

---

# ALOCAÇÃO DE ATIVOS NO MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO SEGUNDO O CONCEITO DE *DOWNSIDE RISK*

---

ARTIGO – FINANÇAS

*Fabio Wendling Muniz de Andrade*

Doutor em Administração de Empresas pela EAESP-FGV

Professor Doutor de Administração de Empresas da PUC-SP

Afiliação: Universidade São Marcos

E-mail: [fabiowendling@ibest.com.br](mailto:fabiowendling@ibest.com.br)

Recebido em: 17/11/2005

Aprovado em: 28/03/2006

## RESUMO

O artigo compara a abordagem tradicional de média-variância na determinação de portfólios eficientes com a abordagem de risco assimétrico (*downside risk*), que substitui a variância pela semivariância ou outro LPM (*Lower Partial Moment*). Um estudo empírico é realizado para obter as fronteiras eficientes usando-se ambas as abordagens, e estratégias de alocação de ativos são simuladas e comparadas. Resultados demonstram que, se os investidores possuem preferências assimétricas em relação ao risco, a abordagem de média-semivariância é superior em termos de eficiência. Adicionalmente, verifica-se que a minimização do risco assimétrico fornece efetivamente maior proteção contra perdas quando comparada com a minimização da variância na alocação de ativos.

**Palavras-chave:** Risco Assimétrico, Alocação de Ativos, Semivariância, Fronteira Eficiente, Otimização de Portfólio.

## *ASSET ALLOCATION IN THE BRAZILIAN STOCK MARKET ACCORDING TO THE DOWNSIDE RISK STRATEGY*

## ABSTRACT

*The traditional mean-variance approach for building efficient portfolios was compared to the downside risk approach that substitutes variance of returns by semi-variance or another lower partial momentum of returns. Empirical investigation searched for efficient frontiers using both approaches and strategies for asset allocation which were simulated for comparison. The downside risk approach was shown to be superior in terms of efficiency when investors had asymmetric preferences related to risk. Further the strategy of minimizing downside risk effectively provided greater protection against losses when compared to the strategy of variance minimization, for asset allocation.*

**Key words:** *Downside Risk, Asset Allocation, Semi-variance, Efficient Frontier, Portfolio Optimization.*

## 1. INTRODUÇÃO

Um dos pilares da teoria moderna em Finanças é a abordagem de média-variância introduzida por Markowitz (1952). Seu trabalho estabeleceu as bases do processo de alocação de ativos, com a minimização do risco pela diversificação eficiente do portfólio. A teoria de Markowitz, assim como a vasta maioria dos trabalhos publicados em Finanças, utiliza como conceito de risco o desvio-padrão ou a variância, assumindo, com essas medidas simétricas de risco, que investidores apresentam um comportamento compatível com o conceito de simetria de risco.

A literatura, entretanto, mostra-nos que investidores tendem a ver o risco de um ponto de vista assimétrico (NAWROCKI, 1999), atribuindo maior importância ao efeito negativo das perdas ou de retornos abaixo de uma taxa mínima desejável. Essa aversão à perda abre caminho para medidas alternativas de risco que considerem a distribuição de retornos de um ponto de vista assimétrico, com foco na parte esquerda da distribuição de retornos.

Outra questão relevante está relacionada ao fato de que uma das premissas fundamentais utilizadas na abordagem tradicional de média-variância é que os retornos seguem distribuição normal ou, alternativamente, que os investidores possuem uma função de utilidade quadrática. A não conformidade com essas premissas, verificada empiricamente (COSTA e BAIDYA, 2001), sugere a necessidade de critérios mais robustos para a otimização de portfólios.

Neste artigo é realizada uma investigação empírica acerca da aplicação do conceito de risco assimétrico no processo de seleção de carteiras e alocação de ativos no mercado acionário brasileiro. Na seção 2 deste artigo o conceito de risco assimétrico é apresentado. Na seção 3 é estabelecida uma relação entre a abordagem de risco assimétrico e dominância estocástica. A seção 4 apresenta a formulação dos processos de otimização para a obtenção de portfólios eficientes. A seção 5 descreve a metodologia empregada e apresenta os resultados empíricos obtidos neste trabalho. Considerações finais são feitas na seção 6.

## 2. O CONCEITO DE RISCO ASSIMÉTRICO (DOWNSIDE RISK)

O conceito assimétrico de risco foi inicialmente proposto por ROY (1952), em um dos primeiros artigos publicados sobre teoria de portfólio. Sua concepção era a de que o investidor preferiria a segurança do principal em primeiro lugar e o investimento com a menor probabilidade de ter retorno abaixo de um nível mínimo de rentabilidade.

Markowitz (1952; 1959) considerou que, se investidores avaliam o risco de maneira assimétrica e a distribuição dos ativos pode não ser normal, a utilização de um conceito de risco assimétrico pode ser mais apropriada. Ele sugeriu, como possíveis medidas de risco, a semivariância abaixo da média e a semivariância abaixo de um alvo de rentabilidade. Apesar dessas considerações, Markowitz optou por utilizar a variância como medida de risco porque isso torna os problemas de otimização envolvidos na determinação da composição dos portfólios eficientes mais simples computacionalmente.

Segundo Soares (2002), uma das vantagens da utilização da semivariância como medida de risco é esta ser consistente com a visão prática do risco. Essa visão se apóia em estudos empíricos que verificaram que os investidores definiam consistentemente o risco como a probabilidade de não atingirem um determinado nível de rentabilidade em suas aplicações (MAO, 1970; LANZILOTTI, 1958). Adicionalmente, Porter (1974) também aponta vantagens do uso da semivariância, relacionadas ao fato de ela apenas penalizar desvios negativos em relação ao retorno esperado e à consistência da abordagem com determinadas funções de utilidade. Vários outros trabalhos foram publicados a favor do uso da semivariância, como os de Quirk e Saposnik (1962) e Ang e Chua (1979).

A semivariância abaixo da média pode ser definida como:

$$SV_m = \frac{1}{k} \sum_{t=1}^k \text{Max}[0, (E - R_t)]^2 \quad (1)$$

onde  $k$  é o número de observações,  $E$  é o retorno esperado ou média dos retornos históricos e  $R_t$  é o retorno no período  $t$ .

A semivariância abaixo de um retorno-alvo é expressa como:

$$SV_{\tau} = \frac{1}{k} \sum_{t=1}^k \text{Max}[0, (\tau - R_t)]^2 \quad (2)$$

onde  $\tau$  é o alvo de rentabilidade.

Um marco representativo no desenvolvimento de medidas de risco assimétricas foi o desenvolvimento do LPM (*Lower Partial Moment*) por Bawa (1975) e por Fishburn (1977). O LPM é uma medida abrangente que tem como casos especiais a semivariância e a variância.

O LPM pode ser expresso como:

$$\text{LPM}(n, \tau) = \frac{1}{k} \sum_{t=1}^k \text{Max}[0, (\tau - R_t)]^n \quad (3)$$

onde  $n$  é a ordem do LPM.

Quando  $n = 0$ , o LPM é a probabilidade de o retorno ser abaixo do valor do alvo. Quando  $n = 1$ , é o desvio esperado de retornos abaixo do retorno-alvo, ou *target shortfall*. Quando  $n = 2$ , o LPM é a semivariância. Note-se que, quando o retorno-alvo tende ao infinito, o LPM de ordem 2 é a variância.

A diferença entre a abordagem de média-LPM e a de média-variância reside nas premissas sobre preferências do investidor e sobre as distribuições dos ativos. Para a utilização da variância como risco, assume-se distribuição normal dos ativos e investidores com comportamento descrito por uma função quadrática de utilidade. Em contrapartida, a abordagem do LPM pressupõe apenas algumas premissas básicas sobre o comportamento de investidores, como aversão ao risco e preferência assimétrica.

### 3. DOMINÂNCIA ESTOCÁSTICA E RISCO ASSIMÉTRICO

O conceito de dominância estocástica (HADAR e RUSSELL, 1969; HANOCH e LEVY, 1969; ROTHSCHILD e STIGLITZ, 1970; WHITMORE, 1970) surgiu como uma alternativa teórica robusta

para o problema de decisões sujeitas a risco, por não possuir premissas restritivas com relação às distribuições de retornos ou à função de utilidade de um investidor. A teoria de dominância estocástica estabelece apenas premissas gerais sobre as preferências dos investidores, como insaciabilidade e aversão ao risco. Não está no escopo deste artigo discutir em profundidade os conceitos de dominância estocástica, mas tão-somente a definição de dominância estocástica de segunda ordem. Referências adicionais sobre o tema podem ser obtidas em Levy (1992).

Considerando-se um investidor com função de utilidade monotônica crescente e côncava, uma opção de investimento  $F$ , representada por uma função de distribuição acumulada de retorno  $F(\cdot)$ , possui dominância de segunda ordem sobre uma opção  $G$ , representada por uma função de distribuição acumulada de retorno  $G(\cdot)$ , se e somente se:

$$\int_{-\infty}^X [G(r) - F(r)] dr \geq 0, \text{ para todos os valores de } X \quad (4)$$

Comparada à abordagem de média-variância, a abordagem de dominância estocástica diferencia-se por não ser paramétrica, isto é, utiliza toda a informação contida na distribuição dos retornos ao invés de apenas os 2 primeiros momentos da distribuição, por não ter nenhuma premissa acerca da distribuição dos retornos e possuir apenas premissas gerais e pouco restritivas com relação às funções de utilidade dos investidores.

Entretanto, a tratabilidade empírica da dominância estocástica é difícil. Uma das principais limitações de seu uso está no fato de utilizar a função de distribuição empírica assumindo que esta é um estimador consistente da função de distribuição verdadeira dos retornos. Para amostras pequenas, porém, a função de distribuição empírica é muito sensível a variações amostrais que comprometam a confiabilidade das aplicações de dominância estocástica.

Apesar de a utilização prática da dominância estocástica para alocação de ativos ser difícil, Bey (1979) mostrou que fronteiras eficientes segundo critérios de semivariância fornecem uma boa aproximação da fronteira eficiente obtida por

dominância estocástica. Porter (1974) estabeleceu uma relação teórica entre a abordagem de dominância estocástica e a de média-semivariância, concluindo que a fronteira eficiente obtida pela semivariância constituía parte da fronteira eficiente obtida pela dominância estocástica. De acordo com Nawrocki e Staples (1989), a dominância estocástica de segundo grau é equivalente à dominância segundo os LPM para todos os graus superiores a 1 e a dominância estocástica de terceiro grau é equivalente à dominância segundo os LPM para todos os graus superiores a 2.

Esses trabalhos apontam na direção de que fronteiras eficientes segundo o critério de risco assimétrico podem ser vistas também como aproximações da fronteira eficiente segundo a dominância estocástica. Isso significa também que fronteiras eficientes segundo o risco assimétrico são mais robustas que as obtidas segundo a média-variância no que diz respeito às premissas de distribuição dos retornos e de função de utilidade dos investidores. Essa afirmação é reforçada por Harlow (1991), que assegura que os benefícios das medidas de risco assimétrico são tanto maiores quanto mais longe da distribuição normal estiver a distribuição dos retornos.

#### 4. OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIO

O processo de otimização de portfólio na busca de uma carteira eficiente segue o mesmo objetivo em ambas as abordagens: para um determinado retorno esperado, encontrar a composição do portfólio que minimize o risco a ele associado. No contexto da média-variância, o problema de otimização é expresso em termos *ex post* por:

*Selecionar X para minimizar*

$$\text{VAR} = \frac{1}{k-1} \sum_{t=1}^k (E - R_t)^2 \quad (5)$$

Com as restrições  $(\sum_i x_i)_t = R_t$ ,  $(\sum_i x_i)_t = 1$  e  $x_i > 0$ , onde X é o vetor dos pesos dos ativos no portfólio e E é o retorno esperado.

No contexto de risco assimétrico, utilizando o LPM como medida de risco, temos o problema de otimização na seguinte forma:

*Selecionar X para minimizar*

$$\text{LPM}(n, \tau) = \frac{1}{k-1} \sum_{t=1}^k \text{Max}[0, (\tau - R_t)]^n \quad (6)$$

Com as restrições  $(\sum_i x_i)_t = R_t$ ,  $(\sum_i x_i)_t = 1$  e  $x_i > 0$ .

Em ambas as formulações acima não é considerada a possibilidade de venda a descoberto (*short sales*). Essa premissa também foi utilizada no desenvolvimento do trabalho empírico apresentado neste artigo.

#### 5. COMPARAÇÃO EMPÍRICA ENTRE A ABORDAGEM DE MÉDIA-VARIÂNCIA E A DE MÉDIA-LPM

Para a comparação entre as duas abordagens foi utilizada metodologia semelhante à empregada por Harlow (1991) ao estudar o problema de alocação internacional de ativos em um contexto de risco assimétrico. A base de dados empregada englobou retornos mensais de 24 ações, de janeiro de 1995 a março de 2001. As ações selecionadas foram todas as ações da Bovespa que tiveram cotação (foram negociadas) no último dia útil de todos os meses entre jan./1995 e mar./2001. A Tabela 1 lista as ações empregadas, bem como a média e o desvio-padrão de cada uma.

Tabela 1: Lista de ações utilizadas

Ação	Média Mensal dos Retornos	Desvio-padrão
Acesita PN	-0,91%	0,2102
Ambev PN	4,24%	0,1203
Bradesco ON	2,89%	0,1273
Bradesco PN	3,30%	0,1445
Brasil Telec PN	3,49%	0,1691
Cesp PN	3,47%	0,1956
Duratex PN	1,68%	0,1476
Eletronbras ON	2,13%	0,1557
Eletronbras PNB	2,41%	0,1551
Gerdau PN	3,38%	0,1716
Ipiranga Pet PN	1,80%	0,1352
Itaubanco PN	3,84%	0,1156
Itausa PN	3,13%	0,1216
Klabin PN	2,22%	0,2114
Petrobras Distrib PN	2,09%	0,1612
Petrobras ON	4,98%	0,2236

Fonte: o Autor.

### 5.1. Fronteiras eficientes

Para a determinação de cada fronteira eficiente nas abordagens de risco simétrico e assimétrico foram resolvidos 50 problemas de otimização não-linear, que utilizam a restrição de retorno esperado de 0,1% a 5,0% ao mês. Os problemas de otimização não-linear foram resolvidos com a utilização do *software* SAS. Como conceito de risco assimétrico, utilizou-se o LPM de ordem 2, que equivale à semivariância. Para permitir a comparação das abordagens, os resultados foram plotados em gráficos de retorno esperado X semivariância.

A Figura 1 apresenta a comparação entre as fronteiras eficientes com variância e semivariância abaixo da média. A Figura 2 apresenta a comparação das fronteiras eficientes com variância e semivariância abaixo de um alvo de retorno nulo. Em ambos os casos verifica-se que a fronteira de média variância se posiciona à direita da fronteira

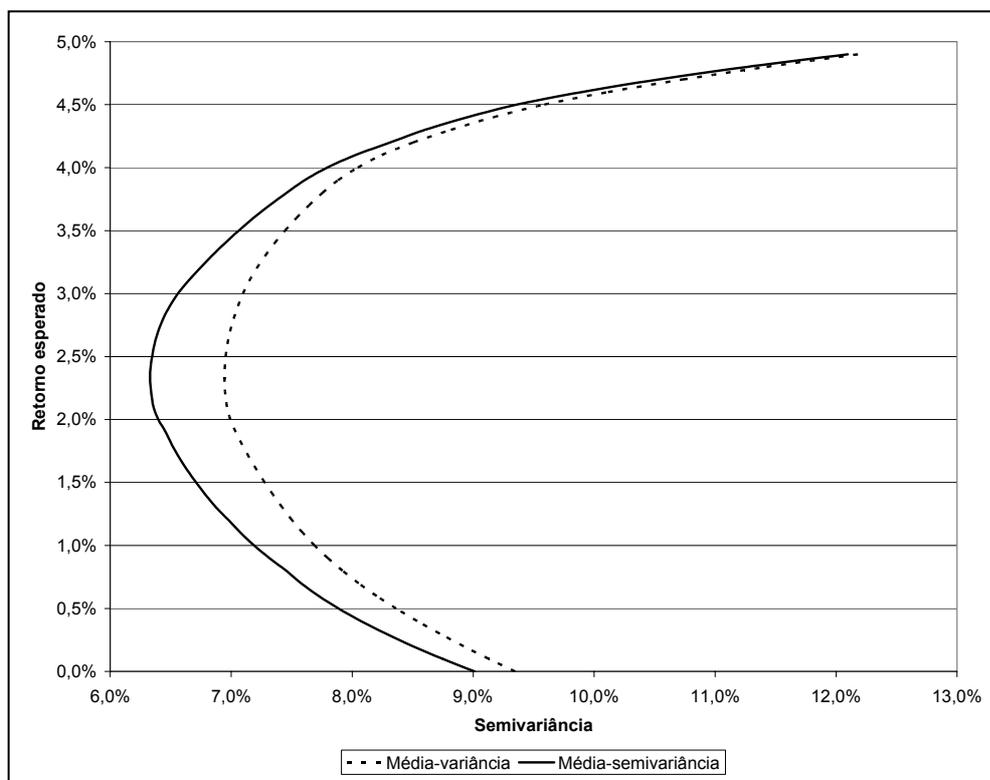
de média-semivariância. Desse modo, assumindo-se a premissa de que investidores possuem preferências assimétricas em relação ao risco e buscam evitar variações negativas da taxa de retorno que podem levar a perdas mas não variações positivas da taxa de retorno, verificou-se que a fronteira média-semivariância é mais eficiente. Isso pode ser constatado no fato de que, para um determinado nível de retorno, o portfólio obtido pela minimização da semivariância dos retornos apresenta um menor risco assimétrico que o portfólio obtido pela minimização da variância dos retornos.

Esse resultado já era esperado, mas é interessante observar a magnitude da diferença entre as duas fronteiras eficientes. Pode-se verificar nas Figuras 1 e 2 que a diferença entre as fronteiras superiores das duas curvas pode ultrapassar 1% de retorno. Exemplificando, um investidor que tenha utilizado a abordagem de média-variância para obter o menor risco para um retorno esperado de 2,8% ao mês

chegaria a um portfólio com uma semivariância abaixo da média de 7,0% e a uma semivariância abaixo do retorno nulo de 5,6%. Se considerarmos a abordagem de risco assimétrico para 6,4% de semivariância abaixo da média e 5,6% de semivariância abaixo do retorno nulo, seriam obtidos respectivamente portfólios com 3,5% e 3,7% de retorno esperado. Essa grande diferença revela a magnitude do viés que ocorre quando um investidor de preferências assimétricas em relação ao risco utiliza a abordagem de média-variância para definir os portfólios eficientes para

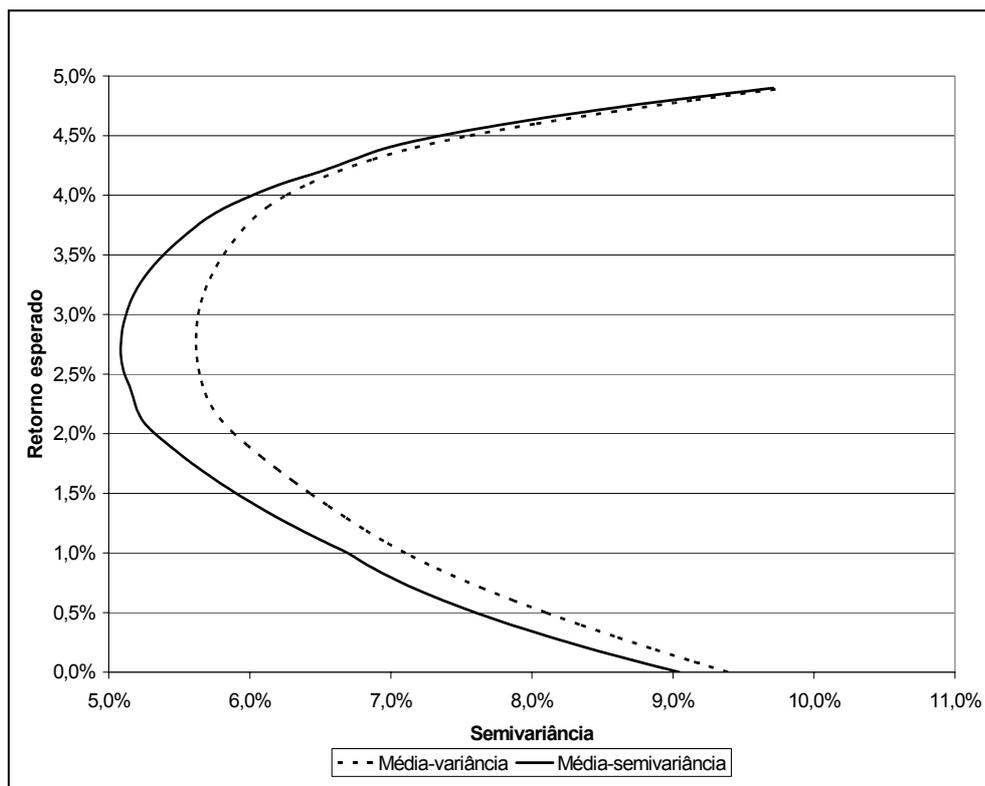
investimento. Para o mesmo risco assimétrico, o investidor poderia ter escolhido um portfólio com retorno 25% maior se considerarmos a semivariância abaixo da média e 32% maior se considerarmos a semivariância abaixo do retorno nulo. Nota-se, entretanto, que para retornos mais altos a diferença entre as duas fronteiras eficientes diminui. Isso revela que, para investidores que optem por portfólios de alto risco, o viés de um investidor de preferências assimétricas em relação ao risco utilizar a abordagem de média-variância tende a não ser significativo.

**Figura 1: Fronteiras eficientes com semivariância abaixo da média**



Fonte: o Autor.

Figura 2: Fronteiras Eficientes com semivariância abaixo do retorno nulo



Fonte: o Autor.

## 5.2. Comparação de estratégias de alocação de ativos

Para comparar a *performance ex post* de estratégias de alocação de ativos segundo as duas abordagens estudadas, foram simuladas estratégias de composição de portfólios pelas duas técnicas de otimização entre abril de 1999 e março de 2001. Para cada processo de otimização utilizaram-se todos os dados disponíveis anteriores ao período de simulação.

Realizaram-se simulações para 14 diferentes estratégias de investimento de minimização do risco para um determinado retorno esperado. Foram utilizados, como alvo de retornos esperados, de 1,7% a 3% ao mês.

Exemplificando, para a estratégia com alvo de retorno esperado de 3% foi determinada a composição do portfólio em abril de 1999 que minimizasse o risco para a restrição de retorno esperado igual a 3%. Nessa otimização utilizaram-se todos os dados dos períodos anteriores a abril de

1999. Para maio de 1999, o portfólio foi rebalanceado em razão de uma nova composição dada por uma nova otimização realizada com dados anteriores a esse mês. O processo foi repetido até março de 2001, envolvendo a resolução de mais de 1.000 problemas de otimização não-linear. Com essa metodologia, procurou-se simular a atuação de um gerente de carteira que rebalanceasse mensalmente seu portfólio tendo como alvo sempre a minimização do risco para um determinado valor de retorno esperado. Nas simulações de estratégias de minimização do risco assimétrico foi utilizada a semivariância abaixo do retorno nulo.

A Tabela 2 apresenta os resultados *ex post* para cada uma das 14 estratégias de alocação de ativos nas duas abordagens de risco. Diferentemente dos resultados obtidos por Harlow (1991), em apenas 4 das 14 estratégias a abordagem da semivariância foi superior à da variância. Entretanto, verifica-se que, em todos os casos, a semivariância abaixo do retorno nulo foi menor para a abordagem de risco assimétrico. Verifica-se também que o retorno

mínimo foi maior para a abordagem de risco assimétrico em todos os casos. Confirmou-se, assim, em termos *ex post*, que a abordagem de

alocação de ativos segundo a minimização da semivariância apresenta maior proteção em relação à perda.

**Tabela 2: Comparação de estratégias de alocação de ativos**

Estratégia	Semivariância				Variância			
	Retorno mensal	Desvio-padrão	$(LPM_2)^{1/2}$	Retorno mínimo	Retorno mensal	Desvio-padrão	$(LPM_2)^{1/2}$	Retorno mínimo
1	2,88%	7,89%	4,02%	-10,19%	3,86%	9,92%	4,59%	-15,73%
2	2,95%	7,77%	3,92%	-10,36%	3,80%	9,82%	4,60%	-15,91%
3	3,01%	7,68%	3,84%	-10,52%	3,76%	9,72%	4,59%	-16,09%
4	3,10%	7,57%	3,69%	-10,27%	3,71%	9,55%	4,49%	-15,68%
5	3,21%	7,49%	3,53%	-9,68%	3,67%	9,36%	4,35%	-15,17%
6	3,30%	7,48%	3,45%	-9,08%	3,63%	9,15%	4,20%	-14,82%
7	3,39%	7,53%	3,41%	-8,51%	3,59%	9,04%	4,13%	-14,68%
8	3,42%	7,56%	3,42%	-8,48%	3,56%	8,90%	4,05%	-14,52%
9	3,49%	7,50%	3,38%	-8,47%	3,54%	8,76%	3,98%	-14,34%
10	3,57%	7,43%	3,34%	-8,66%	3,48%	8,66%	3,93%	-14,16%
11	3,65%	7,38%	3,31%	-8,85%	3,45%	8,59%	3,89%	-13,98%
12	3,73%	7,35%	3,28%	-9,03%	3,43%	8,53%	3,88%	-13,81%
13	3,84%	7,38%	3,26%	-9,19%	3,41%	8,50%	3,89%	-13,63%
14	3,95%	7,44%	3,27%	-9,33%	3,40%	8,49%	3,91%	-13,45%

Fonte: o Autor.

A Tabela 3 apresenta para cada uma das 14 estratégias o percentual de períodos em que o retorno mensal da estratégia de semivariância supera o retorno da estratégia de média-variância quando este último é inferior a zero (alvo usado para a semivariância). Os resultados mostram que em 10 das 14 estratégias a maioria dos casos em que o retorno da estratégia de média-variância foi negativo o retorno da estratégia de risco assimétrico

foi superior. A última coluna apresenta o *p-value* relativo ao teste estatístico, para verificar se a proporção é superior a 50%. Analisadas isoladamente, apenas 3 estratégias apresentaram teste significativo ao nível de 5%. Entretanto, com as estratégias analisadas em conjunto, o nível de significância para rejeitar a hipótese nula de que a proporção  $p=50\%$  foi inferior a 1%.

**Tabela 3: Comparação de estratégias de alocação de ativos**

Estratégia	Proporção de períodos cujo retorno M-SV > retorno M-V quando retorno M-V < 0	<i>p-value</i>
1	60%	0,265
2	60%	0,265
3	60%	0,265
4	80%	0,031
5	80%	0,031

Estratégia	Proporção de períodos cujo retorno M-SV > retorno M-V quando retorno M-V < 0	p-value
6	80%	0,031
7	70%	0,104
8	70%	0,104
9	60%	0,265
10	50%	0,500
11	50%	0,500
12	50%	0,500
13	50%	0,500
14	60%	0,265
Total	63%	0,001

Fonte: o Autor.

O teste estatístico utiliza a seguinte estatística:

$$Z = \frac{x - np_0}{(np_0(1-p_0))^{1/2}} \quad (7)$$

onde n é o número de casos,  $p_0 = 0,5$ , e x o número de casos em que a abordagem da semivariância apresentou retornos superiores. As hipóteses nula e alternativa do teste são:

- $H_0$ : a proporção de períodos em que o retorno mensal da estratégia de semivariância supera o retorno da estratégia de média-variância quando este último é inferior a zero é igual a 50%.
- $H_1$ : a proporção de períodos em que o retorno mensal da estratégia de semivariância supera o retorno da estratégia de média-variância quando este último é inferior a zero é superior a 50%.

A hipótese nula é rejeitada a um nível de 5% se  $Z > 1,645$  e a um nível de 1% se  $Z > 2,33$ .

## 6. CONCLUSÕES

Resultados indicaram que, dada a premissa de preferências assimétricas do investidor em relação ao risco, a alocação de ativos no mercado acionário brasileiro de acordo com critérios de minimização do risco assimétrico é mais eficiente que a abordagem tradicional de Markowitz de média-variância. Simulações realizadas confirmam esse resultado, mostrando que realmente há uma maior proteção em relação ao risco assimétrico à esquerda

quando a semivariância é utilizada como conceito de risco utilizado para determinar a composição do portfólio eficiente.

Na medida em que o comportamento de investidores em relação ao risco se apresentar mais próximo do conceito assimétrico, a abordagem de alocação de ativos, buscando a minimização da semivariância, coloca-se em nível de superioridade em relação à abordagem de média-variância. Adicionalmente, a flexibilidade que o conceito de LPM introduz na modelagem do risco permite que gerentes de portfólios busquem um conceito de risco mais pertinente aos objetivos de seus investidores, pela escolha de ordem e alvo de retorno apropriados no cálculo do LPM, onde ordens superiores representam uma maior aversão ao risco.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANG, J. S.; CHUA, J. H. Composite Measures for the Evaluation of Investment Performance. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 14, n. 2, p. 361-384, 1979.
- BAWA, V. S. Optimal Rules for Ordering Uncertain Prospects. *Journal of Financial Economics*, v. 2, n. 1, p. 95-121, 1975.
- BEY, R. P. Estimating The Optimal Stochastic Dominant Efficient Set With a Mean-Semivariance

- Algorithm. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 14, n. 5, p. 1059-1070, 1979.
- COSTA, P. H. S.; BAIDYA, T. K. N. Propriedades estatísticas das séries de retornos das principais ações brasileiras. *Pesquisa Operacional*, v. 21, n. 1, p. 61-87, 2001.
- FISHBURN, P. C. Mean-Risk Analysis with Risk Associated With Below-Target Returns. *American Economic Review*, v. 67, n. 2, p. 116-126, 1977.
- HADAR, J.; RUSSELL, W. R. Rules for Ordering Uncertain Prospects. *American Economic Review*, n. 59, p. 25-34, 1969.
- HANOCH, G.; LEVY, H. The Efficiency Analysis of Choices Involving Risk. *Review of Economic Studies*, n. 36, p. 335-346, 1969.
- HARLOW, W. M. Asset Allocation in a Downside-Risk Framework. *Financial Analysis Journal*, n. 47, p. 28-40, 1991.
- LANZILOTTI, R. F. Pricing Objectives in Large Companies. *American Economic Review*, v. 48, p. 921-940, 1958.
- LEVY, H. Stochastic Dominance: Survey and Analysis. *Management Science*, v. 38, n. 4, p. 555-593, 1992.
- MAO, J. C. T. Models of Capital Budgeting, E-V Vs. E-S. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 5, n. 5, p. 47-62, 1970.
- MARKOWITZ, H. M. Portfólio Selection. *Journal of Finance*, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.
- \_\_\_\_\_. *Portfólio Selection*. 1. ed. New York: John Wiley & Sons, 1959.
- NAWROCKI, D. N. A Brief History of Downside Risk Measures. *Journal of Investing*, p. 9-25, Fall 1999.
- NAWROCKI, D.; STAPLES, K. A Customized LPM Risk Measure for Portfolio Analysis. *Applied Economics*, n. 21, p. 205-218, 1989.
- PORTER, R. B. Semivariance and Stochastic Dominance: a Comparison. *American Economic Review*, v. 64, n. 1, p. 200-204, 1974.
- QUIRK, J. P.; SAPOSNIK, R. Admissibility and Measurable Utility Functions. *Review of Economic Studies*, v. 29, n. 2, Feb. 1962.
- ROTHSCHILD, M.; STIGLITZ, J. E. Increasing Risk I: a Definition. *Journal of Economic Theory*, n. 2, p. 225-243, 1970.
- ROY, A. D. Safety First and the Holding of Assets. *Econometrica*, v. 20, n. 3, p. 431-449, 1952.
- SOARES, V. J. S. *Problemas na otimização de portfólios de ações e medidas de risco: análises com períodos simples e com processos estacionários*. Tese (Doutorado em Gestão). Porto: Universidade Portucalense, 2002.
- WHITMORE, G. A. Third-Degree Stochastic Dominance. *American Economic Review*, n. 60, p. 457-459, 1970.