaterais emitidas no Brasil
		80%	20%	Debêntures emitidas por sociedades por ações de capital fechado
		20%	20%	CCB, CCCB, CPR, CDCA, CRA e WA
Renda Variável (RV)	Ações	70% ⁽²⁾	70%	Ações, bônus e recibos de subscrição, certificados de depósito de valores mobiliários e fundos referenciados em ações de sociedade de capital aberto que assegurem práticas diferenciadas de governança.
		60% ⁽²⁾	50%	Ações, bônus e recibos de subscrição, certificados de depósito de valores mobiliários e fundos referenciados em ações de sociedade de capital aberto que não estejam em segmento especial.
		50% ⁽²⁾		
		45% ⁽²⁾		
	35% ⁽²⁾			
Outros	-	10% ⁽³⁾	<i>Brazilian Depositary Receipts</i> (BDR) classificados como nível II e III	
	3%	3%	Certificados de ouro físico negociado em bolsa de mercadorias e de futuros	

Tabela 1

Cont.

Classes de Ativos		3.792	4.661/4.994	Descrição por Classe e Limites
Estruturado ⁽⁴⁾		20%	15%	FIP
	Fundos de Investimento	10%	15%	FIM e FICFIM
		-	15%	Fundos classificados como “Ações – Mercado de Acesso” (Resolução n. 4.661), ou Fundos de Investimento em Empresas Emergentes.
	Outros	-	10%	Certificados de Operações Estruturadas (COE)
Imobiliário ⁽⁵⁾	Fundos de Investimento	10% ⁽⁵⁾	20%	FII e FICFII
	Outros	20% ⁽⁵⁾	20%	Certificados de Recebíveis Imobiliários (CRI) e Cédulas do Crédito Imobiliário (CCI)
Operações com Participantes		15%	15%	Empréstimos pessoais e financiamentos imobiliários
Investimentos no Exterior	Fundos de Investimento	10%	10% ⁽⁶⁾	FIS e FICFIs classificados como “RF – Dívida Externa”
		10%	10%	Fundos de índice do exterior negociados em bolsa de valores do Brasil
	Fundos de Condomínio Aberto	-	10%	Fundos com sufixo “Investimento no Exterior” – que invistam, no mínimo 67% do P.L. em cotas de FI’s no exterior
		10%	10%	<i>Brazilian Depositary Receipts</i> (BDR) classificados como nível I
	Outros	10%	10%	Ativos financeiros no exterior pertencentes às carteiras dos fundos brasileiros, não previstos anteriormente

Nota: CCB = Cédula de Crédito Bancário; CCCB = Certificado de Cédula de Crédito Bancário; CDCA = Certificados de Direitos Creditórios do Agronegócio; CPR = Cédulas de Produto Rural; CRA = Certificados de Recebíveis do Agronegócio; FICFIDC = Fundos de Investimento em Cotas de Fundos de Investimento em Direitos Creditórios; FICFII = Fundos de Investimentos em Cotas de Fundos de Investimentos Imobiliários; FICFIM = Fundos de Investimentos em Cotas de Fundos de Investimentos Multimercados; FICFIs = Fundos de Investimentos em Cotas de Fundos de Investimentos; FIDC = Fundos de Investimentos em Direitos Creditórios; FII = Fundos de Investimentos Imobiliários; FIM = Fundos de Investimentos Multimercados; FIP = Fundo de Investimento em Participações; FIs = Fundos de Investimentos; P.L. = Patrimônio Líquido; WA = Warrant Agropecuário. A classificação de ativos seguiu os critérios da Resolução n. 4.661. Quando o respectivo ativo e classe divergirem para a Resolução n. 3.792, serão tais pontos devidamente indicados nas seguintes observações.

(1) A combinação de ativos identificados com esta marcação deve ser no máximo 80% dos recursos do plano (desconsidera-se FIDCs e FICFIDCs apenas para a Resolução n. 4.661).

(2) A classe de ativos no segmento de RV na Resolução n. 3.972 admitia apenas a aplicação em ações listadas na B3, com restrições de limite de aplicação conforme a classificação de governança das emissoras: 70% (Novo Mercado); 60% (Nível II); 50% (Bovespa Mais); 45% (Nível I); 35% (cias. abertas não mencionadas, e/ou cotas de fundos de índices referenciados em ações admitidas à negociação em bolsa). Adicionalmente, até 25% dos recursos do plano poderiam ser aplicados em títulos e valores mobiliários de emissão de Sociedade de Propósito Específico (SPE).

(3) A nova Resolução n. 4.994 estabelece que a aquisição de BDRs lastreados em cotas de fundos de índices também é autorizada via carteira administrada, carteira própria ou fundo de investimentos.

(4) Ativos do segmento Estruturado não podem superar 20% dos recursos do plano (ambas as resoluções). Ressalta-se que na Resolução n. 3.792, FIIs eram classificados no segmento Estruturado e não Imobiliário, assim como CRIs, CCIs.

(5) O limite de aplicação no segmento imobiliário era de no máximo 8% na Resolução n. 3.792 considerando-se apenas os seguintes ativos: I – empreendimentos imobiliários; II – imóveis de aluguel para renda; e III – outros imóveis.

(6) A nova Resolução n. 4.994 estabeleceu a possibilidade de compra direta de títulos de dívida pública mobiliária federal.

Fonte: Elaborada pelos autores.

Portanto, faz-se cada vez mais relevante o uso de técnicas robustas (*Assets and Liabilities Management* [ALM]) para previsão de fluxos financeiros em cenários futuros que evidenciem descasamentos entre ativos e passivos (Gutierrez et al., 2019). Além desses instrumentos serem capazes de revelar carteiras de investimentos eficientes, é possível mensurar probabilidades de insolvência de longo prazo, com o intuito de mitigar eventuais déficits futuros com decisões no presente. Tais mecanismos incorporam demandas do próprio regulador e dos demais *stakeholders* engajados na manutenção da solvência técnica das EFPC. Pachamanova et al. (2017) usam ALM com o objetivo de

determinar a estratégia de investimento ideal em um fundo de pensão, encontrando retornos financeiros capazes de arcar com o passivo da instituição. Diversas aplicações recentes de ALM no mesmo contexto têm sido feitas (Andongwisye et al., 2018; Toukourou & Dufresne, 2018).

O objetivo principal deste estudo foi verificar se o novo padrão de limites estabelecidos pela Resolução CMN n. 4.661/2018 (Resolução CMN n. 4.994/2022) foi suficiente para o atingimento de retornos financeiros que cubram os passivos atuariais das EFPC no Brasil, usando um modelo de ALM *asset-only*, por meio da comparação de fronteiras eficientes obtidas por carteiras diversificadas.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Modelos de Programação Estocástica e ALM

Apesar de recente, a literatura atuarial referente a modelos de ALM é extensa e prolífica. Por se tratar de uma técnica com ampla flexibilidade e espectro de aplicações a empresas de diferentes setores, é essencialmente aplicável a contextos operacionais de seguradoras e bancos, justamente por capturar as exposições aos riscos de subscrição, crédito, liquidez e mercado (Duarte et al., 2017). Já a primeira aplicação comercial foi realizada no contexto das atividades de uma seguradora japonesa (Cariño et al., 1994).

Leibowitz et al. (1992) fazem uma revisão abrangente da evolução histórica do desenvolvimento de tais modelos, constatando que o surgimento dos primeiros instrumentais ligados ao ALM aplicados a fundos de pensão foram os *Dedication Models* (DM), desenvolvidos intrinsecamente em um ambiente econômico marcado por elevadas taxas de juros. Bhat (2020) afirma que existem 4 categorias básicas de modelagem ALM: (i) modelos estáticos de período único; (ii) modelos estocásticos de período único; (iii) modelos estáticos multiperíodos; e (iv) modelos estocásticos multiperíodos. Bhat (2020) argumenta que a criação dos *Immunization Models* (IM) tinha por principal objetivo o gerenciamento de portfólios em cenários com variações nas taxas de juros. Décadas depois, com o desenvolvimento computacional, os DM foram refinados para adaptar a gestão de portfólios em cenários com quedas nos juros (Waring & Whitney, 2009).

Deve-se entender que a gestão integrada de ALM é um problema de longo prazo, cuja dinâmica intertemporal implica que modelos essencialmente determinísticos são limitados para lidar com o comportamento dos parâmetros atuariais e variáveis macroeconômicas, que têm natureza estocástica (Saad & Ribeiro, 2004). Logo, o principal objetivo dos modelos DM era a obtenção de portfólios tradicionalmente marcados por títulos de RF, facilitadores de uma gestão menos custosa e simplificada dos recursos aplicados, uma vez que a maturidade dos títulos estava vinculada às mesmas datas de vencimento dos passivos, mais aplicáveis assim às conjecturas de juros elevados (Ryan, 2014).

Gutierrez et al. (2019) avaliam um fundo de pensão chileno do tipo CD, para buscar alternativas de investimento que ofereça diferentes perfis de risco-retorno. Consequentemente, é notório como o desenvolvimento de técnicas mais complexas e robustas, como os métodos de *stochastic programming* (SP) ou *stochastic linear programming* (SLP), ganharam destaque no processo de gestão corporativa, à medida que incorporavam restrições

mais complexas e alinhadas à realidade dos investidores institucionais (Hosseinzadeh & Consigli, 2017).

Josa-Fombellida e Rincón-Zapatero (2012) abordam o problema da alocação de recursos em um fundo de pensão cuja característica do plano é BD. O interessante nesse caso é a abordagem ser voltada para a incerteza Browniana e os saltos variacionais tanto dos benefícios quanto dos ativos serem do tipo Poisson. Já Ferstl e Weissensteiner (2011) sugerem a abordagem SLP multiperíodica, que incorpora fatores mais realistas (p. ex., número maior de ativos dotados de risco com custos de transações e impostos). Enquanto os retornos financeiros são apurados a partir de um vetor autorregressivo de primeira ordem, VAR(1), incorporando também medidas coerentes de risco como o *Conditional Value at Risk* (CVaR), que é minimizado à medida que se atinge estruturas ótimas para as carteiras de investimentos.

Para além da incorporação dos níveis de juros de ativos de renda fixa, é possível analisar um vasto desenvolvimento de trabalhos que se valem do modelo da média-variância (M-V), incorporando portfólios muito diversificados (Saad & Ribeiro, 2006; Zhang & Chen, 2016). Pan et al. (2018) utilizam o Movimento Browniano Geométrico (MBG) para obter desenvolvimento estocástico do passivo. Nesse contexto, considerando o problema de M-V, e usando o Modelo de Heston para modelagem dos ativos de risco, os autores aplicam a equação de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) para derivar expressões fechadas para a estratégia ótima de investimento e fronteira eficiente de aplicação de recursos. Já Sun et al. (2016) focam em fundos de pensão com planos do tipo CD, em que os gestores são habilitados a aplicarem em ativos livre de risco, e ativos de risco cujo preço segue processos de difusão por saltos. Há vasta literatura recente de ALM abordando planos CD em fase de acumulação (Li & Forsyth, 2019; Menoncin & Vigna, 2017; Wang & Li, 2018; Zeng et al., 2018).

2.2 Contribuições Recentes à Literatura

Embora seja possível identificar inúmeras abordagens de ALM em diversas aplicações, particularmente no contexto nacional, a literatura tem poucos trabalhos voltados às EFPC. Quando o assunto é verificar o desempenho operacional dessas entidades, a maioria dos estudos enfoca a avaliação das variáveis que afetam o desempenho de suas carteiras de investimentos, porém, com a utilização de técnicas menos robustas, como a análise do Índice de Sharpe e validação via testes de hipóteses (p. ex., Silva et al., 2020).

Valladão e Veiga (2008) realizaram um dos avanços mais notáveis para o desenvolvimento de ALM no cenário brasileiro. Sobretudo porque, para otimizar a alocação de investimentos em um fundo de pensão, propuseram o uso de *bootstrap* para gerar cenários com retornos futuros em um modelo multiperiódico estocástico. Duarte et al. (2017) fazem outra aplicação de ALM, porém, seu objetivo recai sobre os impactos da adoção dos limites regulatórios impostos pela SUSEP para entidades abertas de previdência complementar.

Mais recentemente, Damasceno e Carvalho (2021) introduziram ALM em um segmento inexplorado no Brasil: Regimes Próprios de Previdência Social (RPPS), sistema previdenciário de servidores públicos dos entes federativos. Ademais, é pioneiro em avaliar se os novos limites legais de investimentos impostos aos RPPS são suficientes para que esses regimes sejam capazes de estruturar carteiras diversificadas, provedoras de rentabilidades financeiras que cubram seus respectivos passivos atuariais. Neste estudo, os autores se valem de um modelo de otimização *mean-CVaR* e verificam que carteiras de investimentos com restrições regulatórias para alocação de montantes investidos por classes de ativos têm o dobro de exposição a risco (volatilidade) em comparação com portfólios constituídos sob a hipótese de inexistência de legislações restritivas. O estudo revela que apenas RPPS enquadrados nos Níveis III e IV de governança conseguiram atingir suas respectivas metas atuariais, porém, em contrapartida, tais ocorrências só foram observadas em circunstâncias nas quais o risco de perdas advindas de investimentos era o maior possível.

Como este artigo, Oliveira et al. (2017) têm por foco as EFPC. Os autores desenvolvem um modelo de ALM baseado em SP multiperiódica, com dados de um fundo de pensão brasileiro regido por plano de benefícios definidos. A importante contribuição deste estudo recai sobre a proposição de um algoritmo que incorporava diversos fatores com potencial impacto no fluxo de caixa dessa entidade. Especificamente, consideraram-se os limites de investimentos impostos pela antiga norma (Resolução CMN n. 3.792/2009), considerando também a restrição

regulatória de que o *funding ratio* (FR), razão entre ativos circulantes e o valor presente de passivos futuros, não pode ser inferior a 1 em mais de dois anos consecutivos.

À vista disso, os autores realizaram a modelagem de ativos de RF usando o modelo *Cox-Ingersoll-Ross*, e as ações nas quais a EFPC aplica têm seus preços gerados por um MBG. Os autores sugerem que os gestores de fundos de pensão brasileiros devem modificar as estratégias de investimentos, dada a menor rentabilidade de ativos de RF. Finalmente, destaca-se a sensibilidade da probabilidade de insolvência da EFPC aos diferentes FR iniciais, em que apenas um desses valores iniciais (1,672 – o maior de todos) foi capaz de anular a insolvência da entidade, respeitando-se o limite de 70% de alocação em RF e 30% em RV.

Paula e Iquiapaza (2022) contribuem com a literatura ao analisarem investimentos sob a perspectiva de EFPC. Porém, diferentemente do nosso estudo, o objetivo dos autores era avaliar a eficiência de diversas técnicas de seleção de fundos de investimento para os gestores de EFPC, enfocando especificamente a análise de 369 fundos de investimento. Para isso, utilizam diversas técnicas e indicadores, inclusive o CVaR e o Índice de Sharpe.

Portanto, a contribuição deste artigo é avaliar a capacidade de rentabilização dos ativos garantidores das provisões matemáticas de benefícios das EFPC à luz das novas Resoluções CMN ns. 4.661/2018 e 4.994/2022, em um possível cenário de juros inferiores na economia brasileira, que é historicamente marcada por taxas mais elevadas, usando a metodologia de Damasceno e Carvalho (2021). O estudo se vale de uma base de dados com período amostral extenso e relevante (10 anos, de 2012 a 2022), incorporando diversos cenários macroeconômicos que impactaram o desempenho de EFPC brasileiros.

Adicionalmente, pela seleção de ativos não específicos, mas sim de índices consolidados, preenchemos uma das lacunas deixadas por Paula e Iquiapaza (2022), que destacam a necessidade de futuras pesquisas enfocarem a incorporação de classes de investimentos voltadas para *private equity* e investimentos no exterior. Tais classes foram incorporadas neste estudo.

3. METODOLOGIA

3.1 Equilíbrio Técnico de Solvência

Este estudo aplica a mesma metodologia ALM *asset-only* implementada em Damasceno e Carvalho (2021). Um modelo de ALM visa a mensurar os descasamentos dos ativos e passivos de um plano de previdência complementar BD a partir da Equação 1:

$$S_t = \frac{A_t}{P_t},$$

1

em que S_t representa o equilíbrio de solvência técnica da entidade, A_t é o valor dos ativos totais do plano, e P_t denota o valor presente do passivo previdenciário, todos no instante de tempo t , de modo que tanto A_t , quanto P_t foram determinados via marcação a mercado.

Assim, para $S_t \geq 1$, o plano se encontra superavitário, ou, no mínimo, em equilíbrio técnico de solvência atuarial. Já quando $S_t < 1$, a EFPC é considerada uma entidade deficitária, eventualmente requerendo medidas de ajuste (Rodrigues, 2006). Inclusive, o art. 30 da Resolução CNPC n. 30/2018 permite a possibilidade de usar ajustes de precificação para deduzir resultados deficitários acumulados.

Para a avaliação da solvência técnica do plano previdenciário, Damasceno e Carvalho (2021) definiram a taxa de retorno necessária no instante de tempo t ($r_t^{\text{portfólio otimizado}}$) para que um plano previdenciário pudesse estar em equilíbrio atuarial:

$$r_t^{\text{portfólio otimizado}} = \begin{cases} (1 + y_t) \times (1 + MA_t) - 1, & \text{caso } A_t < P_t \\ MA_t, & \text{caso } A_t \geq P_t \end{cases} \quad [2]$$

MA_t denota a meta atuarial anual real (i. e., sem inflação) que a EFPC deverá atingir, e adicionalmente, y_t é considerada uma taxa efetiva, tal que $(1 + y_t) \times A_t = P_t$, ou seja, trata-se do retorno obtido para que $S_t = 1$. Os autores ressaltam a necessidade de anualização de tal taxa, decompondo-a em D anos, também em termos reais:

$$y_t = (1 + i_t)^{\frac{1}{D}} - 1. \quad [3]$$

Optou-se pela aplicação de metas atuariais distintas: 3%, 4%, 5%, 6% e 7% real ao ano (a.a.). Embora escolhidos arbitrariamente, tais valores encontram lastro na realidade dos passivos atuariais de alguns planos (Azambuja & Campani, 2022; Leal & Mendes, 2010).

3.2 O Problema de Otimização: Medida de Risco e Limites de Alocação

O problema de otimização de carteiras eficientes de investimentos para EFPC será implementado com duas restrições: (i) a medida de risco definida pelo CVaR; e (ii) os limites alocativos de investimentos por classes de ativos impostos pela Resolução CMN n. 4.661/2018.

Embora o *Value at Risk* (VaR) seja a métrica de avaliação da exposição ao risco de perda máxima esperada mais difundida, ela não satisfaz o axioma da subaditividade (Artzner et al., 1999). Por isso, Rockafellar e Uryasev (2000) argumentam que o VaR mede apenas o nível de perda mais otimista, refletindo o limite inferior da distribuição de probabilidades das severidades, ignorando completamente o formato da cauda à esquerda. Para contornar essas limitações, propuseram o CVaR, que possui boas propriedades (Rockafellar & Uryasev, 2002) e tem sido utilizado em problemas de otimização (Gutierrez et al., 2019) de diferentes contextos de decisão sob incerteza (Santiago & Carvalho, 2020).

O CVaR representa a esperança matemática das perdas para além de um limiar na distribuição probabilística dos retornos de um portfólio. Sua representação (Krokhmal et al., 2001) é:

$$CVaR_\alpha(\omega, \zeta) = \zeta + (1 - \alpha)^{-1} \int_{\xi \in \mathbb{R}} [f(\omega, \xi) - \zeta]^+ p(\xi) d\xi. \quad [4]$$

Assim:

$$VaR = \zeta_\alpha(\xi) = \inf\{\zeta | P(\xi \leq \zeta) \geq \alpha\} = -z_{(1-\alpha)} \sqrt{\omega^T \Sigma \omega}, \quad [5]$$

com ω representando o vetor de pesos alocativos do portfólio, Σ uma matriz de correlações lineares entre os ativos, e z_α é o α -quantil à esquerda de uma distribuição Normal (0,1). Dessa forma, VaR e CVaR podem ser relacionados a partir da seguinte equação:

$$CVaR_\alpha(\omega, \zeta) = E[\xi | \xi \geq \zeta_\alpha(\xi)] = E[\xi | \xi \geq VaR] \quad [6]$$

Conforme Rockafellar e Uryasev (2000), é possível aproximar o CVaR numericamente:

$$CVaR_\alpha(\omega, \zeta) \approx \zeta + (1 - \alpha)^{-1} \sum_{s=1}^S [f(\omega, \xi_s) - \zeta]^+ p_s, \quad [7]$$

em que o somando $[f(\omega, \xi_s) - \zeta]^+$ representa o excesso de perdas incorridas no portfólio de investimentos, para além do limiar ζ fixo.

Analogamente a Hernandez et al. (2021), o *mean-CVaR* será otimizado:

$$\min \zeta + (1 - \alpha)^{-1} \sum_{s=1}^S [f(\omega, \xi_s) - \zeta]^+ p_s \quad [8]$$

$$\text{s.a. } \sum_{s=1}^S \omega_s = 1$$

$$\sum_{s=1}^S \omega_s E[\xi_s] \geq R$$

$$z_s \geq f(\omega, \xi_s) - \zeta$$

$$z_s \geq 0.$$

Para resolver o problema de otimização dado pelo conjunto de Equações (8), é preciso definir matematicamente os limites da Resolução n. 4.661/2018 (considerando as eventuais alterações trazidas pela Resolução n. 4.994/2022). Para tal, cada limite apresentado pela Tabela 1 é inserido como:

$$\omega_n^{\min} \leq \omega_n \leq \omega_n^{\max}, \quad [9]$$

em que $n = 1, 2, 3, \dots, N$ representa a proporção de cada instrumento disponível para alocação de ativos conforme a legislação vigente.

3.3 Algoritmo

A implementação do algoritmo de simulação foi feita no *software R*, versão 4.0.4 (Peterson & Carl, 2018; Theußl et al., 2020). Nesse contexto, a geração dos cenários futuros seguirá o mesmo algoritmo que Dempster et al. (2003). Desse modo, os cenários simulados para cada instante temporal t serão dados pelas séries históricas de preços de cada classe de ativos estimados de maneira correlacionada. Portanto, serão implementados modelos de Equações Diferenciais Estocásticas (EDE) conforme Oliveira et al. (2017). Logo, todos os ativos que não forem de renda fixa terão seus respectivos preços modelados por um MBG:

$$d\xi_{it} = \mu(\xi_{it}, t)dt + \sigma(\xi_{it}, t)dW_{it}, \quad 10$$

com W_{it} seguindo um processo de Wiener $N(0, \Delta)$ e $t < t + \Delta$.

Destarte, em Di Domenica et al. (2007) a correlação de dois ativos é dada por:

$$dW_i \cdot dW_j = \rho_{ij}dt \quad 11$$

Note-se que, para quaisquer ativos i e j , teremos $\rho_{ii} = \rho_{jj} = 1$. Se i representar algum instrumento de desempenho futuro aleatório, seu valor ($\xi_{i,t}$) é exatamente

determinado pela precificação usando o modelo MGB, considerando $\varepsilon \sim N(0, 1)$:

$$\xi_{i,t} = \xi_{i,(t-1)} e^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma\varepsilon\sqrt{dt}} \quad 12$$

3.4 Dados: Determinação dos Retornos Anuais, Correlação entre Classes e Simulações

Os dados referentes ao apreçamento dos ativos foram extraídos da ANBIMA e Bloomberg. Desse modo, foram utilizados os históricos das cotações de determinados ativos ou índices de mercado considerando-se dez anos, isto é, de 30 de dezembro de 2012 até 30 de dezembro de 2022. Com esse painel, diferentes eventos que afetaram a economia brasileira foram considerados: Operação Lava Jato, *impeachment* da presidente Dilma Rousseff e a pandemia da doença por coronavírus 2019 (COVID-19).

De posse das séries temporais, anualizaram-se os dados e calcularam-se os retornos anuais obtidos para cada classe de ativos selecionada como *proxy* de investimento ao qual uma EFPC pode aplicar os recursos captados. A Tabela 2 apresenta as estatísticas descritivas das distribuições dos retornos históricos de cada classe de investimento selecionada. A escolha de tais *proxies* se baseou nos critérios de investimentos definidos pelas Resoluções CMN ns. 3.792, 4.661 e 4.994, de modo a abranger todos os ativos e limiares apresentados na Tabela 1.

Tabela 2

Estatísticas descritivas das Classes de Ativos selecionadas como proxies dos investimentos permitidos pelas Resoluções CMN ns. 3.792/2009, 4.661/2018 e 4.994/2022

Segmento	RF	RV	Estruturado	Imobiliário	Investimento no Exterior			
Classe de Ativo	Dívida Federal	Crédito Privado	Ações	Private Equity	Fundos MultMerc	Fundos Imobiliários	RF – Dívida Externa	Ações, BDRs e Outros
Índice Proxy por Segmento	IMAB	IDA-GERAL	IBOV Ibovespa	IBX	IHFA	IFIX	BGATT	MSCI
Juros Nominal	9,7%	8,1%	13,4%	18,4%	8,6%	10,2%	7,6%	9,7%
% sobre DI	3,0%	1,5%	6,5%	11,2%	2,0%	3,5%	1,0%	1,0%
Retornos Anuais								
Máximo	22,4%	9,9%	60,6%	105,5%	11,8%	38,6%	45,1%	53,2%
Médio	5,0%	3,4%	8,5%	13,3%	4,0%	5,5%	2,9%	5,0%
Mínimo	-19,2%	-5,7%	-36,3%	-67,8%	-8,2%	-28,6%	-41,6%	-48,8%
Desvio padrão	8,2%	3,3%	17,5%	29,1%	3,9%	12,2%	17,3%	17,8%

Nota: BGATT = Bloomberg Global Aggregate Bond Index; IBX = Índice Brasil 100; IDA-GERAL = Índice de Debêntures Anbima – Geral; IFIX = índice de Fundos de Investimentos Imobiliários Listados na B3; IHFA = índice de Hedge Funds Anbima; IMAB = Índice de Mercado Anbima (NTN-B); MSCI = Morgan Stanley Capital International World.

Para cálculo dos valores se considerou a taxa de desconto Selic de 6,5%, e IPCA de 4,5%. O IPCA reflete um valor próximo da expectativa de mercado do Boletim Focus do dia 25/06/2021 para o fim de 2022, permitindo uma abordagem mais conservadora frente a constante volatilidade apresentada pela Selic.

Fonte: Elaborada pelos autores.

Este estudo aplicou o mesmo método desenvolvido por Damasceno e Carvalho (2021) para geração dos retornos na classe de ativos *Private Equity*. Os autores

argumentam que não há uma medida ou um indicador capaz de reproduzir retornos de investimentos nesse tipo de ativo. Portanto, valem-se dos resultados de Minardi

et al. (2017), de modo a implementar ajustes (choques) de volatilidade na série histórica do IBX.

Como esperado, as classes de ativos que demonstraram maiores medidas de desvio padrão foram, em ordem: IBX (*private equity*), MSCI_W, IBOV (RV-Ações) e BGATT (dívida externa). Por outro lado, nota-se que maior volatilidade não implica necessariamente maiores retornos médios, uma vez que as médias de retornos observados para Fundos Imobiliários são maiores do

que os valores obtidos para o MSCI e a dívida externa (BGATT), por exemplo.

Uma vez definidos os retornos anuais, o próximo passo consistiu na construção da matriz de correlação dos ativos disponíveis para alocação de recursos por parte da EFPC. A Figura 1 resume os valores observados. Como esperado, MSCI e BGATT são as classes mais inversamente correlacionadas aos investimentos ligados a ativos nacionais, gerando maior diversificação no portfólio da entidade.

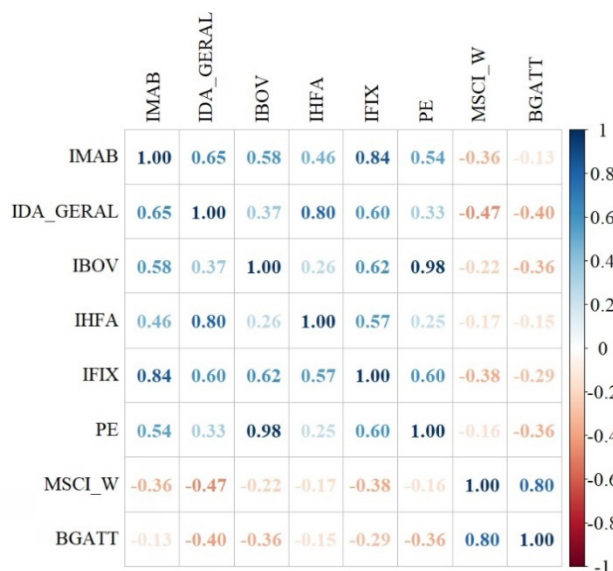


Figura 1 Correlação observada entre as classes de investimentos consideradas no estudo.

Fonte: Elaborada pelos autores.

Assim, considerando as mudanças e os respectivos limites propostos em cada norma, estimaram-se três modelos: (i) Modelo de Investimentos Irrestrito, criado para fins comparativos, constituindo um cenário contrafactual em que a EFPC poderia aplicar livremente os recursos do plano em quaisquer ativos, sem nenhuma restrição legal; (ii) Modelo de Investimentos segundo a Resolução CMN n. 3.792/2009, com as restrições impostas pela norma anterior; e (iii) Modelo de Investimentos conforme as Resoluções CMN

ns. 4.661/2018 e 4.994/2022, representando as mudanças das normativas mais recentes. A Figura 2 apresenta os resultados de risco e retorno anuais dos modelos otimizados para cada um dos três cenários, e os seus respectivos portfólios simulados.

Para cada modelo, foram simulados 100 mil portfólios. A escolha de tal número é superior à de Damasceno e Carvalho (2021), que já utilizam um número suficientemente grande e que também apresenta diversidade de resultados.

4. RESULTADOS

4.1 Os Modelos de Otimização: Fronteiras Eficientes e Simulações de Portfólios

A Resolução CMN n. 3.792/2009 passou por diversas modificações até a publicação das normas mais recentes (Resoluções CMN ns. 4.661/2018 e 4.994/2022). Em termos gerais, observa-se (Tabela 1) relativa flexibilização entre as normas de investimentos no segmento de renda variável. Em especial, aplicações em ações passaram a ser

limitadas a 70% e 50% do patrimônio líquido da EFPC em ações de companhias negociadas em segmentos especiais de listagem e fora de tais segmentos, respectivamente. A norma antiga detinha maior granularidade, restringindo os limites a 70% (Novo Mercado); 60% (Nível II); 50% (Bovespa Mais); 45% (Nível I); e 35% (outros).

Por outro lado, as resoluções mais recentes restringiram os limites de investimentos em debêntures e demais ativos referentes ao crédito privado. A mudança de limites foi

de 80% para 20%. Além disso, houve a reclassificação dos investimentos imobiliários, que deixaram de ser classificados em conjunto com ativos estruturados. Isso resultou em um aumento do limite de aplicação de fundos imobiliários de 10% para 20%. Porém, em contrapartida, as EFPC passaram a ter restrição para investir diretamente na compra de imóveis próprios. Magnani et al. (2021) analisam os possíveis impactos dessa restrição e fornecem maiores detalhes sobre o padrão territorial do portfólio imobiliário dos fundos de pensão.

Ademais, houve diminuição de 5% para aplicação em fundos de investimento em *Private Equity*, que era o ativo com maior volatilidade de retorno anual na base de dados utilizada, e que ofertava maior prêmio sobre o retorno do DI. Em compensação, aumentou-se na mesma magnitude (5%) a alocação em fundos multimercados. A Figura 2 apresenta as 100 mil simulações de cada modelo e suas respectivas fronteiras eficientes. As diversas metas atuariais foram inseridas para evidenciar as capacidades de atingimento de cada patamar.

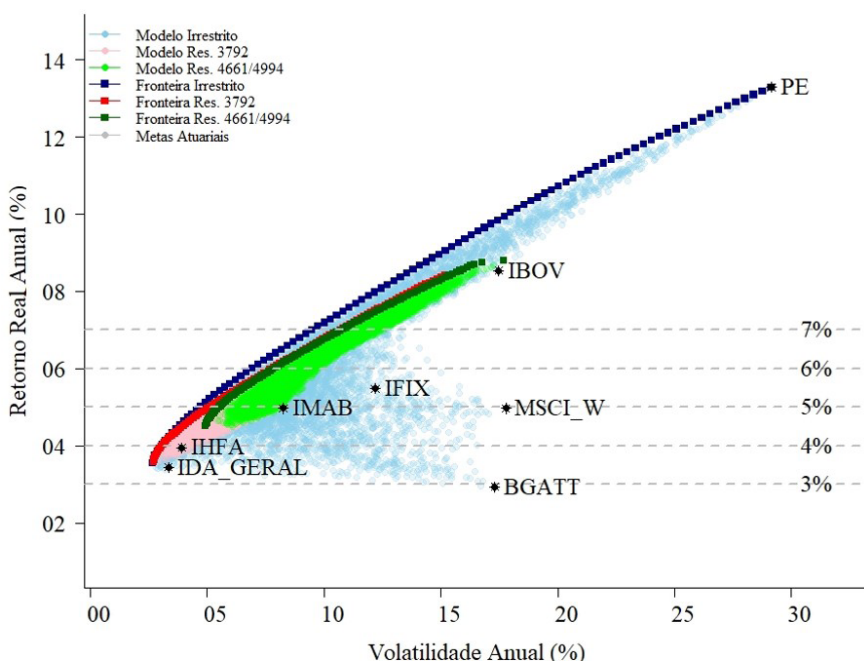


Figura 2 Fronteiras Eficientes e seus respectivos portfólios aleatórios simulados

Fonte: Elaborada pelos autores.

Destarte, observa-se que as fronteiras dos atos normativos praticamente se sobrepõem para níveis mais baixos de volatilidade. Como esperado, o maior limite de alocação em ativos de RV permitiu que a fronteira das Resoluções ns. 4.661/2018 e 4.994/2022 atingissem retornos maiores para níveis de volatilidade anuais acima de 12%. Já para níveis inferiores de volatilidade (entre 5% e 10%), a fronteira da Resolução n. 3.792/2009 apresentou maiores retornos.

É importante notar que, nas simulações realizadas, todas as metas atuariais foram atingidas pelos modelos restritos por força de lei. A Figura 2 também reflete que portfólios sem restrições oferecem maiores retornos, sem necessariamente a EFPC estar exposta a maior risco. A evidência é a fronteira eficiente do modelo irrestrito de alocação atingir todas as metas atuariais para níveis de volatilidade inferiores a 10%, diferentemente do que ocorre com os modelos normativos.

Já a Figura 3 apresenta os resultados de alocação por portfólio das fronteiras eficientes encontradas. As

maiores alocações em crédito privado se encontram nas volatilidades entre 2% e 6% no modelo de restrição da Resolução n. 3.792/2009. A Resolução n. 4.661/2018 impôs redução legal, forçando os resultados de otimização a direcionarem os recursos da EFPC em ativos da dívida pública federal. Assim, em níveis superiores a 5,25% de risco, a alocação em ativos de RV é consideravelmente maior no modelo sob as Resoluções ns. 4.661/2018 e 4.994/2022, uma vez que dadas as restrições de alocação em ações por níveis de governança da fronteira da Resolução n. 3.792/2009, os recursos são redirecionados para títulos públicos ao custo de uma menor rentabilidade.

No modelo irrestrito, os resultados da otimização geram, já nos níveis iniciais de risco, maior alocação dos recursos em investimentos no exterior, especialmente ativos de RF (*proxy* BGATT), com boa parte em ativos ligados ao crédito privado e fundos de investimento em participações e multimercado. O destaque desse modelo se dá em níveis de volatilidade por volta de 15%, quando sua fronteira consegue atingir retornos reais próximos

a 9% a.a., com portfólios compostos por ativos de PE, fundos multimercado e investimentos no exterior.

Destaca-se, por meio da Figura 3 e Tabela 3, que em praticamente nenhum portfólio houve alocação na classe IFIX, indicando que a mudança no limite alocativo para o segmento imobiliário não afetou significativamente os resultados obtidos, diferente do que sugere a literatura

(Bernardo & Campani, 2019). Já nas fronteiras restritas, dado esse mesmo nível de risco, os retornos anuais foram 8,3%, sugerindo que maiores limites legais de alocação nessas classes podem trazer às EFPC maiores retornos, sem necessariamente elevar a exposição a risco. A Tabela 3 apresenta a média de alocação dos portfólios eficientes de cada fronteira.

Tabela 3

Média dos pesos alocados por classe de ativos nas fronteiras otimizadas

PORTFÓLIOS QUE		Atingiram 3%			Atingiram 4%		
Retorno Médio	3,744%	3,762%	Ret. Mín > 4%	4,482%	4,469%	4,750%	
Volatilidade Média Anual	0,028	0,028	-	0,038	0,039	0,052	
Proxy/Modelos	Irrestrito	3792	4661/4994	Irrestrito	3792	4661/4994	
IMAB	0%	0%	-	5%	5%	48%	
IDA_GERAL	82%	78%	-	38%	68%	20%	
IBOV-IBOVESPA	3%	2%	-	1%	0%	7%	
IBX	0%	0%	-	5%	8%	0%	
IHFA	4%	9%	-	38%	10%	15%	
IFIX	0%	0%	-	0%	0%	0%	
BGATT	1%	1%	-	0%	0%	0%	
MSCI	10%	10%	-	13%	10%	10%	
PORTFÓLIOS QUE		Atingiram 5%			Atingiram 6%		
Retorno Médio Anual	5,466%	5,493%	5,507%	6,499%	6,492%	6,501%	
Volatilidade Média Anual	0,057	0,0639	0,0663	0,082	0,0919	0,093	
Proxy/Modelos	Irrestrito	3792	4661/4994	Irrestrito	3792	4661/4994	
IMAB	12%	19%	38%	12%	35%	39%	
IDA_GERAL	0%	51%	20%	0%	27%	15%	
IBOV-IBOVESPA	0%	0%	12%	0%	8%	16%	
IBX	13%	16%	7%	23%	20%	15%	
IHFA	59%	4%	13%	44%	0%	5%	
IFIX	0%	0%	0%	0%	0%	0%	
BGATT	0%	0%	0%	0%	0%	0%	
MSCI	16%	10%	10%	21%	10%	10%	
PORTFÓLIOS QUE		Atingiram 7%					
Retorno Médio Anual	7,532%	7,492%			7,495%		
Volatilidade Média Anual	0,110	0,122			0,123		
Proxy/Modelos	Irrestrito	3792			4661/4994		
IMAB	13%	42%			33%		
IDA_GERAL	0%	3%			0%		
IBOV-IBOVESPA	0%	25%			37%		
IBX	34%	20%			15%		
IHFA	27%	0%			5%		
IFIX	0%	0%			0%		
BGATT	0%	0%			0%		
MSCI	26%	10%			10%		
Demais Valores	Irrestrito	3792			4661		
Retornos: Mín. / Máx.	3,547% / 13,189%	3,592% / 8,369%			4,513% / 8,749%		

Fonte: Elaborada pelos autores.

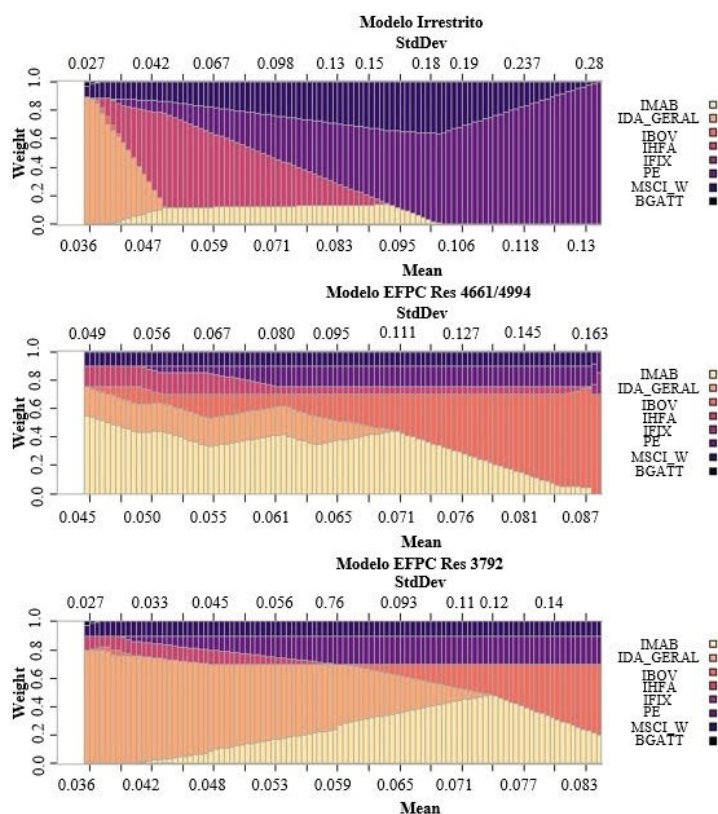


Figura 3 Alocação de portfólios nas fronteiras eficientes dos modelos simulados

Fonte: Elaborada pelos autores.

4.2 Probabilidades de Retornos Positivos e Negativos

Para comparar o comportamento dos modelos e a capacidade futura dos portfólios estimados atingirem retornos consistentes em prazos estendidos, foram simulados 1.000 cenários aleatórios, como feito em Damasceno e Carvalho (2021), para seis horizontes de tempo: (i) 12 meses; (ii) 24 meses; (iii) 36 meses; (iv) 72

meses; (v) 120 meses; e (vi) 180 meses. Assim, foram estimados os retornos anuais acumulados se valendo dos pesos de alocação por classe de ativo presentes nos portfólios ótimos de cada fronteira. Por exemplo, para a meta atuarial de 5% a.a., os pesos alocativos por classe no Modelo Irrestrito foram: IMAB (11%); IDA_GERAL (1%); IBOV-IBOVESPA (0%); IBX (9%); IHFA (65%); IFIX (0%); BGATT (0%); e MSCI (14%). A Tabela 4 mostra as estatísticas descritivas dos retornos anuais acumulados.

Tabela 4

Estatísticas descritivas dos retornos acumulados para cada meta atuarial e horizonte temporal

Tempo/Modelo	Meta de 3%			Desvio Padrão		
	Irrestrito	Média	4661/4994	Irrestrito	3.792	4661/4994
12 meses	3,6%	3,7%	4,8%	0,027	0,027	0,054
24 meses	7,1%	7,7%	9,6%	0,041	0,041	0,077
36 meses	11,2%	11,2%	14,6%	0,052	0,054	0,098
72 meses	23,6%	23,9%	31,6%	0,080	0,082	0,161
120 meses	42,8%	42,7%	57,7%	0,125	0,120	0,252
180 meses	69,7%	71,8%	97,3%	0,173	0,179	0,380
Máx.	134,3%	124,9%	241,0%	-	-	-
Mín.	-5,4%	-5,1%	-14,7%	-	-	-

Tabela 4

Cont.

Meta de 4%		Média		Desvio Padrão		
Tempo/Modelo	Irrestrito	3.792	4661/4994	Irrestrito	3.792	4661/4994
12 meses	4,2%	4,3%	4,8%	0,033	0,033	0,051
24 meses	8,2%	8,3%	9,4%	0,047	0,051	0,074
36 meses	12,8%	12,9%	14,0%	0,060	0,062	0,099
72 meses	27,5%	28,0%	31,5%	0,100	0,098	0,156
120 meses	49,8%	49,0%	57,7%	0,142	0,152	0,238
180 meses	83,4%	83,2%	95,8%	0,225	0,225	0,374
Máx.	171,3%	181,6%	220,7%	-	-	-
Mín.	-7,6%	-6,6%	-15,3%	-	-	-
Meta de 5%		Média		Desvio Padrão		
Tempo/Modelo	Irrestrito	3.792	4661/4994	Irrestrito	3.792	4661/4994
12 meses	5,2%	4,2%	5,1%	0,053	0,034	0,060
24 meses	10,4%	8,4%	10,5%	0,078	0,049	0,087
36 meses	16,4%	13,0%	16,5%	0,096	0,062	0,113
72 meses	35,3%	27,3%	35,9%	0,162	0,100	0,183
120 meses	65,6%	49,5%	65,9%	0,251	0,149	0,298
180 meses	111,9%	83,4%	112,0%	0,406	0,230	0,465
Máx.	272,4%	190,5%	355,3%	-	-	-
Mín.	-12,6%	-9,8%	-14,7%	-	-	-
Meta de 6%		Média		Desvio Padrão		
Tempo/Modelo	Irrestrito	3.792	4661/4994	Irrestrito	3.792	4661/4994
12 meses	6,2%	6,3%	6,0%	0,076	0,089	0,087
24 meses	12,8%	12,4%	13,2%	0,115	0,129	0,128
36 meses	19,6%	19,0%	20,6%	0,151	0,181	0,175
72 meses	44,6%	44,7%	43,8%	0,274	0,292	0,295
120 meses	82,6%	86,1%	83,0%	0,425	0,525	0,497
180 meses	151,7%	151,2%	149,6%	0,717	0,811	0,811
Máx.	533,3%	559,8%	544,2%	-	-	-
Mín.	-17,7%	-33,9%	-25,8%	-	-	-
Meta de 7%		Média		Desvio Padrão		
Tempo/Modelo	Irrestrito	3.792	4661/4994	Irrestrito	3.792	4661/4994
12 meses	7,5%	7,5%	8,3%	0,110	0,120	0,115
24 meses	15,1%	16,0%	14,9%	0,171	0,187	0,188
36 meses	24,9%	23,9%	24,4%	0,223	0,243	0,241
72 meses	53,9%	53,8%	53,1%	0,412	0,427	0,430
120 meses	104,9%	101,4%	104,0%	0,709	0,721	0,704
180 meses	192,3%	190,7%	184,0%	1,280	1,291	1,282
Máx.	1221,6%	948,6%	977,9%	-	-	-
Mín.	-33,3%	-38,9%	-39,9%	-	-	-

Fonte: Elaborada pelos autores.

Como esperado, a distribuição dos retornos passou a aumentar conforme o horizonte de tempo aumenta. Esses resultados indicam que as probabilidades de perdas acumuladas nos portfólios das EFPC tendem a diminuir, evidenciando consistência nos resultados obtidos para

o longo prazo. A Tabela 4 apresenta detalhes dessas probabilidades estimadas para diferentes objetivos, modelo (irrestrito ou sujeito a normas) e diferentes horizontes de mensuração.

Tabela 5*Probabilidades de Atingimento das Metas Atuariais em 6 cenários futuros distintos*

Probabilidade		de atingir meta de 3%			de gerar retorno negativo		
Tempo/Modelo	Irrestrito	3.792	4661/4994	Irrestrito	3.792	4661/4994	
12 meses	59,80%	60,70%	62,20%	9,70%	8,40%	16,70%	
24 meses	60,80%	64,50%	66,20%	3,80%	2,80%	9,90%	
36 meses	63,80%	62,60%	69,90%	0,90%	1,40%	5,70%	
72 meses	69,40%	67,80%	76,90%	0,00%	0,10%	1,50%	
120 meses	74,90%	74,30%	82,60%	0,00%	0,00%	0,00%	
180 meses	78,50%	80,70%	87,10%	0,00%	0,00%	0,00%	
Probabilidade		de atingir meta de 4%			de gerar retorno negativo		
Tempo/Modelo	Irrestrito	3.792	4661/4994	Irrestrito	3.792	4661/4994	
12 meses	51,40%	53,80%	53,60%	9,00%	9,00%	18,10%	
24 meses	49,20%	51,30%	54,20%	3,50%	4,10%	9,30%	
36 meses	51,10%	50,30%	54,10%	1,10%	1,70%	6,90%	
72 meses	52,80%	56,10%	61,80%	0,10%	0,00%	1,20%	
120 meses	52,20%	51,10%	63,90%	0,00%	0,00%	0,40%	
180 meses	53,50%	53,00%	64,30%	0,00%	0,00%	0,00%	
Probabilidade		de atingir meta de 5%			de gerar retorno negativo		
Tempo/Modelo	Irrestrito	3.792	4661/4994	Irrestrito	3.792	4661/4994	
12 meses	49,30%	39,00%	47,90%	17,10%	10,80%	20,40%	
24 meses	47,80%	36,90%	46,90%	7,50%	4,40%	10,70%	
36 meses	50,60%	29,70%	49,50%	2,80%	0,80%	5,80%	
72 meses	49,10%	24,70%	51,70%	0,40%	0,20%	1,60%	
120 meses	49,60%	18,20%	50,50%	0,00%	0,00%	0,30%	
180 meses	51,40%	14,50%	49,50%	0,00%	0,00%	0,00%	
Probabilidade		de atingir meta de 6%			de gerar retorno negativo		
Tempo/Modelo	Irrestrito	3.792	4661/4994	Irrestrito	3.792	4661/4994	
12 meses	47,20%	46,90%	47,90%	21,40%	24,20%	25,50%	
24 meses	49,60%	46,90%	49,90%	12,90%	14,90%	14,90%	
36 meses	47,10%	47,80%	50,40%	7,50%	14,40%	11,30%	
72 meses	48,10%	49,70%	48,30%	1,60%	4,40%	4,00%	
120 meses	48,80%	50,20%	46,10%	0,30%	1,30%	1,40%	
180 meses	50,70%	50,00%	48,10%	0,00%	0,40%	0,30%	
Probabilidade		de atingir meta de 7%			de gerar retorno negativo		
Tempo/Modelo	Irrestrito	3.792	4661/4994	Irrestrito	3.792	4661/4994	
12 meses	46,20%	47,70%	49,20%	26,20%	27,20%	24,80%	
24 meses	46,30%	47,90%	45,80%	18,70%	19,40%	22,30%	
36 meses	50,90%	46,00%	49,30%	11,40%	14,30%	14,60%	
72 meses	48,60%	48,20%	46,70%	4,80%	7,10%	7,30%	
120 meses	45,90%	46,30%	47,90%	1,20%	3,00%	2,90%	
180 meses	47,10%	45,80%	44,40%	0,20%	0,90%	1,30%	

Fonte: Elaborada pelos autores.

Em termos gerais, para todos os modelos, as simulações de cenários futuros explicitaram que os planos previdenciários têm viabilidade de constituir portfólios capazes de atingir ou superar as metas atuariais de 3% e 4%, respectivamente, com probabilidades iguais, ou superiores a 49,2%. Além disso, para as metas de 3% e

4%, as probabilidades de atingimento das metas foram substancialmente maiores para o modelo da Resolução CMN n. 4.661/2018 quando comparadas aos demais modelos, pois o conjunto de pesos de alocação escolhido para as simulações desse caso teve de ser o que propiciava o menor retorno possível na fronteira eficiente de tal modelo

(i. e., 4,5127%) enquanto que os conjuntos escolhidos para o modelo irrestrito e o da Resolução n. 3.792 geravam, respectivamente, retornos anuais de 3,5472% e 3,5915% (meta atuarial simulada de 3% a.a.), e 4,0391% e 4,0302% (meta atuarial simulada de 4% a.a.).

Entretanto, é importante destacar que, para metas como 6% e 7%, os modelos restritivos por força de lei deixam o portfólio das EFPC substancialmente mais expostos a perdas. Especialmente no curto prazo (12 meses). No exemplo para a meta atuarial de 6%, a probabilidade do Modelo Irrestrito gerar retorno negativo é inferior em cerca de 2,8% e 4,1% para os modelos das Resoluções CMN n. 3.792/2009 e 4.661/2018, respectivamente.

Considerando que RV foi a classe de investimentos que apresentou a segunda maior volatilidade, esse resultado se encontra em linha com o esperado, dada a maior possibilidade de alocação em ações sem níveis específicos de Governança Corporativa na legislação mais recente (Resolução n. 4.661/2018), quando comparada com a normativa anterior. Porém, essa característica de expor o portfólio da EFPC a maior volatilidade possibilita que o modelo da Resolução n. 4.661/2018 obtenha probabilidade de atingimento da meta atuarial

maior do que o modelo da Resolução n. 3.792/2009 quando os *benchmarks* comparados são as metas de 3%, 4% e 5% a.a.

É notório que, no Brasil, os ativos de renda fixa superaram o desempenho de índices de ações por mais de duas décadas (Damasceno & Carvalho, 2021; Flores et al., 2021; Paula & Iquiapaza, 2022). Os resultados encontrados neste estudo estão em linha com a literatura, que sugere que os investidores devem manter uma parcela significativa de seus investimentos na classe de renda fixa, mas que pode valer a pena realizar uma alocação estratégica ponderando outras classes de ativos por meio de fundos indexados (Daltro & Leal, 2019). Isso é particularmente importante quando as taxas básicas de juros estão em patamares inferiores (Duijm & Bisschop, 2018), como ocorreu no Brasil durante a pandemia.

Por fim, apesar dos modelos atingirem todas as metas, os resultados realçam a ideia de que as entidades ainda têm probabilidades altas de obterem retornos negativos em seus portfólios, evidenciando que carteiras com mais restrições de alocação por classe de ativos possuem menores exposições, haja vista os resultados apresentados pelo modelo irrestrito.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste estudo consistiu em avaliar se o novo padrão de limites estabelecidos pelas Resoluções CMN ns. 4.661/2018 (4.994/2022) foi suficiente para o atingimento de retornos financeiros que cubram os passivos atuariais das EFPC no Brasil. Para isso, estudaram-se os comportamentos de 3 modelos diferentes para a construção de portfólios: (i) Modelo Irrestrito; e (ii-iii) Modelos Restritos (seguindo os limites de alocação estabelecidos pelas Resoluções CMN ns. 3.792/2009, 4.661/2018 e 4.994/2022). Ademais, também fornecemos medidas de probabilidade de que tais modelos consigam atingir variados níveis de metas atuariais ou de gerarem retornos negativos em seis horizontes de tempo (de 12 a 180 meses).

Utilizando a metodologia proposta por Damasceno e Carvalho (2021), este artigo traz como principal contribuição à literatura uma avaliação técnica sobre os principais efeitos da flexibilização dos limites de alocação de investimentos de ativos em diferentes classes propostos pelas Resoluções CMN ns. 4.661/2018 e 4.994/2022. A relevância deste estudo é tão maior quanto mais baixa estiver a taxa básica de juros, que é a remuneração de referência de títulos públicos e outros de RF, pois os agentes econômicos precisam assumir mais riscos para obter retornos mais elevados (Daltro & Leal, 2019).

Ademais, os Modelos ALM geralmente se valem do VaR como medida de risco. Porém, como essa medida não satisfaz o axioma da subaditividade (Artzner et al., 1999), utilizou-se o CVaR, que tem melhores propriedades, especialmente quanto à capacidade de diversificação de carteiras, precisamente o objeto sob análise.

Assim, foi possível constatar que todas as metas atuariais foram atingidas nas simulações realizadas. O modelo irrestrito conseguiu obter retornos maiores e em níveis de volatilidade inferiores quando comparado aos modelos que traziam imposições legais. Ou seja, ceder a uma legislação mais flexível não significa necessariamente que as EFPC incorrerão em maior risco de perdas. Mas significa necessariamente que os ativos garantidores de tais entidades estarão sujeitos a menores volatilidades desde que haja claramente uma fiscalização eficiente da PREVIC em um cenário menos rígido para alocação em ativos. Esse resultado apresentado pelo modelo irrestrito só foi possível em virtude do limiar mais alto para alocação em ativos de investimentos no exterior que contrabalancearam a volatilidade imposta pelos demais ativos (compostos majoritariamente por investimentos nacionais e que tinham correlação negativa com BGATT e MSCI).

Cumprido destacar que, em caso de flexibilizar os limites de investimentos dos ativos, há a necessidade de um

controle de risco de crédito e de liquidez ainda maior, pois perdas provenientes de risco de crédito e de liquidez (implícitas neste estudo) poderiam ser materiais para uma EFPC, causadas pelo excesso de concentração em classes específicas.

Por simplificação, neste estudo foi considerada apenas a modelagem da ponta ativa do modelo ALM, desconsiderando a modelagem biométrica do passivo atuarial de planos BD. As metas atuariais foram definidas com base nos valores praticados em alguns dos principais

fundos do mercado nacional, constituindo a principal limitação deste trabalho. Para futuras pesquisas, incentiva-se a verificação dos mesmos impactos, porém, também considerando uma modelagem ALM passiva e com maior espectro de classes de ativos, assim como utilizado no contexto de previdência aberta por Flores et al. (2021), ou adotando investimentos em ativos alternativos (p. ex., *commodities*, fundos mútuos) que forneçam benefícios de diversificação e estejam orientados a lastrear passivos como sugerido por Bernardo e Campani (2019).

REFERÊNCIAS

- Andongwisye, J., Torbjörn, L., Singull, M., & Mushi, A. (2018). Asset liability management for Tanzania pension funds by stochastic programming. *Afrika Statistika*, 13(3), 1733-1758. <https://doi.org/10.16929/as/1733.131>
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M., & Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, 9(3), 203-228. <https://doi.org/10.1111/1467-9965.00068>
- Azambuja, S., & Campani, C. H. (2022). MAC: A proposal for consistent actuarial interest rates in pension funds. *Revista de Administração Contemporânea*, 26(3), e-200390. <https://doi.org/10.1590/1982-7849rac2022200390.en>
- Bernardo, M. R., & Campani, C. H. (2019). Liability driven investment with alternative assets: Evidence from Brazil. *Emerging Markets Review*, 41, 100653. <https://doi.org/10.1016/j.ememar.2019.100653>
- Bhat, D. A. (2020). A review of asset liability management models <https://doi.org/https://doi.org/10.31235/osf.io/ub69x>
- Cariño, D. R., Kent, T., Myers, D. H., Stacy, C., Sylvanus, M., Turner, A. L., Watanabe, K., & Ziemba, W. T. (1994). The Russell-Yasuda Kasai model: An asset/liability model for a Japanese insurance company using multistage stochastic programming. *Interfaces*, 24(1), 29-49. <https://doi.org/10.1287/inte.24.1.29>
- Daltro, A. B. V., & Leal, R. P. C. (2019). Fixed income and passive asset allocation outperformance in Brazil. *The Journal of Wealth Management*, 22(2), 37-49. <https://doi.org/10.3905/jwm.2019.1.071>
- Damasceno, A. T., & Carvalho, J. V. F. (2021). Assessment of the new investment limits for assets of Social Security Regimes for Public Servants established by Resolution CMN 3,922/2010. *Revista Brasileira de Gestão de Negócios*, 23(4), 728-743. <https://doi.org/10.7819/rbgn.v23i4.4128>
- Dempster, M. A. H., Germano, M., Medova, E. A., & Villaverde, M. (2003). Global asset liability management. *British Actuarial Journal*, 9(1), 137-195. <https://doi.org/10.1017/S1357321700004153>
- Di Domenica, N., Mitra, G., Valente, P., & Birbilis, G. (2007). Stochastic programming and scenario generation within a simulation framework: An information systems perspective. *Decision Support Systems*, 42(4), 2197-2218. <https://doi.org/10.1016/j.dss.2006.06.013>
- Dong, Y., & Zheng, H. (2019). Optimal investment of DC pension plan under short-selling constraints and portfolio insurance. *Insurance: Mathematics and Economics*, 85, 47-59. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2018.12.005>
- Duarte, T. B., Valladão, D. M., & Veiga, Á. (2017). Asset liability management for open pension schemes using multistage stochastic programming under Solvency-II-based regulatory constraints. *Insurance: Mathematics and Economics*, 77, 177-188. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2017.09.022>
- Duijm, P., & Bisschop, S. S. (2018). Short-termism of long-term investors? The investment behaviour of Dutch insurance companies and pension funds. *Applied Economics*, 50(31), 3376-3387. <https://doi.org/10.1080/00036846.2017.1420898>
- Ferstl, R., & Weissensteiner, A. (2011). Asset-liability management under time-varying investment opportunities. *Journal of Banking & Finance*, 35(1), 182-192. <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2010.07.028>
- Flores, F. A., Campani, C. H., & Roquete, R. M. (2021). The impact of alternative assets on the performance of Brazilian private pension funds. *Revista Contabilidade & Finanças*, 32(86), 314-330. <https://doi.org/10.1590/1808-057x202111870>
- Gutierrez, T., Pagnoncelli, B., Valladão, D., & Cifuentes, A. (2019). Can asset allocation limits determine portfolio risk-return profiles in DC pension schemes? *Insurance: Mathematics and Economics*, 86, 134-144. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2019.02.009>
- Hernandez, J. A., Kang, S. H., & Yoon, S. (2021). Nonlinear spillover and portfolio allocation characteristics of energy equity sectors: Evidence from the United States and Canada. *Review of International Economics*, 30, 1-33. <https://doi.org/10.1111/roie.12553>
- Hosseinzadeh, M. M., & Consigli, G. (2017, May). *Optimal Asset-Liability Management for Defined Benefit Pension Fund Under Stochastic Correlation* (Ph.D. Thesis). Università Degli Studi di Bergamo. <https://aisberg.unibg.it/retrieve/e40f7b86-49d8-afca-e053-6605fe0aef2/Thesis-final.pdf>
- Josa-Fombellida, R., & Rincón-Zapatero, J. P. (2012). Stochastic pension funding when the benefit and the risky asset follow jump diffusion processes. *European Journal of Operational Research*, 220(2), 404-413. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.01.033>

- Krokhmal, P., Uryasev, T., & Palmquist, J. (2001). Portfolio optimization with conditional value-at-risk objective and constraints. *Journal of Risk*, 4(2), 43-68. <https://doi.org/10.21314/JOR.2002.057>
- Leal, R. P. C., & Mendes, B. V. M. (2010). The risk-return relationship of pension funds with investments in hedge funds. *Latin American Business Review*, 11(2), 141-169. <https://doi.org/10.1080/10978526.2010.496307>
- Lei Complementar n. 108, de 29 de maio de 2001. (2001). Dispõe sobre a relação entre a União, os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, suas autarquias, fundações, sociedades de economia mista e outras entidades públicas e suas respectivas entidades fechadas de previdência complementar, e dá outras providências. https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/lcp/lcp108.htm#:~:text=Lcp108&text=Disp%C3%B5e%20sobre%20a%20rela%C3%A7%C3%A3o%20entre,complementar%2C%20e%20d%C3%A1%20outras%20provid%C3%Aancias.&text=Art
- Lei Complementar n. 109, de 29 de maio de 2001. (2001). Dispõe sobre o Regime de Previdência Complementar e dá outras providências. https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/lcp/lcp109.htm#:~:text=LEI%20COMPLEMENTAR%20N%C2%BA%20109%2C%20DE%2029%20DE%20MAIO%20DE%202001&text=Disp%C3%B5e%20sobre%20o%20Regime%20de%20Previd%C3%Aancia%20Complementar%20e%20d%C3%A1%20outras%20provid%C3%Aancias
- Leibowitz, M. L., Fabozzi, F. J., & Sharpe, W. F. (1992). *Investing: The collected works of Martin L. Leibowitz*. Probus Professional Pub.
- Li, Y., & Forsyth, P. A. (2019). A data-driven neural network approach to optimal asset allocation for target based defined contribution pension plans. *Insurance: Mathematics and Economics*, 86, 189-204. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2019.03.001>
- Magnani, M., Sanfelici, D., & Muniz Filho, G. A. (2021). Investimentos dos fundos de pensão brasileiros no mercado imobiliário comercial: Uma Análise do portfólio imobiliário e seu padrão territorial. *Revista Brasileira de Estudos Urbanos e Regionais*, 23, 1-24. <https://doi.org/10.22296/2317-1529.rbeur.202114>
- Menoncin, F., & Vigna, E. (2017). Mean-variance target-based optimisation for defined contribution pension schemes in a stochastic framework. *Insurance: Mathematics and Economics*, 76, 172-184. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2017.08.002>
- Minardi, A. M. A. F., Bortoluzzo, A., & Moreira, L. A. (2017). Private equity and venture capital growth and performance in emerging markets. *SSRN Electronic Journal*, 1-21. <https://doi.org/10.2139/ssrn.2894543>
- Oliveira, A. D., Filomena, T. P., Perlin, M. S., Lejeune, M., & Macedo, G. R. (2017). A multistage stochastic programming asset-liability management model: An application to the Brazilian pension fund industry. *Optimization and Engineering*, 18(2), 349-368. <https://doi.org/10.1007/s11081-016-9316-3>
- Pachamanova, D., Gülpınar, N., & Çanakoğlu, E. (2017). Robust approaches to pension fund asset liability management under uncertainty. In G. Consigli, D. Kuhn, P. Brandimarte (Eds), *International series in operations research & management science* (Vol. 245, pp. 89-119). Springer.
- Pan, J., Zhang, Z., & Zhou, X. (2018). Optimal dynamic mean-variance asset-liability management under the Heston model. *Advances in Difference Equations*, 2018, 258. <https://doi.org/10.1186/s13662-018-1677-9>
- Paula, J. S., & Iquiapaza, R. A. (2022). Investment fund selection techniques from the perspective of Brazilian pension funds. *Revista Contabilidade & Finanças*, 33(88), 167-182. <https://doi.org/10.1590/1808-057x202113250>
- Peterson, B., & Carl, P. (2018). *Portfolio analytics: Portfolio analysis, including numerical methods for optimization of portfolios*. cran.r-project.org/package=PortfolioAnalytics
- Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *The Journal of Risk*, 2(3), 21-41. <https://doi.org/10.21314/JOR.2000.038>
- Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2002). Conditional value-at-risk for general loss distributions. *Journal of Banking and Finance*, 26(7), 1443-1471. [https://doi.org/10.1016/S0378-4266\(02\)00271-6](https://doi.org/10.1016/S0378-4266(02)00271-6)
- Rodrigues, J. A. (2006). Modelos de amortização de déficits atuariais em fundos de pensão. *Revista Contabilidade & Finanças*, 17(Esp 2), 9-27. <https://doi.org/10.1590/S1519-70772006000500002>
- Ryan, R. J. (2014). *The evolution of asset/liability management*. CFA Institute Research Foundation. <https://doi.org/10.2470/rflr.v8.n2.1>
- Saad, N. S., & Ribeiro, C. O. (2004). Modelos determinísticos de gestão de ativo/passivo: Uma aplicação no Brasil. *Revista Contabilidade & Finanças*, 15(34), 50-62. <https://doi.org/10.1590/S1519-70772004000100004>
- Saad, N. S., & Ribeiro, C. O. (2006). Um modelo de gestão de ativo/passivo: Aplicação para fundos de benefício definido com ativos de fluxo incerto. *Revista Contabilidade & Finanças*, 17(Esp 2), 75-87. <https://doi.org/10.1590/S1519-70772006000500006>
- Santiago, T. A., & Carvalho, J. V. F. (2020). Análise da oferta ideal de contratos de resseguro utilizando métodos de otimização condicionada. In *Anais do 23o SEMEAD* (pp. 1-17). São Paulo, SP.
- Silva, W. A. M., Malaquias, R. F., & Rech, I. J. (2020). Análise das variáveis que afetam o desempenho de carteira das entidades fechadas de previdência complementar brasileiras. *Revista Contemporânea de Contabilidade*, 17(44), 54-70. <https://doi.org/10.5007/2175-8069.2020v17n44p54>
- Sun, J., Li, Z., & Zeng, Y. (2016). Precommitment and equilibrium investment strategies for defined contribution pension plans under a jump-diffusion model. In *Insurance: Mathematics and economics* (Vol. 67, pp. 158-172). <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2016.01.005>
- Theußl, S., Schwendinger, F., & Hornik, K. (2020). ROI: An extensible R optimization infrastructure. *Journal of Statistical Software*, 94(15), 1-64. <https://doi.org/10.18637/jss.v094.i15>
- Toukourou, Y. A. F., & Dufresne, F. (2018). On Integrated chance constraints in ALM for pension funds. *ASTIN Bulletin*, 48(2), 571-609. <https://doi.org/10.1017/asb.2017.49>

- Valladão, D., & Veiga, Á. (2008, June). Optimum allocation and risk measure in an asset liability management model for a pension fund via multistage stochastic programming and bootstrap. In *International Conference on Engineering Optimization*. Rio de Janeiro, RJ.
- Wang, P., & Li, Z. (2018). Robust optimal investment strategy for an AAM of DC pension plans with stochastic interest rate and stochastic volatility. *Insurance: Mathematics and Economics*, 80, 67-83. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2018.03.003>
- Waring, M. B., & Whitney, D. (2009). An asset-liability version of the capital asset pricing model with a multi-period two-fund theorem. *Journal of Portfolio Management*, 35(4), 111-130. <https://doi.org/10.3905/JPM.2009.35.4.111>
- Zeng, Y., Li, D., Chen, Z., & Yang, Z. (2018). Ambiguity aversion and optimal derivative-based pension investment with stochastic income and volatility. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 88, 70-103. <https://doi.org/10.1016/j.jedc.2018.01.023>
- Zhang, M., & Chen, P. (2016). Mean-variance asset-liability management under constant elasticity of variance process. *Insurance: Mathematics and Economics*, 70, 11-18. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2016.05.019>