

## RESUMO

Dentre as diversas metodologias de avaliação de empresas, a avaliação por fluxo de caixa descontado continua sendo a mais adotada na atualidade, tanto no meio acadêmico como no profissional. Embora essa metodologia seja considerada por diversos autores como a mais adequada para a avaliação de empresas no contexto atual, seu caráter projetivo remete a um componente de incerteza presente em todos os modelos baseados em expectativas futuras o risco de as premissas de projeção adotadas não se concretizarem. Uma das alternativas para a mensuração do risco inerente à avaliação de empresas pelo fluxo de caixa descontado consiste na incorporação da Simulação de Monte Carlo ao modelo de avaliação determinístico convencional, desenvolvendo-se assim um modelo estocástico que, como tal, permite uma análise estatística do risco. O objetivo deste trabalho foi avaliar a pertinência da utilização da técnica de Simulação de Monte Carlo na mensuração das incertezas inerentes à metodologia de avaliação de empresas pelo fluxo de caixa descontado, identificando-se se essa metodologia de simulação incrementa a acurácia da avaliação de empresas pelo fluxo de caixa descontado. Os resultados deste estudo comprovam a eficácia operacional da utilização da Simulação de Monte Carlo na avaliação de empresas pelo fluxo de caixa descontado, confirmando que a qualidade dos resultados obtidos por meio da adoção dessa metodologia de simulação apresentou uma relevante melhoria em relação aos resultados obtidos por meio da utilização do modelo determinístico de avaliação.

**Palavras-chave:** Avaliação de empresas, Simulação de Monte Carlo, Fluxo de Caixa Descontado, Risco.

## MONTE CARLO SIMULATION AND VALUATION: A STOCHASTIC APPROACH

### ABSTRACT

*Among the various business valuation methodologies, the discounted cash flow is still the most adopted nowadays on both academic and professional environment. Although many authors support that methodology as the most adequate one for business valuation, its projective feature implies in an uncertainty issue presents in all financial models based on future expectations, the risk that the projected assumptions does not occur. One of the alternatives to measure the risk inherent to the discounted cash flow valuation is to add Monte Carlo Simulation to the deterministic business valuation model in order to create a stochastic model, which can perform a statistic analysis of risk. The objective of this work was to evaluate the pertinence regarding the Monte Carlo Simulation adoption to measure the uncertainty inherent to the business valuation using discounted cash flow, identifying whether the Monte Carlo simulation enhance the accuracy of this asset pricing methodology. The results of this work assures the operational efficacy of discounted cash flow business valuation using Monte Carlo Simulation, confirming that the adoption of that methodology allows a relevant enhancement of the results in comparison with those obtained by using the deterministic business valuation model.*

**Keywords:** Valuation, Monte Carlo Simulation, Discounted Cash Flow, Risk.

---

## 1. INTRODUÇÃO

A formação de preço dos ativos financeiros está relacionada com a capacidade de geração de fluxo de caixa dentro da atividade econômica real. Assim, os ativos financeiros devem refletir os resultados operacionais e financeiros das empresas inseridas na economia real.

Embora reconhecidamente eficiente, o caráter projetivo da metodologia de fluxo de caixa descontado implica uma série de incertezas. A análise dos riscos inerentes às variáveis que compõem essa ferramenta vem sendo objeto de alguns estudos formais, conforme aponta Buratto (2005). Esses estudos sugerem a utilização de ferramentas estocásticas complementares para a análise e mensuração dos riscos inerentes ao modelo de avaliação pelo fluxo de caixa descontado. Tais ferramentas incorporam ao modelo o risco de que cada uma das variáveis estimadas assumam um valor diferente do planejado.

Uma alternativa para a mensuração de riscos associados a modelos projetivos como o de fluxo de caixa descontado é a utilização da Simulação de Monte Carlo (SMC), que é definida por Andrade (1998) como um processo que opera modelos estocásticos e que lida experimentalmente com as variáveis descritas.

Desse modo, um modelo financeiro projetivo que utilize SMC converter-se-ia, de um modelo determinístico, que não incorpora nenhum elemento probabilístico, em um estocástico, que incorpora componentes probabilísticos essenciais para a tomada de decisão em ambientes de incerteza.

O trabalho objetiva avaliar a pertinência da utilização da técnica de Simulação de Monte Carlo na mensuração das incertezas inerentes à

metodologia de avaliação de empresas pelo fluxo de caixa descontado, a fim de verificar se a Simulação de Monte Carlo incrementa a acurácia dessa metodologia de apuração de ativos, em particular da Copasa S.A., e possibilitar uma melhoria na qualidade dos resultados em relação àqueles obtidos por meio da utilização do modelo determinístico de avaliação.

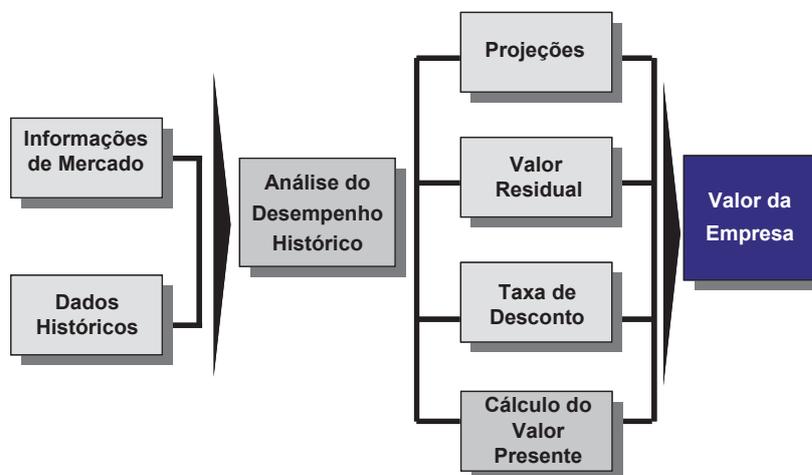
Para a aplicação da metodologia, foram utilizadas informações contábeis e financeiras da Companhia de Saneamento de Minas Gerais S.A. – Copasa, disponíveis na área de relação com investidores, no *site* da empresa. Inicialmente, desenvolveu-se um modelo de avaliação convencional e determinístico para a empresa. Posteriormente, incorporaram ao modelo convencional os fatores de risco a serem sensibilizados e, finalmente, conduziu-se a integração da Simulação de Monte Carlo ao modelo convencional, obtendo-se assim uma abordagem estocástica para a avaliação da empresa objeto do estudo.

## 2. AVALIAÇÃO DE EMPRESAS

### 2.1. Avaliação de Empresas pelo fluxo de caixa descontado

A avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado (FCD) pode ser dividida em cinco etapas, conforme ilustram Copeland, Koller e Murrin (2000): análise do desempenho histórico, projeção do desempenho futuro, estimativa do valor residual, estimativa de custo médio ponderado de capital e cálculos dos fluxos de caixa à data atual. A Figura 1 resume a esquemática do modelo determinístico de avaliação de empresas pelo FVD.

Figura 1: Esquemática do modelo determinístico de avaliação de empresas por fluxo de caixa descontado



Fonte: Elaboração Própria.

A **análise do desempenho histórico** consiste na análise dos dados históricos da empresa à luz das informações de mercado. A observação dos dados históricos deverá ser realizada pela análise vertical e horizontal das contas patrimoniais e de resultado.

De acordo com Stickney, Brown e Wahlen (2004), a análise vertical consiste na apresentação de todos os itens das demonstrações contábeis da empresa como um percentual com uma base comum. O ativo total é normalmente utilizado como a base comum do balanço patrimonial e a receita líquida das demonstrações de resultado.

Por sua vez, a análise horizontal consiste na análise do crescimento histórico das contas patrimoniais e de resultado. Ainda segundo os autores, as análises vertical e horizontal das demonstrações históricas são bastante úteis para ilustrar a magnitude das mudanças nas demonstrações financeiras ao longo do tempo.

A segunda etapa do processo de avaliação pelo fluxo de caixa descontado é a **projeção do desempenho futuro** da empresa e, conseqüentemente, de seu fluxo de caixa projetado.

Uma vez finalizada a etapa de projeções, deve-se calcular o **valor residual** da empresa, visto que os fluxos de caixa não podem ser projetados para sempre, e, após o período de projeções explícitas, deve-se adotar a premissa de que as empresas têm vida infinita.

Com a projeção do fluxo de caixa da empresa e do cálculo do valor residual, deve-se descontar esses fluxos futuros a valor presente, para se chegar ao valor do empreendimento.

Conforme ilustram Minardi e Saito (2007), o desconto dos fluxos de caixa da empresa deve ser realizado pelo custo médio ponderado de capital, que corresponde à média ponderada da remuneração exigida pelos provedores de capital da empresa, acionistas e credores, e que considera o efeito fiscal da dívida.

A última etapa da metodologia de avaliação de empresas pelo fluxo de caixa descontado consiste no **cálculo dos fluxos de caixa a valor presente**. Segundo Correia Neto (2006), tanto os fluxos de caixa do período de projeção como a perpetuidade devem ser descontados a valor presente pelo Custo Médio Ponderado de Capital.

A soma do valor presente dos fluxos de caixa e da perpetuidade é chamada de valor da empresa. Segundo Damodaran (2002) para se chegar ao valor das ações, deve-se subtrair a dívida e adicionar as disponibilidades ao valor da empresa, obtendo-se assim o valor patrimonial. Finalmente, o valor patrimonial deve ser dividido pelo número de ações.

## 2.2. Modelagem e Simulação de Monte Carlo

Segundo Souza (2004), a Simulação de Monte Carlo (SMC) é um método de simulação

estatística que, como tal, pode ser definido como uma metodologia que utiliza uma sequência de números randômicos para gerar uma simulação.

David Hertz foi o primeiro autor a ilustrar a aplicabilidade da Simulação de Monte Carlo à teoria financeira, em seu artigo *Risk Analysis in Capital Investment*, publicado em 1964. Nesse artigo, Hertz sugeriu a utilização da Simulação de Monte Carlo na análise de projetos como forma de mensurar os riscos inerentes a cada variável. Atualmente, a metodologia possui uma extensa aplicabilidade prática nas finanças.

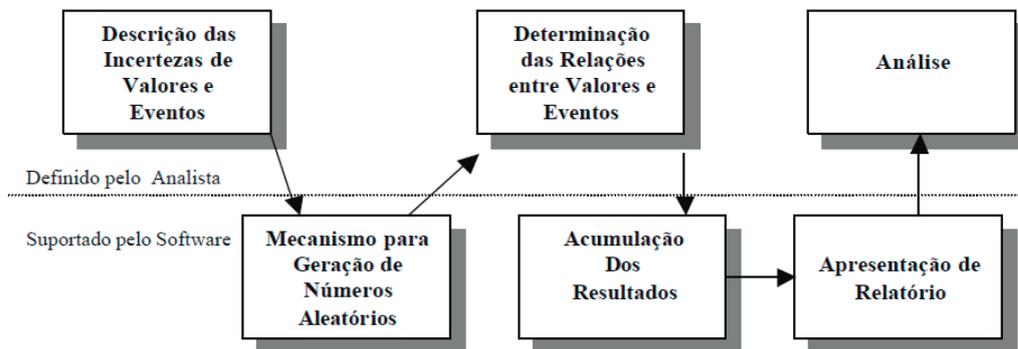
De acordo com Evans e Olson (1998), a correta identificação das distribuições de probabilidade dos dados de entrada é fundamental no processo de simulação. Para tal, utilizam-se análises empíricas e históricas dos dados, para então adequá-los à distribuição ou selecionar a

distribuição e adequar seus parâmetros em caso de indisponibilidade de dados.

Diante do exposto, Law e Kelton (2000) defendem que, para a correta implementação do modelo de SMC, é necessário escolher um algoritmo que forneça uma série de números que pareçam ser aleatórios, que pareçam ser uniformemente distribuídos entre 0 e 1 e que não possuam correlação. Buratto (2005) finaliza afirmando que, antes da execução da simulação, deve-se verificar se o gerador de números aleatórios usado satisfaz as propriedades acima, o que pode ser feito por meio de testes ou de referências que deem suporte à sua utilização.

Uma vez entendidos os conceitos matemáticos e estatísticos que suportam a SMC, faz-se necessário entender sua esquemática, que é ilustrada por Grey (1995) na Figura 2:

**Figura 2: Esquemática da Simulação de Monte Carlo**

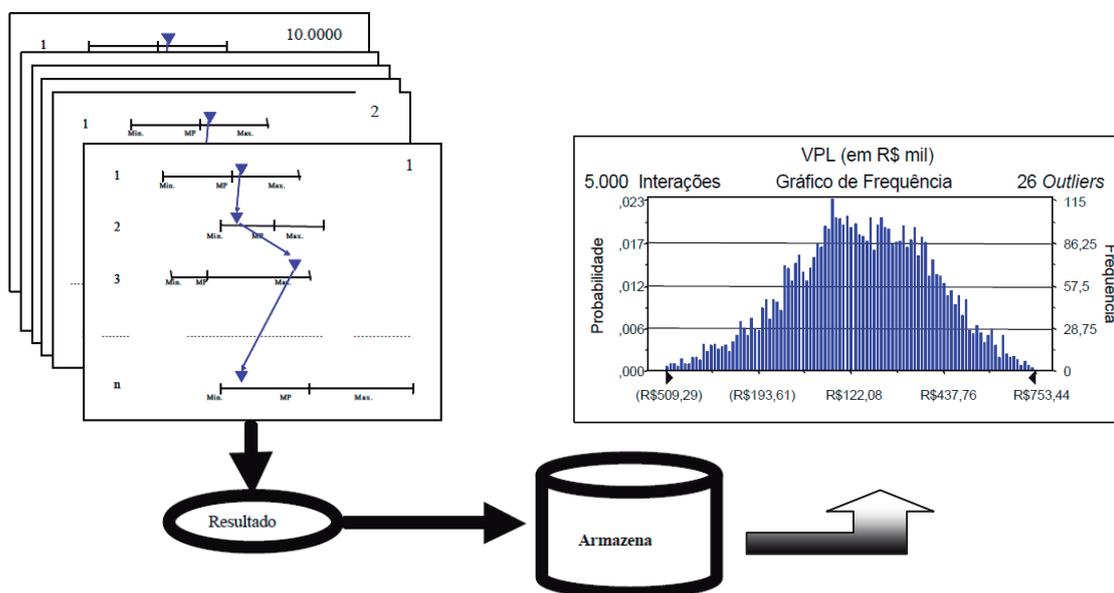


Fonte: Grey (1995).

Grey (1995) mostra que, partindo-se da construção do conjunto de distribuições de frequência e da definição de suas inter-relações, é possível, utilizando-se *softwares* apropriados, realizar milhares de interações e armazenar os

resultados dessas interações, criando-se assim uma distribuição de frequência dos resultados obtidos para as variáveis definidas como de saída, conforme ilustrado nas figuras abaixo:

Figura 3 – O processo da Simulação de Monte Carlo e a distribuição de frequência tendo como variável de saída o Valor Presente Líquido

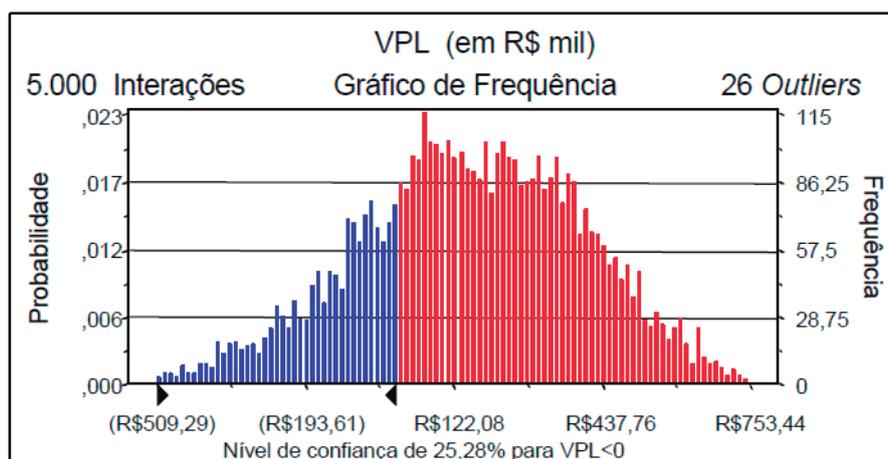


Fonte: Grey (1995).

Segundo Souza (2004), partindo-se da distribuição de frequência da variável de saída pode-se medir a área de interesse desta distribuição. Como exemplo, o autor apresenta

uma análise que ilustra a distribuição do Valor Presente Líquido – VPL negativo, conforme ilustrado na Figura 4.

Figura 4: Análise da Distribuição de frequência da variável de saída – VPL .  $P(VPL < 0)$



Fonte: Souza (2004).

Em virtude do requinte técnico inerente ao modelo e das limitações dos modelos de análise de risco convencionais e determinísticos, Correia Neto, Moura e Forte (2002) defendem que a

Simulação de Monte Carlo é o método mais completo de mensuração de risco dos fluxos de caixa da empresa, pois é mais dinâmico nas análises das volatilidades dos fluxos e capta de

maneira mais eficiente o relacionamento entre as variáveis que compõem o fluxo de caixa da empresa.

### 2.3. Evidências Empíricas

Souza (2004) e Buratto (2005), em suas dissertações de mestrado, aplicam a Simulação de Monte Carlo à análise de crédito. Enquanto o primeiro avalia a utilização de simulações de Monte Carlo na análise de crédito para a concessão de financiamentos de longo prazo da Desenharia, o segundo utiliza a ferramenta para analisar o principal indicador de análise de crédito do Banco Regional de Desenvolvimento do Rio Grande do Sul.

Por sua vez, autores como Bruni, Famá e Siqueira (1998) e Cardoso e Amaral (2000) desenvolveram estudos focados na utilização da Simulação de Monte Carlo para a avaliação de projetos, enquanto outros como Corrar (1993) e Correia Neto (2006) analisaram o desempenho da ferramenta na avaliação de empresas.

Um problema com a SMC levantado por Nawrocki (2001) e por outros autores, como Myers (1976), é a grande dificuldade de estabelecer distribuições de frequência das variáveis, bem como as correlações seriais e entre-variáveis.

Sobre o tema, Grey (1995) recomenda a utilização das probabilidades subjetivas. O autor, Clemen e Reilly (2001) e Curry (2002) sugerem que é possível representar qualquer situação por meio de distribuições uniformes ou triangulares, na ausência de série de dados.

Corroborando a sugestão acima, Savage (1996) afirma que é possível modelar qualquer distribuição como triangular especificando os valores mínimo, máximo e mais provável. Isso gera uma melhora significativa quando há falta de informação empírica.

## 3. METODOLOGIA

Segue ilustração da sequência adotada neste estudo para a construção do modelo estocástico utilizando-se a Simulação de Monte Carlo.

**Figura 5: Sequência adotada para a construção do Modelo Estocástico utilizando SMC**



A metodologia necessária para desenvolver a sequência acima descrita está ilustrada neste capítulo e pode ser dividida em duas grandes etapas. A primeira delas dedica-se à construção do modelo determinístico de avaliação de empresas pelo fluxo de caixa descontado.

Já a segunda consiste na identificação das incertezas do modelo determinístico desenvolvido, para, então, realizar-se uma análise estocástica de cenários utilizando-se a Simulação de Monte Carlo – considera assim o risco de as premissas adotadas atingirem valores diferentes daqueles projetados no modelo determinístico. Antes de apresentar tais etapas, é necessário apresentar a empresa foco do estudo.

### 3.1. Empresa Objeto do Estudo

O modelo de avaliação desenvolvido neste estudo baseou-se nas demonstrações contábeis e financeiras auditadas dos últimos quatro anos da Copasa – Companhia de Saneamento de Minas Gerais S.A., disponíveis no *site* da empresa, na área de relação com investidores ([www.copasa.com.br](http://www.copasa.com.br)).

A Copasa é a segunda maior empresa estadual de saneamento no Brasil, considerando-se a receita líquida e tomando-se por base os balanços referentes ao exercício de 2007 publicados pelas dez maiores empresas do setor de saneamento no Brasil, e a quarta maior em rentabilidade, considerando-se a pesquisa do jornal *Valor Econômico* de agosto de 2008, que define o

tamanho das companhias avaliando o lucro por patrimônio líquido.

As principais atividades da Companhia compreendem serviços públicos de abastecimento de água e esgotamento sanitário, incluindo planejamento, elaboração de projetos, execução, ampliação, remodelagem e exploração de serviços de saneamento.

Em relação ao desempenho econômico financeiro, a Companhia obteve bons indicadores em 2007. A receita líquida, que foi de R\$1,1 bilhão em 2003, atingiu R\$1,9 bilhão em 2007; o Ebitda, que foi de R\$400 milhões em 2003, passou para R\$666 milhões em 2007, ou R\$763 milhões quando ajustado por despesas não recorrentes; e o lucro que foi de R\$94,1 milhões em 2003 alcançou R\$329,3 milhões em 2007. No ano de 2008, a receita operacional líquida foi de R\$2,060 bilhões, o Ebitda ajustado foi de R\$828 milhões e o lucro líquido foi de R\$407 milhões.

Em dezembro de 2008, a Copasa possuía concessões para prestação de serviços de abastecimento de água a 611 municípios, atendendo a aproximadamente 12,4 milhões de clientes, e concessões para prestação de serviços de esgotamento sanitário a 192 municípios, atendendo a aproximadamente 6,7 milhões de clientes.

### 3.2. Implementação do Modelo de Avaliação Determinístico

A primeira etapa desenvolvida para a construção do modelo determinístico de avaliação consistiu na análise do desempenho histórico da empresa, para o entendimento do comportamento histórico dos principais direcionadores de receita, bem como das contas patrimoniais e de resultado da Companhia. Foram analisadas as demonstrações anuais e trimestrais de 2005 a 2008.

Os direcionadores de receita considerados foram a população da área atendida, o nível de cobertura de água e esgoto, o volume médio de consumo, a quantidade de pessoas por ligação e as tarifas dos serviços

Uma vez finalizada a análise do desempenho histórico, procedeu-se à projeção do desempenho futuro da empresa sob o enfoque operacional; o

resultado não operacional, incluindo o resultado financeiro, foi avaliado à parte.

A projeção do desempenho futuro dos fluxos de caixa considera as variáveis que influenciam a operação da empresa e a projeção dos resultados esperados. A identificação dos direcionadores de valor do negócio baseou-se na análise das demonstrações históricas e em variáveis macroeconômicas que consideram o ambiente econômico, social e político no qual a empresa está inserida. As seguintes premissas foram utilizadas:

As projeções foram expressas em moeda de poder aquisitivo constante, ou seja, a inflação não é incorporada nas projeções de receitas e despesas;

A data-base da avaliação foi dia 31 de dezembro de 2008;

Adotou-se um único cenário projetivo, que considerou as operações futuras da empresa e suas perspectivas;

Os fluxos de caixa foram projetados anualmente de 2009 a 2013;

Utilizou-se o modelo *Debt Free*, ou seja, as projeções não consideraram o endividamento no fluxo de caixa da empresa.

O imposto de Renda e a Contribuição Social sobre o Lucro foram projetados de acordo com a legislação em vigor na data-base da avaliação;

A taxa de depreciação dos ativos atuais e dos novos investimentos foi de 5,9%, o que equivaleu à taxa média dos últimos 2 anos.

Segundo Stickney, Brown e Wahlen (2004), em uma empresa em que as receitas e os custos venham crescendo a taxas relativamente constantes ao longo do tempo, e se não existir nenhuma indicação de que fatores econômicos, fatores específicos da indústria ou da empresa irão se modificar drasticamente, as taxas de crescimento históricas podem ser um bom indicador das taxas futuras.

Para o valor residual da empresa, assumiu-se que os fluxos de caixa, após o quinto ano de projeção, irão crescer a uma taxa constante perpétua. A taxa de crescimento adotada para a

---

perpetuidade foi de 3% ao ano, considerada adequada para uma empresa em estágio de maturidade.

O passo seguinte ao cálculo dos fluxos de caixa projetados e do valor residual consistiu na definição da taxa de desconto pela qual os fluxos futuros e o valor residual foram descontados. A taxa de desconto utilizada foi o custo médio ponderado de capital.

Para o cálculo do custo do capital próprio da empresa foram utilizados dados históricos da economia norte-americana, disponíveis no *site* de informações financeiras Bloomberg. Adicionalmente, foram utilizadas informações de longa maturidade coerentes com a perpetuidade assumida por este modelo de avaliação e representativas do comportamento esperado do mercado de referência no longo prazo.

Seguem abaixo as premissas adotadas para o cálculo do custo de capital próprio:

Taxa livre de risco: 5,16% ao ano – média aritmética do retorno histórico do título do governo americano - T-bond de janeiro de 2000 a dezembro de 2008;

Retorno esperado da carteira de mercado: 7,10% ao ano – média aritmética do retorno histórico da bolsa de Nova York – NYSE, de 1926 à 2008;

Risco Brasil: 2,18% ao ano - média aritmética dos últimos 36 meses do Risco Brasil, calculada pela diferença entre as taxas de retorno dos títulos de longo prazo C-Bond brasileiro e T-Bond americano;

Risco específico a critério do avaliador: 3,5% ao ano – risco político envolvendo o controle estatal da empresa;

Beta desalavancado: 0,59 – beta desalavancado do setor de utilidades, cuja fonte foi o *site* de informações financeiras de Aswath Damodaran.

Para o cálculo do custo de capital de terceiros, por sua vez, considerou-se o custo médio nominal ponderado de todas as fontes de financiamento da empresa.

A última etapa do modelo determinístico de avaliação de empresas pelo fluxo de caixa

descontado desenvolvido neste estudo consistiu no desconto a valor presente dos fluxos de caixa e do valor residual da empresa objeto da avaliação.

### 3.3. Implementação do Modelo de Avaliação Estocástico

Tomando-se como base Buratto (2005) e considerando-se o modelo determinístico, pôde-se iniciar a definição das variáveis de entrada do modelo estocástico desenvolvido neste estudo.

Conforme ilustrado por Buratto (2005), a variável de entrada Receita Bruta pode ser representada por subcomponentes, o que foi adotado por este estudo, que considerou a utilização de direcionadores de receita como variáveis de entrada, pois estas são as variáveis que realmente influenciam na quantidade e, conseqüentemente, na receita em um modelo de preços constantes.

O estudo citado, e outros, não utilizaram uma métrica objetiva para definir quais variáveis do modelo determinístico serão utilizados como variáveis de entrada do modelo estocástico, diferentemente deste trabalho, que adotou uma premissa quantitativa para suportar a decisão sobre quais serão as variáveis de entrada do modelo. Para tal, além de considerar-se a relevância da sensibilização de cada possível variável de entrada para a consistência interna do modelo e para o resultado da variável de interesse, utilizou-se o coeficiente de variação como métrica quantitativa.

Embora segundo Levine, Berenson e Stephan (2005) a definição sobre se um determinado coeficiente de variação representa uma dispersão pequena, média ou grande seja complexa e dependa da aplicação dos dados analisados, considerou-se para este estudo que variáveis cujos coeficientes de variação fossem menores que 10% possuiriam uma dispersão aceitável para que se utilizasse o valor médio como premissa, portanto não necessitariam ser sensibilizadas. Logo, só foram consideradas variáveis de entrada do modelo estocástico aquelas variáveis cujos coeficientes de variação superaram o patamar de 10%.

O tratamento dado aos custos e despesas variáveis consistiu na análise das variações históricas do percentual de cada um sobre a

receita líquida, replicando-se a metodologia adotada no estudo de Bruni, Famá e Siqueira (1998). Dessa forma, avaliou-se os percentuais dos custos e despesas sobre a receita bruta possuíam grande dispersão. Já o tratamento adotado custos e despesas considerados fixos implicou verificar a relevância de cada item para o modelo de avaliação estocástico, bem como calcular a variação histórica de cada custo e despesa.

Para os demais componentes do fluxo de caixa da empresa, ou seja, volume de investimentos, necessidade de capital de giro, taxa de depreciação e de imposto de renda e contribuição social, as premissas adotadas para o modelo determinístico foram replicadas para o modelo estocástico.

Concluída a definição das variáveis de entrada, a próxima atividade da etapa de desenvolvimento conceitual do modelo consistiu na definição da variável de saída.

O modelo de avaliação de empresas por meio da SMC, objeto deste estudo, adotou o preço por ação e não o valor presente líquido como variável de interesse. Esse procedimento objetivou aproximar a metodologia científica da Simulação à métrica de preço por ação adotada pelo mercado financeiro, contribuindo assim para o entendimento das vantagens da utilização da SMC no meio profissional.

A adoção do preço por ação como variável de saída da SMC permitiu também a construção de uma distribuição de probabilidade do preço justo da ação originado dos diversos cenários possíveis, respondendo-se assim a diversas questões, como por exemplo, a probabilidade da ação que está sendo negociada abaixo de seu valor justo e o preço ideal de compra e de venda de uma ação com um determinado grau de confiabilidade.

Partindo-se da afirmação acima e tomando-se como base as demonstrações históricas da

empresa, foram construídas séries históricas de cada uma das variáveis de entrada. A construção dessas séries teve como objetivo testar o ajuste da série de dados às distribuições normal, lognormal, triangular, uniforme, exponencial, logística e Pareto. Para o teste de ajuste foi utilizado o *software* de simulação Crystal Ball® da Oracle e tomaram-se como base os critérios de Kolmogorov-Smirnoff, Qui-quadrado e Anderson-Darling.

O *software* utilizado para a execução das simulações, terceira etapa da construção do modelo, foi o Crystal Ball® da Oracle, que funciona como um suplemento do Microsoft Excel®. Definiu-se que o número de simulações a serem realizadas seria de 10.000, número este que, segundo Souza (2004), é grande o suficiente para permitir que os resultados (média e desvio-padrão das variáveis de saída) se estabilizem e que se obtenham gráficos com uma maior densidade de pontos.

A última etapa objeto deste estudo foi a realização das simulações com base no desenho de experimento, para que se pudesse obter o conjunto de informações especificado e, assim, realizar a análise dos resultados.

## 4. RESULTADOS

### 4.1. Modelo de Avaliação Determinístico

A Tabela 1 ilustra o desempenho histórico dos direcionadores de receita utilizados neste trabalho para avaliar o **Desempenho Histórico** da Copasa.

Partindo-se das premissas de Stickney, Brown e Wahlen (2004) e considerando-se a característica do modelo de negócio da empresa, ou seja, um monopólio, realizaram-se as **projeções** dos direcionadores de receita com base no desempenho histórico, conforme a Tabela 1.

**Tabela 1: Desempenho Histórico dos Direcionadores de Receita**

	Desempenho Histórico Direcionadores Receita				Média/ premissa
	2005	2006	2007	2008	
<b>Operação - Água</b>					
<b>População da área atendida</b>	<b>11.398.158</b>	<b>11.782.533</b>	<b>12.258.824</b>	<b>12.655.102</b>	
<i>Cresc. da pop. das concessões de água</i>		3,4%	4,0%	3,2%	3,18%
População atendida - água	11.136.000	11.508.000	11.983.000	12.402.000	
<b>Nível de cobertura de água</b>	<b>97,7%</b>	<b>97,7%</b>	<b>97,8%</b>	<b>98,0%</b>	97,78%
<b>Pessoas/ligação (água)</b>	<b>3,80</b>	<b>3,79</b>	<b>3,78</b>	<b>3,78</b>	3,79
Ligações água	2.928.091	3.036.041	3.174.254	3.278.101	
<i>Cresc. no número de ligações (%)</i>	0%	3,7%	4,6%	3,3%	
<b>Volume/ligação (m3/ano) - água</b>	<b>210,9</b>	<b>189,6</b>	<b>185,8</b>	<b>181,4</b>	194,56
Volume vendido de água (1000 x m3)	617.600	575.671	589.718	594.644	
<i>Crescimento do volume vendido em m3</i>		-6,8%	2,4%	0,8%	
<b>Tarifa água (R\$/m3)</b>	<b>1,83</b>	<b>2,30</b>	<b>2,64</b>	<b>2,92</b>	2,92
<b>Receita Bruta com água</b>	<b>1.133.166</b>	<b>1.323.966</b>	<b>1.559.249</b>	<b>1.734.441</b>	
<b>Operação - Esgoto</b>					
<b>População da área atendida</b>	<b>6.769.976</b>	<b>7.088.995</b>	<b>7.615.563</b>	<b>8.282.717</b>	
<i>Cresc. da pop. das concessões de esgoto</i>		4,7%	7,4%	8,8%	5,94%
População atendida - esgoto	5.592.000	5.791.000	6.244.000	6.791.000	
<b>Nível de cobertura de esgoto</b>	<b>82,6%</b>	<b>81,7%</b>	<b>82,0%</b>	<b>82,0%</b>	82,23%
<b>Pessoas/ligação (esgoto)</b>	<b>4,20</b>	<b>4,16</b>	<b>4,11</b>	<b>4,07</b>	4,15
Ligações de esgoto	1.330.000	1.392.232	1.519.146	1.667.647	
<i>Cresc. no número de ligações (%)</i>		4,7%	9,1%	9,8%	
<b>Volume/ligação (m3/ano) - esgoto</b>	<b>239,7</b>	<b>218,3</b>	<b>209,1</b>	<b>195,7</b>	221,6
Volume vendido de esgoto (1000 x m3)	318.856	303.869	317.726	326.406	
<i>Crescimento do volume vendido em m3</i>		-4,7%	4,6%	2,7%	
<b>Tarifa esgoto (R\$/m3) - coleta + trat.</b>	<b>1,58</b>	<b>1,78</b>	<b>1,63</b>	<b>1,71</b>	1,71
% tarifa de esgoto / água	86,2%	77,4%	61,6%	58,5%	
<b>Receita Bruta com esgoto</b>	<b>504.466</b>	<b>541.071</b>	<b>517.584</b>	<b>556.620</b>	
<b>Número de Ligações (água + esgoto)</b>	<b>4.258.091</b>	<b>4.428.273</b>	<b>4.693.400</b>	<b>4.945.748</b>	
<b>Receita Bruta Total</b>	<b>1.637.632</b>	<b>1.865.037</b>	<b>2.076.833</b>	<b>2.291.061</b>	

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 2: Análise Vertical e Horizontal das Contas de Resultado

Dem. do Res. R\$ (mil)	2005		2006		2007		2008		Média
<b>Receita Bruta</b>	<b>1.637.632</b>		<b>1.865.037</b>		<b>2.076.833</b>		<b>2.291.061</b>		
<i>% Cresc.</i>			<i>13,9%</i>		<i>11,4%</i>		<i>10,3%</i>		
Serviços de água	1.133.166	77%	1.323.966	79%	1.559.249	84%	1.734.441	84%	80,9%
Serviços de Esgoto	504.466	34%	541.071	32%	517.584	28%	556.620	27%	30,3%
<b>Deduções de receita</b>	<b>(161.054)</b>	<b>-11%</b>	<b>(183.125)</b>	<b>-11%</b>	<b>(213.357)</b>	<b>-11%</b>	<b>(236.746)</b>	<b>-12%</b>	<b>-11,2%</b>
<b>Receita Líquida (%RL)</b>	<b>1.476.578</b>	<b>100%</b>	<b>1.681.912</b>	<b>100%</b>	<b>1.863.476</b>	<b>100%</b>	<b>2.054.315</b>	<b>100%</b>	
CSP	(505.501)	-34%	(571.456)	-34%	(687.359)	-37%	(754.593)	-37%	-35,5%
Depreciação	(206.199)	-14%	(199.457)	-12%	(198.768)	-11%	(227.285)	-11%	-11,9%
<b>Lucro Bruto</b>	<b>764.878</b>	<b>52%</b>	<b>910.999</b>	<b>54%</b>	<b>977.349</b>	<b>52%</b>	<b>1.072.437</b>	<b>52%</b>	<b>52,7%</b>
<i>% Cresc.</i>			<i>19,1%</i>		<i>7,3%</i>		<i>9,7%</i>		
Despesas Com Vendas	(134.318)	-9%	(140.286)	-8%	(110.665)	-6%	(151.110)	-7%	-7,7%
<i>% Cresc.</i>			<i>4,4%</i>		<i>-21,1%</i>		<i>36,5%</i>		
Despesas Oper. e Adm.	(264.639)	-18%	(301.194)	-18%	(272.765)	-15%	(289.878)	-14%	-16,1%
<i>% Cresc.</i>			<i>13,8%</i>		<i>-9,4%</i>		<i>6,3%</i>		
Outro res. operacional	14.381	1%	(12.632)	-1%	(126.475)	-7%	(30.704)	-1%	-2,0%
<b>EBIT</b>	<b>380.302</b>	<b>26%</b>	<b>456.887</b>	<b>27%</b>	<b>467.444</b>	<b>25%</b>	<b>600.746</b>	<b>29%</b>	<b>26,8%</b>
<i>% Cresc.</i>			<i>20,1%</i>		<i>2,3%</i>		<i>28,5%</i>		
Receita/Despesa Fin.	(157.250)	-11%	(24.435)	-1%	(30.797)	-2%	(74.315)	-4%	-4,3%
Equivalência Patrimonial		0%		0%		0%	(18.424)	-1%	-0,2%
<b>Lucro op. (não ajustado)</b>	<b>223.052</b>	<b>15%</b>	<b>432.453</b>	<b>26%</b>	<b>436.647</b>	<b>23%</b>	<b>508.007</b>	<b>25%</b>	<b>22,2%</b>
Resultado Não Op.l	(1.447)	0%	(806)	0%		0%		0%	
<b>Lucro antes do Impostos</b>	<b>221.605</b>	<b>15%</b>	<b>431.647</b>	<b>26%</b>	<b>436.647</b>	<b>23%</b>	<b>508.007</b>	<b>25%</b>	<b>22,2%</b>
Taxa Efetiva de Imposto	30%	0%	33%	0%	-33%	0%	-37%	0%	
Impostos a pagar	(65.868)	-4%	(141.986)	-8%	(142.042)	-8%	(185.504)	-9%	-7,4%
<b>Lucro depois de impostos</b>	<b>155.737</b>	<b>11%</b>	<b>289.661</b>	<b>17%</b>	<b>294.605</b>	<b>16%</b>	<b>322.503</b>	<b>16%</b>	<b>14,8%</b>
Rev. juros sobre capital	-	0%	90.688	5%	79.208	4%	115.861	6%	3,8%
Participação Estatutária	(19.549)	-1%	(23.911)	-1%	(20.821)	-1%	(24.612)	-1%	-1,3%
<b>Lucro líquido</b>	<b>136.188</b>	<b>9%</b>	<b>356.438</b>	<b>21%</b>	<b>352.992</b>	<b>19%</b>	<b>413.752</b>	<b>20%</b>	<b>17,4%</b>
<b>EBITDA</b>	<b>586.498</b>	<b>39,7%</b>	<b>656.344</b>	<b>39,0%</b>	<b>666.212</b>	<b>35,8%</b>	<b>828.030</b>	<b>40,3%</b>	<b>38,7%</b>

Fonte: Elaboração Própria.

Partindo-se da premissa de que as operações da empresa apresentam um grau razoável de previsibilidade, as projeções de deduções, custos e despesas foram realizadas com base no desempenho histórico (Tabela 2).

O cálculo da necessidade de capital de giro e da necessidade de reinvestimentos foi realizado com base no desempenho histórico. As seguintes premissas foram adotadas para o cálculo do capital de giro e da necessidade de reinvestimentos:

Prazo médio de recebimento: 67 dias;  
 Prazo médio de estoque: 14 dias;  
 Prazo médio de pagamento a fornecedores: 50 dias;  
 Prazo médio de pagamento de outros passivos circulantes: 227 dias.

Já em relação à necessidade de reinvestimentos a partir de 2009 foi projetada com base nos investimentos de 2008. O resumo do fluxo de caixa projetado da empresa pode ser observado na

Tabela 3. Nesta tabela podem-se observar também as projeções de EBITDA, da variação de capital de giro, dos investimentos e do Imposto de Renda e da Contribuição Social.

**Tabela 3: Projeção de Fluxo de Caixa**

	2009	2010	2011	2012	2013
<b>EBITDA</b>	<b>957.213</b>	<b>985.655</b>	<b>1.014.952</b>	<b>1.045.131</b>	<b>1.076.217</b>
. Variação de Capital de Giro	(26.936)	(2.575)	(2.657)	(2.743)	(2.832)
<b>EBITDA (Líquido de Capital de Giro)</b>	<b>930.277</b>	<b>983.080</b>	<b>1.012.295</b>	<b>1.042.388</b>	<b>1.073.385</b>
. Investimentos	(537.115)	(537.115)	(537.115)	(537.115)	(537.115)
. Imposto de Renda e Contribuição Social	(147.572)	(151.856)	(151.043)	(150.529)	(150.323)
<b>Fluxo de Caixa da Empresa</b>	<b>245.590</b>	<b>294.109</b>	<b>324.137</b>	<b>354.744</b>	<b>385.947</b>

Fonte: Elaboração Própria.

O custo de capital próprio foi calculado utilizando-se o modelo CAPM, e o custo nominal de capital de terceiros foi definido como sendo o

custo médio ponderado de todas as fontes de financiamento da empresa objeto da análise, conforme demonstrado na Tabela 4:

**Tabela 4: Custo Médio Ponderado do Capital de Terceiros**

Taxa livre de risco	5,16%	Beta Alavancado	0,76
Prêmio de mercado	7,10%	Risco País	2,18%
Beta Desalavancado	0,59	Risco específico relacionado	3,50%
<b>(a) Custo do capital próprio</b>	<b>15,03%</b>	(b) Participação do capital próprio	69,8%
<b>CCPP (a x b)</b>	<b>10,49%</b>		
<b>Custo do capital de terceiros</b>	<b>9,1%</b>		
(a) Participação do capital de terceiros	30,2%	(b) Taxa efetiva de imposto de renda	34%
<b>CCTP (a x b)</b>	<b>1,81%</b>		
<b>CMPC nominal</b>	<b>12,30%</b>	Taxa de inflação Americana projetada	2,00%
<b>CMPC real</b>	<b>10,10%</b>		

Fonte: Elaboração Própria.

Neste trabalho, assim como no de Assaf Neto, Lima e Araújo (2008), optou-se por utilizar a taxa de inflação americana. Alguns autores, como os citados, recomendam o uso da taxa americana porque os títulos de dívida dos países emergentes embutem um prêmio pelo risco. Assim sendo, os investidores têm dificuldade de aceitar tais títulos como livres de risco.

O custo médio ponderado de 9,10% ao ano, acima apresentado, corresponde ao custo nominal do capital de terceiros; para o cálculo do custo efetivo, considerou-se o benefício fiscal da alavancagem.

Após o cálculo do custo de capital próprio e de terceiros, pôde-se enfim obter o Custo Médio Ponderado de Capital da empresa. Como o modelo de fluxo de caixa projetado foi o real, utilizou-se uma taxa de desconto real, ou seja, que não considerou a inflação. Para realizar tal ajuste, extraiu-se do CMPC nominal obtido—12,30% ao ano—a taxa de inflação americana projetada de 2%, percentual projetado pela NABE – *Nacional Association of Business Economics*, obtendo-se assim um CMPC real de 10,10% ao ano.

A tabela a seguir apresenta o **valor presente dos fluxos de caixa** e a perpetuidade da empresa.

**Tabela 5: Fluxo de Caixa e Perpetuidade a Valor Presente da Copasa**

	2009	2010	2011	2012	2013	Perp.
<b>EBITDA</b>	<b>957.213</b>	<b>985.655</b>	<b>1.014.952</b>	<b>1.045.131</b>	<b>1.076.217</b>	<b>1.076.217</b>
. Variação de Capital de Giro	(26.936)	(2.575)	(2.657)	(2.743)	(2.832)	(2.832)
<b>EBITDA (Líquido de Capital de Giro)</b>	<b>930.277</b>	<b>983.080</b>	<b>1.012.295</b>	<b>1.042.388</b>	<b>1.065.576</b>	<b>1.065.576</b>
. Investimentos	(537.115)	(537.115)	(537.115)	(537.115)	(537.115)	(537.115)
. Imposto de Renda e Contribuição Social	(147.572)	(151.856)	(151.043)	(150.529)	(150.323)	(150.323)
<b>Fluxo de Caixa da Empresa</b>	<b>245.590</b>	<b>294.109</b>	<b>324.137</b>	<b>354.744</b>	<b>385.947</b>	<b>385.947</b>
Taxa de Desconto	0,908	0,825	0,749	0,680	0,618	0,618
<b>Fluxo de Caixa a Valor Presente</b>	<b>223.057</b>	<b>242.615</b>	<b>242.853</b>	<b>241.398</b>	<b>238.535</b>	<b>3.459.455</b>

Fonte: Elaboração Própria.

Por fim, realizou-se o ajuste da dívida líquida, que consiste no valor total da dívida menos as disponibilidades na data-base da avaliação, dia 31/12/2008. Esse procedimento foi realizado, pois, como o endividamento não foi projetado nos fluxos de caixa, o valor da dívida foi subtraído do

valor da empresa para se obter o valor patrimonial ou *Equity Value*. Finalmente, para o cálculo do valor da ação, dividiu-se o *Equity Value* pela quantidade de ações da empresa, conforme ilustrado na Tabela 6.

**Tabela 6: Resumo da Avaliação Determinística da Copasa**

Fluxo de Caixa a Valor Presente	1.188.458
(+) Perpetuidade	3.459.455
<b>Enterprise Value / EV / Valor da Empresa</b>	<b>4.647.913</b>
(+) Ajustes Diversos	(1.291.035)
<b>Equity Value / Valor Patrimonial</b>	<b>3.356.878</b>
Número de Ações	115.165
<b>Preço por ação</b>	<b>29,15</b>

Fonte: Elaboração Própria.

#### 4.2. Modelo de Avaliação Estocástico

Partindo-se do modelo determinístico, definiu-se que os seguintes componentes poderiam ser modelados como **variável de entrada do modelo estocástico**: crescimento da população da área atendida, nível de cobertura de água e esgoto, volume médio por ligação de água e esgoto, quantidade de pessoas por ligação de água e esgoto, tarifas dos serviços de abastecimento de água e tratamento de esgoto, deduções sobre vendas, custo dos serviços prestados – CSP, despesas com vendas, despesas administrativas e outro resultado operacional.

A Tabela 7 resume a modelagem adotada para cada componente do fluxo de caixa da empresa, bem como o coeficiente de variação: C-V.

No tocante à tabela a seguir, os outros resultados operacionais não foram considerados como variável de entrada por apresentarem pouca relevância para o modelo de avaliação desenvolvido. As tarifas médias não foram consideradas como variável de entrada, pois as variações históricas e futuras da tarifa foram e serão consequência de repasses inflacionários. Como o modelo desenvolvido foi de preços e custos constantes, o preço da data-base da avaliação será o preço real, em moeda constante, da tarifa no futuro.

**Tabela 7: Modelagem dos componentes do fluxo de caixa no modelo estocástico**

Componente	Tipo	Tratamento Matemático	Modelagem	C-V
<i>Crescimento da população da área atendida - água</i>	<i>Direcionador de Receita</i>	<i>Estocástico</i>	<i>Variável de entrada</i>	40,3
Nível de cobertura de abastecimento de água	Direcionador de Receita	Determinístico	Mesma Premissa do modelo determinístico	0,33
Número de pessoas por ligação de água	Direcionador de Receita	Determinístico	Mesma Premissa do modelo determinístico	0,41
Volume médio por ligação de água	Direcionador de Receita	Determinístico	Mesma Premissa do modelo determinístico	6,8
Tarifa média do serviço de abastecimento de água	Direcionador de Receita	Determinístico	Mesma Premissa do modelo determinístico	-
<i>Crescimento da população da área atendida - esgoto</i>	<i>Direcionador de Receita</i>	<i>Estocástico</i>	<i>Variável de entrada</i>	63,9
Nível de cobertura de tratamento de esgoto	Direcionador de Receita	Determinístico	Mesma Premissa do modelo determinístico	0,52
Número de pessoas por ligação de esgoto	Direcionador de Receita	Determinístico	Mesma Premissa do modelo determinístico	0,52
Volume médio por ligação de esgoto	Direcionador de Receita	Determinístico	Mesma Premissa do modelo determinístico	7,0
Tarifa média do serviço de tratamento de esgoto	Direcionador de Receita	Determinístico	Mesma Premissa do modelo determinístico	-
% Deduções sobre a Receita Bruta	Custo Variável	Determinístico	Mesma Premissa do modelo determinístico	2,8
% Custo dos serviços prestados sobre receita líquida	Custo Variável	Determinístico	Mesma Premissa do modelo determinístico	4,84
<i>% despesas com vendas sobre receita líquida</i>	<i>Despesa variável</i>	<i>Estocástico</i>	<i>Variável de entrada</i>	19,8
Despesas operacionais e administrativas	Despesa fixa	Determinístico	Mesma Premissa do modelo determinístico	8,78
Outros resultados operacionais	Despesa fixa	Determinístico	Mesma Premissa do modelo determinístico	-

Fonte: Elaboração Própria.

A definição da **distribuição de probabilidade** foi iniciada com o percentual de crescimento da população da área atendida por abastecimento de água e o percentual de crescimento da população da área atendida por tratamento de esgoto.

Como forma de evitar a possibilidade de um crescimento negativo, adotou-se a distribuição triangular como a distribuição de probabilidade da

variável de entrada crescimento da população da área atendida por abastecimento de água e esgoto. Dessa maneira, modelaram-se os percentuais de crescimento mínimo, máximo e esperado, de forma a evitar possíveis distorções no modelo.

Para a terceira variável de entrada, percentual das despesas com vendas sobre a receita líquida, procedeu-se ao teste de ajuste utilizando-se o

Crystal Ball®, que resultou na definição da distribuição normal como aquela mais aderente à série histórica desta variável de entrada.

Uma vez definidas as distribuições de probabilidade das variáveis de entrada, analisou-se a existência de correlação entre elas. Para tal, foi realizado um estudo de correlação entre as variáveis de entrada. Constatou-se a existência de correlação de 0,52 entre o crescimento da população da área atendida por abastecimento de água e o crescimento da população atendida por tratamento de esgoto, correlação significativa pelo teste-t para o coeficiente de correlação.

Por sua vez, a correlação da variável de entrada percentual das despesas com vendas sobre a receita líquida com as demais variáveis não foi calculada, pois seria incoerente correlacionar um percentual de crescimento, métrica das duas primeiras variáveis de entrada, com um percentual sobre a receita líquida, métrica da terceira variável de entrada.

A **especificação do modelo estocástico** seguiu as mesmas premissas definidas para o modelo determinístico, mais a incorporação das variáveis estocásticas e suas premissas. Partindo-se do modelo determinístico desenvolvido no Microsoft Excel® e utilizando-se o *software* de Simulação Crystal Ball®, realizaram-se as seguintes especificações:

O crescimento da população da área atendida por abastecimento de água e de esgoto e o percentual das despesas com vendas foram modelados como variáveis de entrada com

distribuição de probabilidade triangular e normal;

As variáveis estocásticas de entrada relacionadas a crescimento tiveram seus valores sensibilizados aplicados ano a ano na projeção;

A variável estocástica percentual das despesas com vendas sobre a receita líquida teve seu valor sensibilizado aplicado para todos os anos de projeção;

A correlação entre as variáveis crescimento da população da área atendida por abastecimento de água e crescimento da população atendida por tratamento de esgoto foi considerada e definida ano a ano de acordo com valores já apresentados;

Os demais componentes da planilha, que estão completamente relacionados por fórmulas, foram calculados automaticamente a partir da variação das variáveis de entrada;

Com base no conjunto de simulações realizadas, foi gerada uma distribuição do valor por ação, que é a variável de saída do modelo.

### 4.3. Realização da Simulação e Análise dos Resultados

A tabela abaixo apresenta as estatísticas da simulação realizada.

**Tabela 8: Estatísticas do Modelo Estocástico de Avaliação**

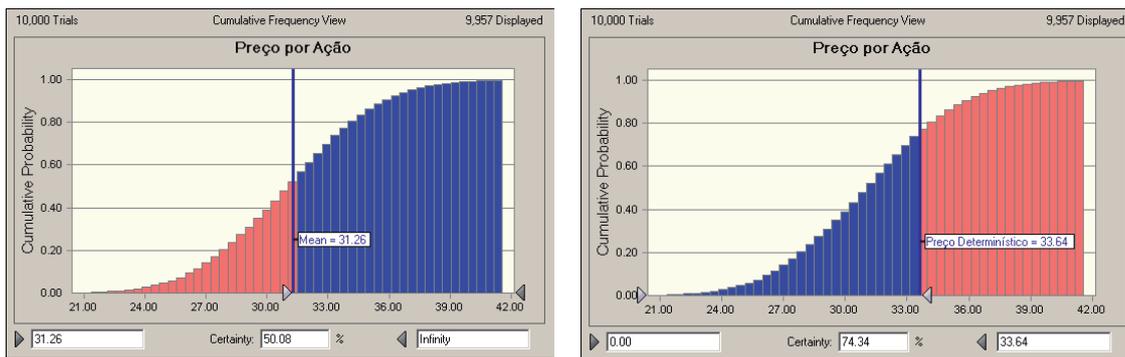
Estatística	Valores Projetados
Número de Simulações	10.000
Média	31,26
Mediana	31,27
Desvio Padrão	3,69
Variância	13,6
Coefficiente de Variação	11,8%
Valor Mínimo	18,12
Valor Máximo	45,79
Erro Padrão da Média	0,04

Fonte: Elaboração Própria com o auxílio do Crystal Ball®.

Conforme ilustrado na Tabela 8, o preço por ação médio obtido por meio do modelo de avaliação estocástico utilizando-se a Simulação de Monte Carlo foi de R\$ 31,26, valor este 7,2% maior que o obtido pelo modelo determinístico, que foi de R\$ 29,15.

A distribuição de frequência cumulativa de probabilidades, ilustrada na Figura 6 (esquerda),

**Figura 6: Distribuição da frequência cumulativa de probabilidades do preço por ação**

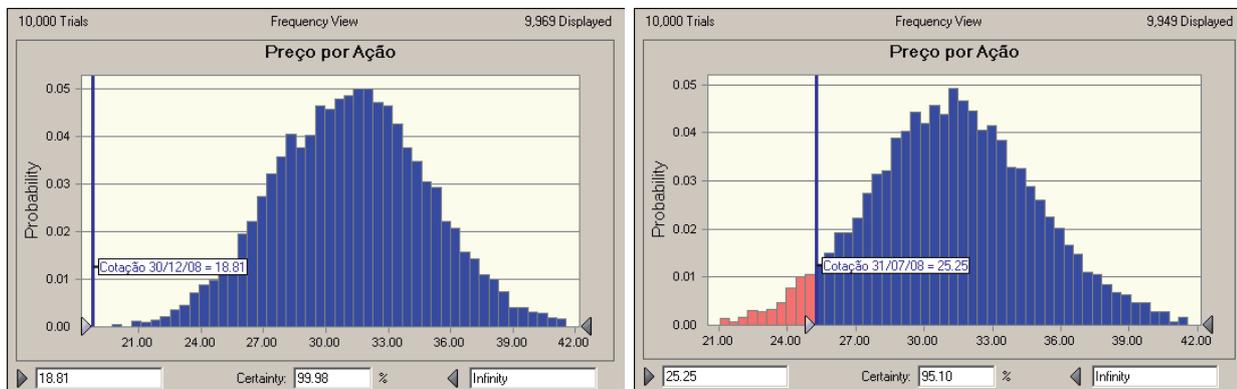


Fonte: Elaboração Própria com o auxílio do Crystal Ball®.

Uma primeira análise desenvolvida na etapa de **comparação dos resultados obtidos com as cotações de mercado da empresa** caracterizou-se pela comparação da distribuição da probabilidade dos preços por ação da empresa obtida por meio do modelo estocástico com a cotação das ações na data-base das avaliações estocástica e determinística, para identificar oportunidades de arbitragem. Ao se plotar a cotação das ações

ordinárias da Copasa (Csmg3) no dia 30/12/2008— R\$ 18,81, de acordo com o *site* de informações financeiras Bloomberg—no gráfico das distribuições de probabilidade do modelo estocástico, conclui-se que, de acordo com este modelo, existe uma probabilidade de quase 100% de que o preço por ação da empresa estivesse subavaliado pelo mercado em 30/12/2008, conforme ilustrado na Figura 7.

**Figura 7 – Distribuição de probabilidades do preço por ação Csmg3 cotação do dia 30/12/2008**



Fonte: Elaboração Própria com o auxílio do Crystal Ball®.

Seguindo-se o mesmo raciocínio da análise anterior, comparou-se a distribuição de probabilidade dos preços por ação da empresa com a cotação das ações do dia 31/07/2009—R\$ 25,25, de acordo com o site de informações financeiras Bloomberg. Ao se plotar o valor da cotação das ações em 31/07/2009 na distribuição de probabilidade do modelo estocástico, observou-se que, de acordo com o modelo estocástico desenvolvido, ao adquirir as ações da Copasa ao preço de R\$ 25,25 por ação, um possível investidor teria uma chance de 95,10% de auferir alguma rentabilidade, por estar comprando as ações abaixo de seu valor justo, conforme ilustrado da figura acima.

Em resumo, tanto as análises isoladas dos resultados do modelo estocástico desenvolvido quanto a comparação dos seus resultados com aqueles do modelo determinístico e com as cotações de mercado constituem apenas exemplos de possíveis interpretações obtidas por meio da implementação de um modelo estocástico de avaliação de empresas que utilize a Simulação de Monte Carlo.

## 5. CONCLUSÕES DECORRENTES DO ESTUDO E SUGESTÕES

A utilização da Simulação de Monte Carlo (SMC) e a consequente transformação do modelo de avaliação determinístico em estocástico melhoraram consideravelmente a qualidade dos resultados relacionados à variável de saída do modelo de avaliação desenvolvido neste estudo. O desenvolvimento do modelo estocástico permitiu a obtenção de uma distribuição de preços por ação e o conhecimento de suas probabilidades de ocorrência, resultado muito mais completo que um preço por ação único e determinístico obtido por meio da utilização do modelo determinístico.

A utilização da SMC na avaliação de empresas pelo fluxo de caixa descontado permite a realização de uma série de análises que são impossíveis de serem realizadas por meio de um modelo determinístico convencional, como, por exemplo, a da probabilidade de o preço por ação obtido situar-se acima ou abaixo de um parâmetro-chave como o valor médio ou a cotação atual das ações da empresa no mercado.

A utilização de probabilidades subjetivas, o uso do julgamento pessoal e a utilização de critérios subjetivos para a definição das funções de densidade de probabilidades ainda constituem a principal fonte de críticas à utilização da Simulação de Monte Carlo.

A realização de um estudo de caso de uma empresa listada na Bolsa de Valores de São Paulo permitiu a verificação das vantagens e das dificuldades práticas da implementação de um modelo estocástico de avaliação de empresas pelo fluxo de caixa descontado.

Neste estudo em particular, a metodologia permite perceber que há uma probabilidade de o mercado subprecificar as ações da Copasa em aproximadamente 95% para a cotação de 31/07/2009. No final de 2009, as ações da Copasa já estavam sendo negociadas a R\$29,12, com tendência de alta, corroborando os resultados.

Evidentemente empresa avaliada tem características que simplificam o estudo com a metodologia proposta. Tais características referem-se ao negócio da companhia: água e esgoto.

Diante do exposto, pode-se afirmar que, a despeito de suas limitações, a metodologia de Simulação de Monte Carlo constitui uma poderosa ferramenta para a análise de riscos inerentes à avaliação de empresas pelo fluxo de caixa descontado, contribuindo decisivamente para a acurácia desta metodologia de avaliação e para a tomada de decisão em ambiente de incerteza.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, S. C. Um modelo de medição de risco de crédito. *Revista Resenha BM&F*, n. 140, p. 17-23, 1998.

ASSAF NETO, Alexandre; LIMA, Fabiano Guasti; ARAÚJO, Adriana Maria Procópio de. Uma Proposta Metodológica para o cálculo do Custo de Capital no Brasil. *RAUSP. Revista de Administração*, v. 43, n. 1, p. 72-83, 2008.

BRUNI, A. L.; FAMÁ, R.; SIQUEIRA, J. O. Análise do Risco na Avaliação de Projetos de Investimento: Uma Aplicação do Método de Monte Carlo. *Caderno de Pesquisas em Administração*, v. 1, n. 6, p. 62-74, 1998.

---

BURATTO, M. V. *Quantificação Construção e Avaliação de um Modelo de Monte Carlo para Analisar a Capacidade de Pagamento das Empresas em Financiamentos de Longo Prazo*. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Administração, Mestrado Acadêmico em Contabilidade e Finanças, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

CARDOSO, D.; AMARAL, H. F. *O uso da Simulação de Monte Carlo na elaboração do Fluxo de Caixa Empresarial: uma proposta para quantificação das incertezas ambientais*. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 20., 2000, São Paulo. *Anais...* São Paulo: ABEPRO, 2000.

CLEMEN, R. T.; REILLY, T. *Making hard decisions with DecisionTools®*. 2nd rev. ed. USA, Duxbury, 2001.

COPELAND, T.; KOLLER, T.; MURRIN, J. *Avaliação de empresas "Valuation": calculando e gerenciando o valor das empresas*. São Paulo: MAKRON Books, 2000.

CORRAR, L. J. *O modelo econômico da empresa em condições de incerteza - aplicação do método de simulação de Monte Carlo*. Caderno de Estudos FIPECAFI FEA USP, São Paulo, n. 8, p. 1-13, 1993.

CORREIA NETO, J. F. *Avaliação de uma software house através da simulação de Monte Carlo*. ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 26., 2006, Fortaleza, *Anais...* Fortaleza: ABEPRO, 2006.

CORREIA NETO, J. F.; MOURA, H. J. de; FORTE, S.H. C.A. *Modelo prático de previsão de Fluxo de Caixa Operacional para empresas comerciais considerado os Efeitos de Risco, através do Método de Monte Carlo*. *REAd-Revista Eletrônica de Administração*, Rio Grande do Sul, v. 8, n. 3, p. 1-5, 2002.

CURRY, R. E. *The Problems with "The Problems with Monte Carlo Simulation"* 2002.

DAMODARAN, A. *Finanças Corporativas Aplicadas – Manual do Usuário*. Tradução Jorge Ritter. Porto Alegre: Bookman, 2002.

EVANS, James R.; OLSON, David L. *Introduction to Simulation and Risk Analysis*. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 1998.

GREY, S. *Practical Risk Assessment for Project Management*. England: John Wiley & Sons Ltda., 1995.

HERTZ, D. B. *Risk analysis in capital investment*. *Harvard Business Review*, v. 57, n. 5, p. 169-181, 1964.

LAW, Averill M.; KELTON, W. David. *Simulation modelling and analysis*. 3. ed. New York: McGraw-Hill, 2000.

LEVINE, D. M.; BERENSON, M. L.; STEPHAN, D. *Estatística: teoria e aplicações usando o Microsoft Excel em português*. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2005.

MINARDI, A. M. A. F.; SAITO, R. *Orçamento de Capital*. *ERA-Revista de Administração de Empresas*, v. 47, n. 3, p. 79-83, 2007.

MYERS, S. *"Postscript: Using Simulation for Risk Analysis," Modern Developments in Financial Management*, New York: Praeger Publications, 1976. p. 457-463.

NAWROCKI, D.. *The problems with Monte Carlo Simulation*. *Journal of Financial Planning*, v. 14, n. 11, p. 92-103, 2001. Disponível em: <<http://proquest.umi.com/pqdweb>>. Acesso em: 28 maio 2009.

SAVAGE, S. *Statistical Analysis For The Masses*. In: SPENCER, Bruce. *Statistics and Public Policy*. Oxford University Press, 1996.

SOUZA, M. C. M. *Quantificação das incertezas na avaliação de projetos: o modelo utilizado na Agência de Fomento do Estado da Bahia*. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004.

STICKNEY, C. P.; BROWN, P. R.; WAHLEN, J. M. *Financial Reporting and Statement Analysis: a strategic perspective*. Thomson, 2004.